This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at http://books.google.com/

Digitized by Google

UNIVERSITEITSBIBLIOTHEEK GENT

9000000

Digitized by Google

Digitized by Google

Math. 209.

Math. 209

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google



LUGD. BAT. Apud JANSSONIOS VANDER Aa. Bibliopolas.

Digitized by Google

CHRISTIANI HUGENII
ZULICHEMII,
Dum viveret Zelemii Toparchæ,

OPERA VARIA.

VOLUMEN PRIMUM.



LUGDUNI BATAVORUM,
Apud JANSSONIOS VANDER AA,
Bibliopolas. MDCCXXIV.

Digitized by Google

Digitized by Google

G. J. 'sGRAVESANDE

L. S.

ILlos de re litteraria bene mereri, ſemper perſuaſum habui, qui doctorum virorum ſcripta diſperſa colligunt; & minoribus, ſeorſim perituris, in majori volumine collocatis poſteritatem quaſi donant.

Hac de cauſa cùm Bibliopolæ hujus Urbis, Janſonii vander Aa, *mihi declararent, ſe in mente habere* Hugenii *opus, olim* Pariſiis *editum,* de Horologio Oſcillatorio *typis mandare, & hac de re quid ſentirem ego quærerent, Ipſis Auctor fui, ut non modo in propoſito perſeverarent, ſed ut omnia ante edita ejuſdem Auctoris opera minora huic adjungerent.*

In me libenter ſuſcepi curam colligendi hæc, & diſponendi; ſchedaſque ſemel & altera vice a correctore examinatas, ipſe attente relegi, & cum figuris contuli; ſcripta etiam quædam, in Diariis non ſub Auctoris oculis edita, ſæpe mendis variis purgavi.

Opera quæ hic exſtant, in quatuor diſperſi tomos; quæ Mechanicam Machinaſque ſpectant tomo primo continentur: Geometrica ſecundo: Aſtronomica tertio: Miſcellanea pauca quarto.

Tractatus varios Auctor ſeparatim ediderat; ſcripta minora multa in Diariis diſperſa dantur: inter hæc quædam ſpectant controverſias quæ Auctori cum viris doctis intercedere, & quæ ad eandem controverſiam pertinent, aliquando in variis regionibus publicata exſtant, partim Gallicè conſcripta, partim Latinè.

In edendis libris, ſeparatim ab Auctore publici juris factis, exemplaria manu ipſius recognita, & in variis locis aucta, & emendata, ſecutus ſum; quod etiam referri debet ad ſcripta pauca ex iis quæ in Diariis fuere tradita.

Exemplaria hæc accepi à Nob. D^{no} Hugenio *Zelemii Toparchâ, qui patrui* Chriſtiani *opera hæc*

cum

cum cura ſervaverat, & qui libenter mihi hæc ea lege conceſſit, ut abſoluta editione in Bibliotheca publica Acad. Lugd. Bat. jungantur cum ejuſdem Auctoris manuſcriptis quæ ibi ſervantur.

In Indice, ad calcem libri adjecto, monui ubi ſcripta ſingula antea edita fuere. Tractatus ſeparatos Latine Auctor conſcripſit, præter Inſtitutionem de Uſu Horologiorum *, *quæ Belgico ſermone in lucem prodiit. Ex Gallicis Diariis excerpta ſcripta Gallico ſermone conſcripta dantur. Illorum autem quæ inter opera Acad. Reg. Paris. Artium & Scient. cum publico communicata fuere, quædam Gallica ſunt reliqua Latina, nempe;* * pag. 193.

De potentiis funeſve trahentibus *: * pag. 287.

Conſtructio loci ad Hyperbolam *: * pag. 485.

De maximis & minimis *: * pag. 490.

De inveniendis tangentibus *. * pag. 498.

Ut omnia Latino ſermone exhiberentur, quæ Belgicè, aut Gallicè, edita fuere, Latinè reddidit Clariſſ. Hermanni Ooſterdyk Schacht, *Med. Profeſſoris in hac Acad. Celeberrimi, Filius Digniſſimus* Johannes Ooſterdyk Schacht, *qui ad ſtudia ſubtiliora na-*

Digitized by Google

tus, à naturâ acceptum, adhuc dum juvenis, diligentiâ pulcherrime excoluit ingenium.

Si collectioni huic volumen operum poſthumorum Hugenii, *& tractatus duos de* Lumine *&* Gravitate, *addas, omnia B. L. habebis* Hugenii *opera.*

Hæc autem quæ hìc deficiunt, eâdem formâ cum hiſce, brevi edituri ſunt Bibliopolæ Amſtelodamenſes Waesbergii.

Dabam Lugd. Bat. 3°. Id. Mart. MDCCXXIV.

HU-

Digitized by Google

HUGENII VITA.

CHriſtianus Hugenius, natus eſt Hagæ Comitum in Hollandia, 14. April. 1629. Patrem habuit Conſtantinum Hugenium, Equitem, Toparcham Zulichemii, Zelhemi, & in Monikenlandt, qui tribus Auriacis Principibus a ſecretis & conſiliis fuit. Mater erat Suſanna van Baerle.

In ſtudiis Mathematicis integram conſumſit vitam, non tantum ſpeculationibus deditus, ſed harum diſciplinarum ſubtiliſſima ad vitæ uſum referens. Ab ipſa infantia huic ſtudio applicavit animum, vix natus annos novem, ipſo Patre duce, in Muſicis, Arithmeticis, Geographicis, miros, & vix credibiles, progreſſus fecit, Latinis & Græcis litteris interim animum applicans.

Anno ætatis decimo tertio quàm ingenium ſtudio Mechanices eſſet aptum, quod tanta deinde hominum utilitate excoluit, in examinandis machinis, haſque, quantum infanti liceret, imitando, demonſtravit.

Anno 1644. ſtudium Matheſeos aggreſſus eſt, Mathematicumque Belgam Stampioen præceptorem habuit.

Sequenti anno Academiam petiit quæ Leidæ eſt apud Batavos. Ibi Vinnium jus civile explicantem audivit, & magiſtro Schotenio ſtudium

Matheſeos continuavit, ingeniique ad hæc ſtudia nati varia tunc temporis dedit ſpecimina, brevique famam inter Mathematicos, annos ſuperantem, acquiſivit.

Studium autem Juridicum Bredæ proſecutus eſt annis 1646, 1647, 1648, occaſione ſcholæ illuſtris, tunc temporis ibi erectæ, & curæ Patris ipſius pro parte commiſſæ.

Hagam anno ſequenti redux, Henricum Comitem Naſſavium ſecutus, Holſatiam, & Daniam, inviſit. Vehementi tenebatur deſiderio in Sueciam uſque iter ſuum producendi, Carteſium ut videret, quod ipſi non licuit, brevi finitâ Comitis legatione.

Anno 1651. Tractatum edidit *de quadratura Hyperboles, Ellipſis, & Circuli, ex dato portionum gravitatis centro* *.

* *Vide pag.* 309.

Ut librum hunc perluſtrent Lectores rogo Mathematicos, & videant an non merito, in ipſa juventute, inter ſummos Mathematicos relatus fuerit Hugenius.

Eodem anno & ſequentibus varia de refractionibus & Dioptrica conſcripſit, quæ in operibus poſthumis edita exſtant.

Anno 1655. Galliam petiit, & Andegavi Doctor Juris renunciatus eſt.

Eodem anno cum fratre Conſtantino vitris formandis, quæ Teleſcopiis majoribus inſervirent ope-

Digitized by Google

operam dedit. Teleſcopium decem pedum conſtruxit quod, ut ipſe perſuaſum habebat, omnia illius temporis ſuperabat. Hujus auxilio comitem Saturni detexit. Omnes hujus Planetæ ſatellites tunc temporis Aſtronomos latebant, & niſi multis annis ſerius, reliquos quatuor, inter quos unus Hugeniano à Saturno remotior, detexit Caſinus.

Non ſtatim ſibi novum ſidus cognitum dari cum Aſtronomis communicavit, ad quoſdam tamen inventum, hiſce verbis & litteris involutum, miſit.

Admovere oculis diſtantia ſidera noſtris VVVVVVV CCCRRHNBQX.

Quæ verba cum adjectis litteris ipſo vitro inſcripſit.

Explicatio eſt *Saturno Luna ſua circumducitur diebus ſexdecim horis quatuor.* Exactius tamen in ſequentibus hujus Lunæ periodum determinavit*. * *Vide pag.* 551.

Tranſpoſitione litterarum Ænigma explicatur.

Per multos annos vitris formandis quibus nova in cœlis detegeret ſedulam cum fratre impendit operam, præcipuè ab anno 1681 ad annum 1687, artemque hanc perfectiorem reddidere; multa ex accuratè admodum elaboratis vitris majora conſtruxere Teleſcopia. Inter vi-

tra hæc duo præ ceteris antecellunt, magnitudine Teleſcopiorum quibus inſervire debent, &, ſi Auctori noſtri fidem habeamus, excellentiâ *; majus deſtinatum erat Teleſcopio ducentorum & decem pedum, alterum Teleſcopio centum & ſeptuaginta. Hæc duo nunc poſſidet Anglia. Multa alia Teleſcopiis, centum pedes excedentibus, ut & minoribus, inſervientia apud heredes adhucdum ſuperſunt.

* Vide pag. 698.

Anno 1656 tractatum conſcripſit de ratiociniis in ludo aleæ *, editus hic fuit ad calcem Exercitationum Mathematicarum Schotenii. Methodum in hoc tractatu demonſtravit ipſam ſortem computationi Mathematicæ ſubjiciendi, primuſque publici juris fecit principia artis poſt illum ad vix ſperandam perfectionem prolatæ.

* Vide pag. 723.

Anno 1657 primus mortalium tempus exactiſſime menſuravit, pendula dum Horologiis applicavit. Ante illum Aſtronomi adhibitis pendulis tempus quidem menſurabant, ſed ad exigua intervalla, cum pendula talia homine indigerent qui curaret ut in motu perſeverarent. Ipſe autem ope Horologiorum perpetuum quaſi pendulis motum communicavit, ponderibus enim Horologia agitabantur, quæ, non mutata actione in Horologia, elevari poterant.

Perſuaſum habebat talia Horologia & mari uſu venire poſſe, & nil præter hæc in nave requiri ad determinandas longitudines.

No-

Digitized by Google

Notum enim eſt, utilis hujus longitudinum problematis diu deſideratam, & forte deſiderandam, ſolutionem, ab exacta temporis menſura pendere.

Non tamen ſatis erat Horologiorum motus legibus fixis adſtrinxiſſe, ſed ut ipſe notabat, motum æquabilem ſervare, navim jactantibus auſtris; hoc opus, hic labor erat; difficultatem tamen ſuperari poſſe ſemper ſperavit, multa tentavit, & ad mortem fere uſque nova, ut ad ſcopum perveniret, molitus eſt; ſed licet ad hunc pertingere non potuerit, quo ingenio, qua perſpicacitate, rem proſecutus eſt, qui horum operum tomum primum perleget dijudicabit; non omnia tamen tentamina publici juris facta fuere.

Anno 1659. *Syſtema Saturnium* * edidit, in quo veram cauſam anſarum hujus planetæ tradidit, quam ante illum nemo ne ſuſpicione quidem attingere potuerat, hancque invictis firmavit argumentis.

* Vide pag. 527.

Sequenti anno altera vice Galliam petiit, unde in Angliam anno 1661. profectus eſt. Ibi artem ſuam laborandi vitra demonſtravit, cum inter omnes conſtaret, Hugenii Teleſcopia, longitudinem viginti quatuor pedum tunc temporis non excedentia, ceteris omnibus perfectiora eſſe.

Novum tunc temporis inventum erat Antlia pneumatica, hujus, ab ipſo ex Anglia reduce

 per-

Digitized by Google

perfectioris redditæ, auxilio varia inſtituit experimenta *.

* Vide pag. 765.

Eodem anno regulas de colliſione corporum Elaſticorum detexit, quas eaſdem poſtea etiam detexere in Anglia viri celeberrimi Walliſius & Wrennius, cum quo tamen ultimo contentionem, ſuper hoc invento, habuit Hugenius noſter.

Anno 1663. Lutetiam Pariſiorum iterum petiit, & cum Patre in Angliam iter ſuſcepit, ubi Sociorum numero Regiæ ſocietatis Londinienſis adſcriptus eſt.

Per paucos tantum ibi ſtetit menſes & in Galliam rediit.

Anno 1664 Hagam redux de invento applicationis pendulorum ad Horologia ipſi cum invidioſo quodam lis fuit.

Hoc tempore, in Gallia, ſtudiorum ſe Mæcenatem demonſtrabat vir Illuſtris Colbertus; cujus conſilia de ſtudiis promovendis libenter audiebat Galliarum Rex. Undique viri ſcientiâ illuſtres in Galliam vocabantur, inter quos Hugenius.

Hic anno 1665, nomine Regis, Colberti litteris, ut Lutetiam peteret, ibique domicilium eligeret, promiſſo largo annuo ſtipendio, oblatâque habitatione in ædificio ſervandis Regiis bibliothecis deſtinato, invitatus eſt.

Ibi vixit ab anno 1666. ad annum 1681. Durante hoc tempore pulcherrima, ſubtiliſſimaque mul-

multa, in Mathematicis detexit, variaque ex iis operibus conſcripſit, quæ nunc in unum corpus collecta, quid in variis Matheſeos partibus præſtiterit, ſub oculis ponunt.

Præter ipſius jam memorata inventa præclara inter alia duo inſigni uſu eminent. Libellam Teleſcopio munitam ita conſtruxit, ut ipſi præ ceteris fides haberi poſſit *. Inventum aliud ſpectat temporis menſuram, Horologiis portatilibus filum, chalybeum, ſpirale, elaſticum, adaptavit *; quo nunc nullum portatile Horologium deſtituitur, quo etiam ſublato, accuratiſſimè conſtructa omnem motus æquabilitatem amittunt.

* Vide pag. 254.

* Vide pag. 253.

Nimium verò ſtudiis Mathematicis deditus, menti gratum Corpus non potuit ſuſtinere laborem. Bis Hollandiam hac de cauſa petiit, annis 1670, & 1675, iterumque recuperatâ ſanitate in Galliam rediit, ſed tandem, valetudini ut conſuleret illi in perpetuum dixit vale anno 1681, omnibuſque Regis beneficiis nuncium remiſit.

Reliquum vitæ curſum iiſdem occupatus ſtudiis abſolvit.

Anno 1682. conſtrui curavit Automaton Planetarium in quo planetarum motus in plano pulcherrime æmulatus eſt.

Machina hæc in operibus poſthumis delineata, & accuratiſſimè deſcripta, datur. Exſtat adhucdum apud hæredes.

An-

Digitized by Google

Anno 1689. Angliam tertia vice inviſit.

Sequenti anno tractatus duos, alterum de *Lumine*, de *Gravitate* alterum edidit.

Coſmotheoros tempore mortis ſub prælo ſudabat, editio tamen inchoata tantum erat.

Vitam finivit Hagæ Comitum octavo Junii 1695.

Scripta omnia legato dedit Bibliothecæ Academiæ Ordinum Hollandiæ quæ eſt Lugd. Bat. viroſque duos, inſignes Mathematicos, Burcherum de Volder, in eâdem Acad. Philoſophiæ & Math. Profeſſorem celebrem, & Bernhardum Fullenium, in Academiâ Friſiâ Franequeræ Profeſſorem, rogavit ut ex ſcriptis eligerent, quæ prælo committi poſſent, cui petitioni volumen debemus operum poſthumorum, anno 1700. editorum.

Digitized by Google

CHRISTIANI HUGENII

OPERA MECHANICA.

Tomus Primus.

Digitized by Google

Tomi primi contenta.

HOROLOGIUM. pag. 1.

HOROLOGIUM OSCILLATORIUM, ſive de motu pendulorum, ad horologia aptato, demonſtrationes Geometricæ. 15.

BREVIS INSTITUTIO DE USU HOROLOGIORUM, ad inveniendas longitudines. 193.

De Hugeniana centri oſcillationis determinatione CONTROVERSIA. 215.

MACHINÆ QUÆDAM, & varia circa Mechanicam. 249.

Digitized by Google

CHRISTIANI
HUGENII A ZULICHEM,
CONST. F.
HOROLOGIUM.

Digitized by Google

Digitized by Google

ILLUSTRISSIMIS AC POTENTISSIMIS

HOLLANDIAE
Et
WESTFRISIAE
ORDINIBUS

Dominis ſuis,

CHRISTIANUS HUGENIUS à ZULICHEM

Felicitatem omnem.

PRoditum eſt memoriæ primum Romæ ſolare horologium fuiſſe, quod è capto Siciliæ oppido quodam, annis poſt urbem conditam CCCCLXXVII, *cum cætera præda deportatum ſit, locoque publico dedicatum. Cui non planè ad Latii clima deſcripto, eoque nec lineas horis congruentes exhibenti, quum neceſſitate tamen & meliorum penuria undecentum annis Pop. Romanus paruiſſet, Cenſorem tandem Q. Marcium Philippum diligentius ordinatum juxta poſuiſſe, idque munus inter cenſoria opera gratiſſime acceptum. Mihi, Proceres Ampliſſimi, rem haud abſimilem nec minore publico bono hodie agitanti, ut qui non in una modo urbe, ſed omnium ubivis horologiorum inſtabilem motum correxerim, ſimilem quoque ab univerſis gratiam expectandam cenſuiſſem atque à civibus ſuis Q. Marcius reportavit, ſi, quemadmodum res eventusque iidem ex intervallo redire ſolent, ita priſcus candor & ingenuitas in terris aliquando reduces cernerentur. Verum hæ cum jam diu apud majorem hominum partem deſitæ ſint virtutes,*

Digitized by Google

contraque impoſtura & obtrectatio late omnia obtineant; quænam fortuna maneret inventum noſtrum, ſimul ac vulgò innoteſcere cæpiſſet, facile equidem prævidi, neque me feſellit augurium. Ecce enim jam primum in patria hac noſtra eo exceſſit quorundam tum audacia tum impudentia, ut nihil interdicto veſtro deterriti, interpolare acceptum à nobis inventum, ac dein tanquam novum prorſus, noſtroque etiam, ſi diis placet, præſtantius jactare auſi ſint. Atque hæc qui coram & ante oculos nobis fieri viderunt, nihilo meliora ab exteris regionibus imminere crebro admonuerunt. Nempe alibi quoque exorituros, & in gloriolam hanc noſtram involaturos homines inique invidos, qui, forte an & ſibi ipſis, certe orbi univerſo perſuadere conentur, non hæc noſtratium ingeniis deberi, ſed à ſua ſuorumve alicujus induſtria diu ante profecta fuiſſe. Cujus rei indignitas cum ad gentem omnem noſtram, eoque ad vos etiam, Domini Illuſtriſſimi, ſpectare videretur; qui nunquam æquo animo tuleritis inventorum longe præclariſſimorum, typographiæ inquam & teleſcopii, laudem à Batavia veſtra, plagiariorum fraude, averti; fateor me non levi ſtimulo impulſum fuiſſe, ut eidem hujus quoque qualiſcunque reperti decus adſererem. Itaque eam quæ ſola ad hoc patere viſa eſt, viam ſecutus, rationem omnem & conſtructionem novi automati, autor ipſe, paucis deſcribendam & in publicum producendam ſuſcepi; exiguo ſanè volumine, ſed quod brevius etiam fuiſſet niſi obiter ad ea quoque reſpondendum duxiſſem quæ à nonnullis objici mihi, ipſumque artificii noſtri fundamentum laceſſere poſſe, proſpiciebam. Hoc vero quicquid eſt operæ, quum melioribus auſpiciis lucem aſpicere non poſſet, veſtro Illuſtriſſimo Nomini ac tutelæ, ea qua decet veneratione, dicatum commiſſumque venio, neque tam pagellas haſce pauculas, quam inventum ipſum, ut videtur, non incelebre futurum, dedico conſecroque. Vos pro ſolita benignitate veſtra favete, ad publicam utilitatem, quoquo modo ſtudia ſua referenti, neque aliud magis in votis habenti, quam ut majoris momenti in rebus eadem poſthac approbare vobis contingat. Ita Rempublicam ſub imperio veſtro incolumem ſervet, beneque fortunet Deus.

CHRI-

CHRISTIANI HUGENII A ZULICHEM, CONST. F.

HOROLOGIUM.

TEmporis dimetiendi rationem novam, quam exeunte Anno 1656. excogitavimus, paucisque deinde menſibus in patria divulgare inſtituimus, etſi dubitandum non erat, propter egregiam utilitatem, brevi longe lateque manaturam, quippe pluribus jam distractis, ac dimiſſis quaquaverſum novi operis exemplaribus; nos tamen haud inviti conſiliis eorum obtemperamus, qui ut ſcripto comprehenſam in lucem ederemus, autores fuere. cum ut illos demereamur, ad quos, ob locorum intervalla, tardius fortaſſe perventura erat: tum ut male feriatorum hominum audaciæ obviam eamus, ne, quod ſolenne ipſis eſt, alienis inſidientur inventis, ac per ſummam injuriam pro ſuis venditent. Quanquam hos, ſi fuerit opus, & dati Privilegii tempus refellere poſſit, quod à Celſiſſimis Fœderatarum Provinciarum Ordinibus die 16. Junii Anno 1657. impetratum eſt; & teſtes præterea non pauci, quos de oblato nobis recens invento ſubinde certiores fecimus. Occaſionem ei præbuiſſe Aſtronomorum pendula, facile quivis conjiciet, qui non neſcierit aliquot jam retro annis hæc uſurpari illis cœpta.

Nimirum fallentibus clepſydris automatiſque quibuslibet, quæ inter obſervandum adhibere conſueverant, tandem, docente primum Viro ſagaciſſimo Galileo Galilei, hunc modum inierunt, ut è catenula tenui pondus appenſum manu impellerent, cujus vibrationibus ſingulis dinumeratis, totidem colligerentur æqualia temporis momenta. Hac methodo Obſervationes Eclipſium ſcrupuloſius quam antea peregere, Soliſque item diametrum, & Stellarum diſtantias dimenſi ſunt non infeliciter. Sed præterquam quod deficiebat neceſſario pendulorum motus, niſi adſtantis opera identidem juvaretur, tædioſus inſuper labor evadebat, omnes eorum itus rediturſque numerantibus; cui ſane integris noctibus mirabili patientia nonnullos invigilaſſe, ipſis prodentibus, conſtat. Nos autem æquabiliſſimum hocce genus motus cernentes, ac veluti unicum in rerum natura datum, quod ad Mechanicam conſtructionem poſſet traduci, quæſivimus quo pacto hoc ipſum breviſſime aſſequi liceret, atque ita remedium invenire gemino quod retulimus incommodo. Ac multa fabricæ varietate animo perpenſa, hanc denique, quam deinceps tradituri ſumus, ut cæteris planiorem facilioremque ſelegimus. Qua percepta & in publicum porro privatumque uſum, ſicut jam fieri cœpit, converſa, ad univerſos quidem hic fructus redundabit, quod horologiorum, cum inter ſe, tum cum Sole ipſo, quantus nunquam antehac, imo quantus pene optari poſſet, conſenſus animadvertetur. Aſtronomi vero id conſequentur, ut nulla poſthac agitandorum perpendiculorum moleſtia, numerandive ſolicitudine, & illa omnia exequantur, quorum paulo ante meminimus, & alia illis ſubtiliora, ipſam puta dierum de meridie in meridiem inæqualitatem, ſcrutentur; quam qui negare audent, ratione hactenus magis quam certa experientia refutati ſunt. Ut jam de Longitudinum, quam vocant, ſcientia dicere omittam: quæ ſi unquam extitura eſt, deſideratumque tantopere uſum curſui navigantium præbitura, non aliter, quam vectis per mare exquiſitiſſimis atque omni errore vacuis horologiis, id obtineri poſſe, multi nobiſcum exiſtimant. Verum

Digitized by Google

rum hæc res vel ipſi mihi, vel aliis quandoque curæ erit. Nunc automaton noſtrum & figura oculis ſubjiciam, & figuram verbis quam potero dilucide explicabo.

Præcipuam operis partem binæ laminæ continent oblongæ atque inter ſe æquales, A B, C D; quibus rotarum axes utrinque inſerti ſunt. Eæ laminæ lateribus tantum hic ſunt conſpicuæ: columellas autem quatuor, quibus verſus angulos connexæ ſunt, de induſtria exprimere neglexi, ut ne reliquis officerent. Prima rota ſeu tympanum dentatum eſt E; cujus axi orbiculus quoque F affixus eſt. Huic circumjectus funis cum appenſo pondere Δ, eo quem poſtea dicemus modo. Ponderis itaque vi tympanum E vertitur. Hoc movet proximum tympanum H. hoc rotam L, cujus dentes ad inſtar ſerræ dentium formati ſunt. Hujus prope axem erectus ſtat axis M N, cum affixis lamellis ſive auriculis binis, quarum alteri occurrunt ſuperiores rotæ L dentes, alteri inferiores, idque perpetua viciſſitudine, ita ut non in gyrum axis hic circumagatur, ſed reciproco motu, nunc in hanc, nunc in illam partem libretur, dum interim rota L in orbem vertitur. Quem motum pluribus exponere ſuperſedeo, quod in vulgaribus paſſim horologiis reperiatur. à quibus equidem hucuſque noſtrum hoc non diſcrepat; at plurimum in his quæ ſequuntur. Axi enim N M infigitur O tympanum, cujus dentibus aptantur dentes rotæ P, ejus generis quas coronarias vocant artifices noſtri. Nec vero toto ambitu dentata ut ſit neceſſe eſt, ſed parte ſuperiori duntaxat. quippe tympanum O, haud aliter atque axis N M cui cohæret, reciprocam librationem habet, unde & rotam P ſimili motu agitat. Cumque major ſit hujus diameter quam tympani O, ſequitur ut minori etiam circuitus parte rota quam tympanum dictum gyretur. quod quo pertineat alibi indicabimus. Porro ejuſdem rotæ P axis trans laminam C D aliquantum extenditur, habetque conjunctam clavulam Q R, inferius itidem inflexam & terebratam ad R, ita ut per foramen hoc laxiuſculum virgula ænea I T libere transmeet. Hæc vero virgula ſuperius ad S ſuſpenſa eſt filo S I, ex inferiori parte pondus T ſuſtinens, TAB. I.

nens,

pens, quod cochleæ ſubjectæ converſione ſurſum propellitur, cum opus eſt, vel ulterius deſcendit.

Quibus expoſitis ut motus ratio, totiuſque adeo inventi percipiatur (nam quæ præterea in Schemate notata apparent, poſtea exequemur) advertendum eſt in primis, quod ſi perpendiculum S I T per foramen R trajectum non eſſet, neque omnino adeſſet, tunc quidem clavula Q R concitato motu ultro citroque jactaretur, vi ponderis Δ, omnes rotas automati agitantis. Tranſmiſſa autem virgula I T, cum appenſo pondere T per foramen R, impeditur eo dictus clavulæ motus, totumque horologium quieſcit, donec pondus T ſemel impulſum principium agitationis nanciſcatur. Quo facto, pendulum quidem S I T oſcillatorio motu fertur juxta planum laminæ C D. clavula vero Q R, momentum ſentiens ponderis Δ, ultro obſequitur penduli motui, ita ut pauliſper etiam vibrationibus hunc ſingulis adjuvet. Atque hoc modo perennis efficitur penduli agitatio, quæ niſi illud horologio conjunctum foret, brevi deficeret vergeretque ad quietem. Ad ſingulos autem recurſus penduli, percipientur ictus totidem ex appulſu dentium rotæ L ad lamellas M, N. Et hæc quidem de motu automati noſtri, quæ præcipue explicationem requirebant, quoniam in eo ſumma totius inventi vertitur.

In ſchemate porro tertia lamina eſt Y Z, prioribus parallela, & à lamina A B ſpatio diſtans. quo in ſpatio conſpicitur tympanum dentatum V, communem cum rota E axem habens. Huic congruunt dentes rotæ X, quæ media ſui parte conjunctum habet tubulum cavum Γ ultra laminam Y Z prominentem, impoſitumque gerentem horologii indicem primarium Λ. Ipſi vero Γ tubulo alius itidem cavus introrſus conſtitutus eſt, laminæque Y Z conſertus, axis nimirum quo rota X volvatur, & per quem ſimul tranſmittatur axis rotæ H, cui impoſitus eſt index alius Σ longior indice Λ. Is ſecunda ſcrupula demonſtrat. Primorum vero ſcrupulorum ſeu minutorum index prioribus illis utriſque multo brevior Ψ, extremo axi D V, ultra laminam Y Z producto, affixus eſt. Et hic quidem indiculus, laminæ Y Z proximus fertur,

parvo

parvo in circello ſingula prima ſcrupula diſtinguens. Hoc verò ſuperior index horarum Λ convertitur: & ſupra hunc denique Σ index, quem dixi, ſecundorum. Hæc autem, uti & tympanorum omnium diſpoſitio ac dentium numerus, cum multimodis variari poſſint, nos hunc unum in exemplum proponere ſatis habuimus, eumque experientia comprobatum. Itaque & dentium multitudinem in ſingulis tympanis deſignabimus, eam quæ huic formæ optime convenire viſa eſt. In circumferentia rotarum ſingularum E H ſeptuageni bini ſunt, ſeni in tympanis G & K. rota L viginti quinque habet, tympanum O decem. rota P viginti, vel tantum partem horum aliquam, quia, ut dixi, totam dentibus inſecari nihil opus eſt. Penduli longitudo S I T pedis Rhenolandici, qui ad Romanum veterem proxime accedit, dextantem circiter æquat, & cuique vibrationi ſimplici impendit ſemiſcrupulum ſecundum. ad quam menſuram obſervationibus ad ſolem vel ad aliud hujus generis horologium comparatis non difficile perducitur. Ea longitudo rotis ita ordinatis convenit: & exquiſitam motus æqualitatem, quæque etiam Aſtronomicis uſibus ſufficiat, præſtare valet. Quod ſi tamen concinnitate operis inſuper habita, quadruplo majus pendulum adhibeatur, vel ultra etiam producatur, rotis interim majoribus quoque adſumptis, haud dubiè lentioribus oſcillationibus tutius etiam fidemus. Et jam in magnis publicis Horologiis, egregio ſucceſſu, perpendicula ejuſmodi prælonga uſurpari vidimus, alibi duodecim, alibi vicenûm pedum, cum appenſa ſphæra 25 vel 30 librarum. Cæterum revertendo ad ea quæ hic poſita fuere, apparet quidem, rota E ſemel circumacta, duodecies converti rotam H: centies vero quadragies & quater eam quæ ſequitur L. Quæ cum dentes 25 habeat, 3600 vicibus alternatim impellit lamellas M. N. ac totidem recurſus duplices facit pendulum S I T. Cumque 3600 ſcrupula ſecunda, horâ unâ contineantur; hinc horæ ſpatio rota E ſemel convertetur. Quamobrem & circulus indici Ψ ſubjectus in 60 partes dividitur, quæ prima ſcrupula ſignificent. Rota vero H quia

duodecies in hora, hoc eſt, ſemel ſpatio 5 ſcrupulorum primorum verſatur, unaque index Σ, ideo circulum huic indici ſuppoſitum in 5 partes primum diſpeſcimus, & harum deinde ſingulas in 60 minores, quæ ſecunda ſcrupula denotent. Denique index Λ in ſuo circulo duodecim horas diſtinguere debet; ac proinde, ut harum tempore ſemel circumeat, tympano V ſex dentes tribuantur, rotæ X ſeptuageni bini.

Nunc qua ratione pondera Δ, Ξ, horologio appendantur docebimus. Hæc enim novo artificio ita ordinavimus, ut cum ſurſum retrahitur pondus primarium Δ, non propterea ceſſet aut ullatenus impediatur horologii curſus. Quod in hac inventione apprime neceſſarium erat, ne particula temporis aliqua quotidie ſubduceretur, neve penduli motus interea dum pondus attollitur langueſceret. Paratur itaque funis continuus atque in ſe rediens, extremitatibus apte inter ſe connexis. Is primo orbiculum F amplexus, aculeis ferreis aſperum, quo melius funis inhæreat, parte altera trochleæ, cui pondus primarium Δ alligatum eſt, circumvolvitur. Hinc aſcendens ſuper orbiculo Ω tranſit, ac rurſus deſcendens ſuſtinet trochleam alteram cum appenſo minori pondere Ξ; unde denuo ad F redit. Orbiculus Ω (quem demonſtrandi gratia hic inter laminas A B, Y Z, ſuſpendimus, nam alioqui commodius thecæ quæ toti horologio circumdatur affigi ſolet) circumferentiam verſus denticulos habet, ut in rota L, ſerratos, ac deſuper prementem elaterem Θ, quo fit ut in alteram tantummodo partem volvi poſſit, attracto nimirum fune Π, ac pondere propterea Δ aſcendente: Nam contrarium motum elater dentibus occurrens prohibet. Crenam autem ſecundum circumferentiam dicti orbiculi ita cavari oportet, ut funem immiſſum nonnihil coarctet conſtringatque, quo minus poſſit immoto orbiculo delabi; quem in finem etiam pondus Ξ adhibetur. His ſic conſtitutis, ſemper Δ dimidia ſui gravitate incumbet funi Φ, motumque horologio continuabit etiam dum attracto fune Π in altum attollitur. Et hactenus

qui-

Digitized by Google

quidem quæ ad conſtructionem automati pertinent declaravimus.

Reliquum eſt, ut, quantum idem iis omnibus, quæ ad hanc diem in uſu fuere, antecellat, perſpicuum faciamus. Satis conſtat plurimas in his erroris & inæqualitatis cauſas eſſe. Nam & in diſponendis rite elimandiſque tympanis vel leviſſimum peccatum, continuo motus inconſtantia notabilis conſequitur. Tum vero & ſiccato atque evaneſcente oleo, quod axibus addi ſolet, tardius horæ procedunt. atque ut hæc abſint, varias tamen, anni tempeſtatum & aeris, mutationes horologia ſentiunt, imo præſentiunt nonnunquam: & frigore quidem plerunque pigriora comperiuntur, æſtu plus æquo properant. Penduli vero cum ſit ea vis ac proprietas, ut neceſſario eodem ſemper tenore feratur, neque ab eo niſi mutata longitudine unquam declinet; apparet ſane omnia illa quæ diximus incommoda invento noſtro penitus nos ſuſtuliſſe, adeo ut niſi tale quod interveniat impedimentum, quo horologii motus omnis ſiſtatur, nulla jam curſus ejus retardatio aut inæqualitas timenda ſit. At enimvero non nemini duplicem hic dubitandi cauſam oboriri poſſe ſcio. Primum, quod differre à pendulo libero noſtrum hoc videatur, quippe ad ſingulas vibrationes vim quandam ac nixum clavulæ Q R ſentiens. Deinde quod, etiamſi penduli ſimplicis proprietates retineat, perque omnia æmuletur, hujus tamen ipſius geminæ inæqualitates à nonnullis, qui ſubtiliter hæc perquiſiverunt, animadverſæ ſint. Hìc illud quod de clavulæ impreſſione dicitur verum eſſe non diffitemur. Sed leviſſimam utique hanc eſſe novimus ratione gravitatis T, quæ ſic temperatur, ut tantum non deficiat penduli agitatio, ſed quam minimâ, & eâdem tamen latitudine perſeveret. Proinde nihilo concitatior aut minus æquabilis hic ipſius motus evadit, quam ſi clavulæ prorſus obnoxius non eſſet, pendulumque ſimplex S I T, ut adhuc fieri conſuevit, manu impelleretur. Et hoc quidem ex-

Digitized by Google

perientia optime comprobat. Penduli vero ipſius, quas adnotant, binas inæqualitates, alii autem contra pernegant, earum alteram admittimus, ſed vix quicquam horologio noſtro officientem, alteram plane nullam eſſe adſeverare non dubitamus. Illud itaque vere aſſerunt, non prorſus æquali tempore latiores ejusdem penduli ac anguſtiores vibrationes tranſire, ſed his illas paulo plus inſumere, quod facili experimento demonſtrari poteſt. Nam ſi pendula duo, pondere ac longitudine æqualia, alterum procul à perpendiculo, alterum parumper dimoveantur, ſimul dimiſſa, non diu in partes eaſdem una ferri cernentur, ſed prævertet illud cujus exiliores erunt recurſus. Verum huic inæqualitati noſtrum, uti dixi, horologium minus obnoxium eſt, eo quod omnes oſcillationes æquali ſpatio à perpendiculo excurrant. Nec tamen in totum expers remanſit, ſi minutiſſima quæque, ſicut hac in re fieri neceſſe eſt, conſectari velimus. Contingit ſiquidem vel aëris intemperie, vel operis vitio aliquo, ut non ſemper pari vi agitetur clavula Q R, unde & oſcillationes penduli (licet exiguo diſcrimine) creſcere ac rurſus imminui neceſſe eſt. Cumque ampliores recurſus arctioribus, ſicut modo dicebam, plus temporis impendant; idcirco nonnulla hinc in horologii motu inæqualitas exiſtit. Et huic quidem, utut contemptibilis videri poſſit, remedium etiam adhibere ſolebamus, quamdiu ita conſtructa erant horologia, ut majuſcula eſſet penduli agitatio. Poſtmodum vero, ne remedio opus eſſet, effecimus adhibito tympano O rotaque P: quibus hoc conſequimur, ut quamlibet anguſtæ ſint penduli vibrationes, neque eo ſecius axis M N, quantum neceſſe eſt, reciproco motu convertatur. Nam cum tympani O diametro dupla vel tripla ponatur diameter rotæ P, ſequitur ut hujus exigua licet oſcillatione, illud tamen ſatis magnam circuitus partem abſolvat. Sic igitur oſcillationibus univerſis exilioribus redditis, etiamſi harum aliæ alias latitudine quandoque excedant, ſingularum tamen tempora, experientia teſte, nullo memorabili diſcrimine differunt. Qua ex re & hoc contingit, ut aucto vel

vel ad duplum pondere Δ, non propterea penduli motus acceleretur, aut horologii curſus alteretur, quod in omnibus aliis hactenus uſitatis ſecus accidit. Alteram penduli inæqualitatem, Vir Aſtronomiæ ſtudiis clarus, Gothofr. Wendelinus, primus & ſolus, ut opinor, prodidit; expertum ſeſe ſcribens, ejuſdem penduli velociores eſſe oſcillationes hyemali tempore quam æſtivo idque notabili differentia. Sed quoniam in eo examine arenaria tantum horologia, vulgariaque automata ſeſe adhibuiſſe fatetur, cum ſciotericis, fortaſſe non nimia cura deſcriptis; multi, quam recte ſe haberet hæc ipſius obſervatio, dubitarunt. Mihi certe nihil ejusmodi licuit animadvertere. Quin contra, & minoribus horologiis, quibus ſemipedale eſt pendulum, & majoribus, in quibus 24 fere pedes æquat, eandem perpetuo longitudinem, brumæ tempore ac æſtate media, convenire expertus ſum. Quæ longitudo ſaltem ſeptima ſui parte per hyemem productior eſſe deberet, ſi Wendelini vera foret opinio.

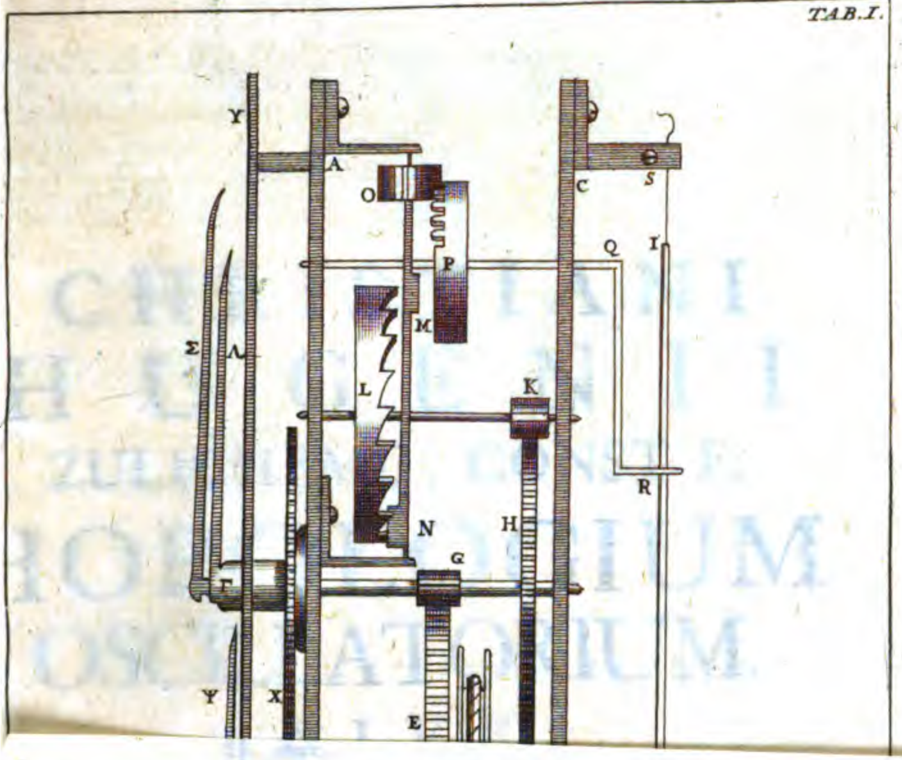
Aſſerta igitur & hac in parte automati noſtri motus æquabilitate & conſtantia, finem jam deſcriptioni imponemus; multa quæ his addi præterea poſſent, artificum induſtriæ relinquentes, qui rationem inventi hujus edocti, non difficile reperient quo pacto illud varii generis horologiis, atque iis etiam quæ pridem ad veterem formam fabricata ſunt, applicari queat. Nos quidem apud eum, cujus opera primum in his fabricandis uſi ſumus, talia quoque confecta vidimus, quæ non pondere, ſed elateris vi moverentur. In quibus, cum antehac pyramide illa æquatoria, chordaque huic circumvoluta opus eſſet, quorum ope adæquarentur primi ac poſtremi elateris impetus; nunc iis omiſſis, ipſi tympano, cui elater incluſus eſt, dentes adduntur. Nam licet hoc modo non æque in fine ac principio vigeat penduli motus, non tamen eo lentiores ſub finem oſcillationes efficiuntur, uti ſuperius fuit demonſtratum. Elater vero ea parte, qua ad centrum convolutus eſt, intenditur, atque ita cavetur ne quo temporis momento curſus horologii ſuf-

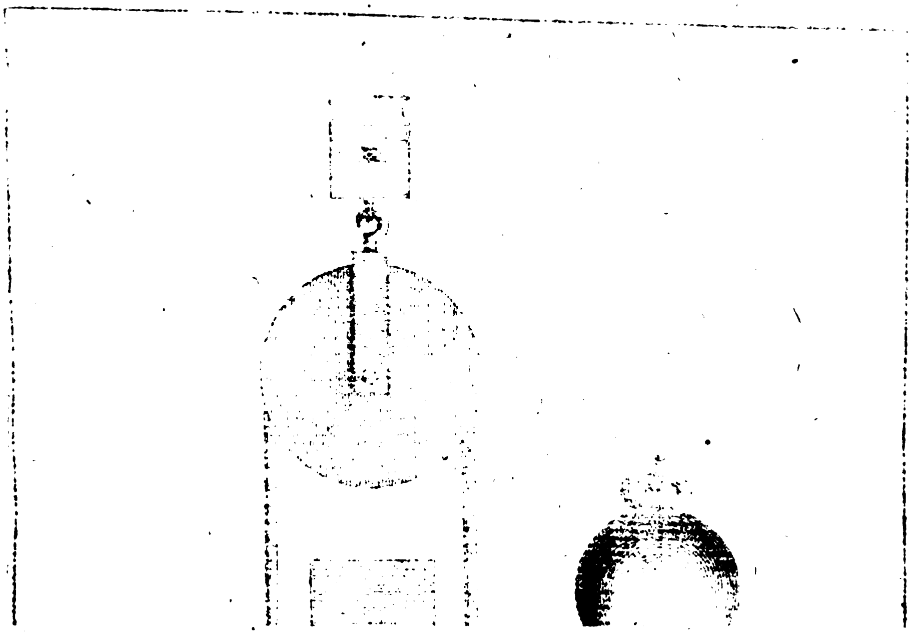
ſlaminetur. Mitto quod & ſonitu horas edentia automata hujuſmodi machinatus eſt, ita ut uno eodemque, ſive pondere, ſive elatere, pars utraque, tam quæ ad hoc comparata eſt, quam quæ indicem horologii verſat, moveretur. Etenim hæc omnia ad inventum noſtrum haud aliter ſpectant, quam quod occaſionem iis atque opportunitatem præbuerit.

FINIS.

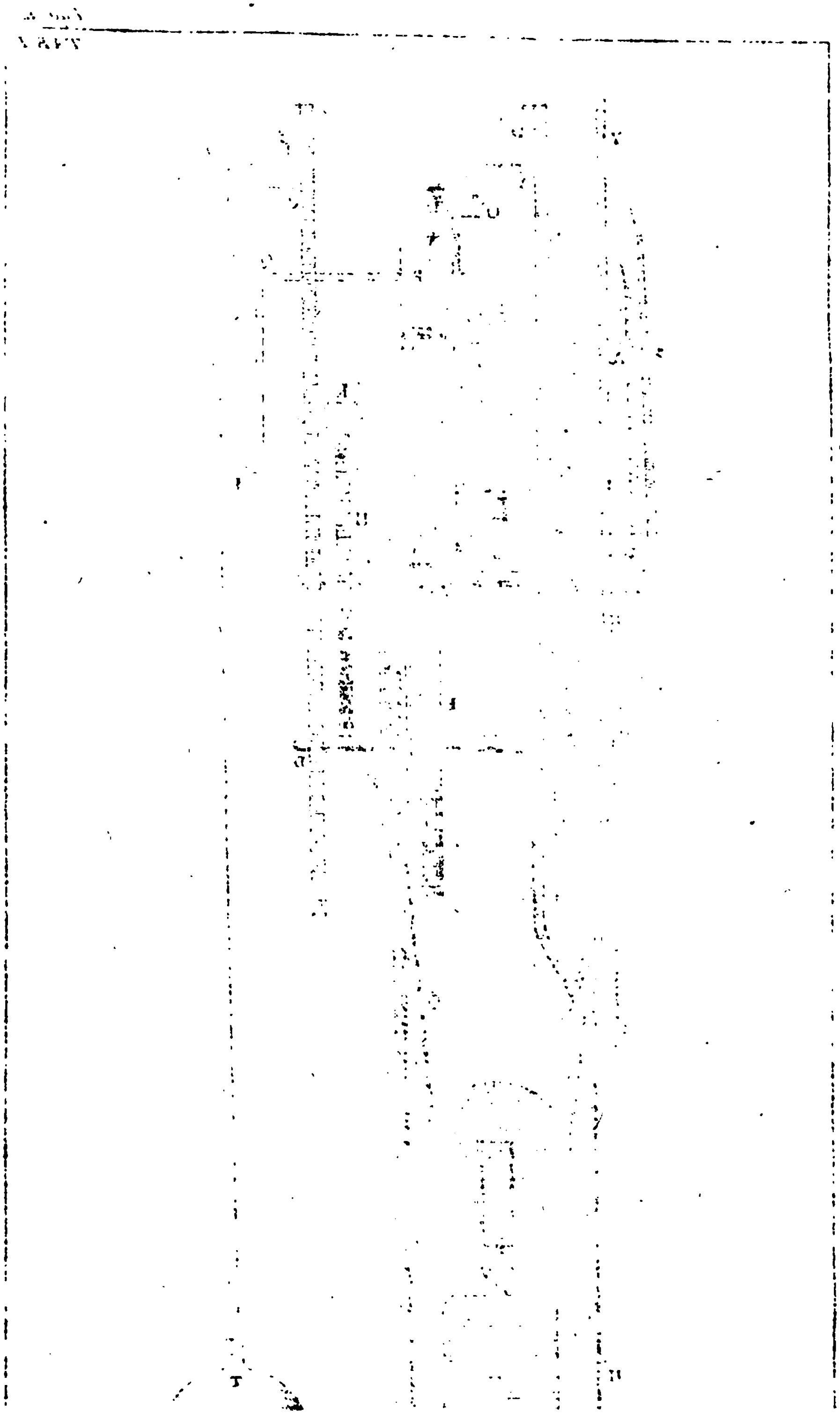
Digitized by Google

TAB. I.





Digitized by Google



Digitized by Google

CHRISTIANI HUGENII
ZULICHEMII, CONST. F.
HOROLOGIUM OSCILLATORIUM.
SIVE
DE MOTU PENDULORUM AD HOROLOGIA APTATO DEMONSTRATIONES GEOMETRICÆ.

Digitized by Google

Dividitur liber hic in partes quinque, quarum

Prima *Deſcriptionem* HOROLOGII OSCILLATORII continet.

Secunda agit de *Deſcenſu gravium*, & *motu eorum in Cycloide.*

Tertia de *Evolutione & Dimenſione linearum curvarum.*

Quarta de *Centro Oſcillationis ſeu Agitationis.*

Quinta *alterius Horologii conſtructionem*, in quo circularis eſt penduli motus, exhibet, & Theoremata de *Vi Centrifuga.*

Digitized by Google

LUDOVICO XIV, FRANCIÆ ET NAVARRÆ REGI INCLYTO.

RENATAM, Rex maxime, reſtitutamque hoc ſæculo Geometriam, Galliæ præcipue debemus. Hinc enim orti, qui magna meliorique ſui parte deperditam, ac veluti ſepultam, inſtaurarunt primi, & in lucem reduxerunt. Quorum veſtigiis inſiſtentes, ita eam deinde, per totam Europam, excoluere viri ſubtiliſſimi, ut pauca jam poſterorum induſtriæ ab his relicta videantur; veterum vero inventa longiſſime prætervecti ſint. In hac ſcientia, quam ſemper admiratus ſum & amavi plurimum, quandocunque ad eam animum applicui, illa mihi præ cæteris propoſui inveſtiganda, quæ vel ad vitæ commoda, vel ad Naturæ cognitionem, reperta

C pro-

prodeſſe poſſent. Tunc verò optimè operam me collocaſſe exiſtimavi, cum in ea incidiſſem, in quibus utilitas cum inveniendi difficultate, ac ſubtilitate aliqua, conjuncta foret. Quod ſi commendationis nonnihil accerſere muneri noſtro permittitur, ne prorſus indignum tua magnitudine appareat; non alias felicius, quam in hoc Horologii invento, utrumque illud me conſecutum eſſe profiteor. Etenim, cum ex parte mechanicum ſit inventum; ex parte altera, eaque multò præcipua, geometricis principiis conſtet; id quod ad hanc attinet, non levi conamine, ex intimis artis receſſibus petendum fuit: adeo quidem, ut inter omnia, quæ impenſiore ſtudio hactenus pertractaverim, haud dubie primum huic ſpeculationi locum tribuam. Quænam vero in his ſit utilitas, non eſt quod multis, Rex potentiſſime, oſtendere tibi laborem. Non ſolum enim diutinâ experientiâ compertum habes, ex quo regiæ tuæ penetralibus recipi meruere Automata noſtra, quantum, æquabili horarum demonſtratione, cæteris hujuſmodi machinationibus excellant: ſed & potiores uſus eorum, quibuſque jam inde à principio mihi deſtinata fuere, non ignoras. Illos ſcilicet, quos & in Cæleſtium obſervationibus, & in Longitudinibus locorum inter navigandum dimetiendis, præſtare apta ſunt. Tuo enim juſſu, non ſemel, per mare vecta fuere Horo-

Digitized by Google

logia noſtra. Tuis auſpiciis eadem nec pauca, Aſtronomiæ uſibus dicata, viſuntur in præclara illa Uraniæ arce, quam inſigni nuper magnificentia, quantaque antehac regum nemo, exædificandam curaſti. Quæ quoties mecum reputo, toties de fortuna hujus inventi, quod in tua tempora inciderit, non parum mihi gratulari ſoleo. Nec jam requiret quiſquam, opinor, qui quantum tibi illud debeat intelliget, cur lucubrationes has, quibus rationem ejus omnem deſcriptionemque explicui, auguſto Nomini tuo inſcribendas duxerim. Ac minus etiam id mirabitur, qui mihi, ad hæc atque alia meditanda, tranquillum otium benignitate tua contigiſſe didicerit. Namque & hujus, ut mihi aliquatenus apud te ratio conſtaret, adnitendum erat; & quoquo modo conandum, ut, multis continuiſque à te beneficiis affectus, nonnulla grati animi ſignificatione defungerer. Scio equidem, rebus maximis, negotiiſque iis intento, quæ in illo rerum faſtigio poſitum agitare convenit, haudquaquam tibi liberum eſſe, ut ad hujuſmodi contemplationes animum, alioqui rerum omnium capacem, advertas. Sed non ideo minus grata hæc fore, minusve tibi probatum iri arbitror, Rex auguſtiſſime; cui illa maxime placere videmus, quæ plurimum publicè proſunt; neque aliud magis curæ eſſe, quam ut nova incrementa ſumant optimæ diſciplinæ,

Digitized by Google

noviſque illuſtrentur inventis. Hoc enim ſatis declarat eximia illa tua, ac ſingularis, tum in ipſis promovendis, tum in his qui cognitione earum præminent remunerandis, liberalitas. Quam non immenſæ, ac ſolito majores, bellorum impenſæ quidquam imminuunt: non Galliæ tuæ fines circunſcribunt. Ut plane te hoc agere appareat, quo non ſolum ſub imperio tuo viventes, ſed & Orbis univerſus, quacunque beneficio tuo dignus eſt, te regnante, eruditior, ornatior, felicior evadat. Cui veriſſimæ præclariſſimæque gloriæ tuæ, ita aliquid fortaſſe etiam hæc literaria monumenta conducent; ut, ſi viguiſſe hoc tempore ſtudia iſta, arteſque, poſteris teſtari poſſint, ſimul illos edoceant, tuæ hoc virtuti, atque animi magnitudini, ante omnia acceptum ferendum eſſe. Lutetiæ Pariſiorum; XXV. Mart. A. CIↃIↃCLXXIII.

Digitized by Google

HADRIANI VALLII
DAPHNIS,
ECLOGA.
Ad Chriſtianum Hugenium Zulichemium, Conſtantini F.

*F*Initimum *tutela, ſimul jucunda voluptas,*
*Dilectæ Phœbo, Sceverinides * Oceaninæ;*
Hunc quoque Pierium mihi fortunate laborem:
Pervigilem noctem quo carmine duxerit Ancon
Navita, dicemus: veſtro ſic gurgite numquam
Pan lavet, aut turpes inceſtent æquora Fauni.
Te, quem Fama vehit ſuper aurea ſidera curru;
Ne pigeat nobis aurem præbere faventem,
Hugenide, *decus Hugenidum, fratrumque patriſque:*
Haud indigna tuo ferimus donaria ſenſu,
Sicelisin aptata modis à vate Batavo
Mixta Palæphatio commenta Solenſia verſu,
Teque intertextum tuaque præclara reperta.
Jam caput Oceano, ſtipata minoribus aſtris,
Extulerat radiis fraternis æmula Phœbe,
Cum reditum molirentur paſtoria pubes,
Sidere quam pleno conchas legiſſe marinas
Juverat, hærenteſque vadis captare paguros.
In celſo tamen advertunt Ancona morantem
Colle, reum toties promiſſi carminis. ipſum
Theſtylis & Corydon, quos cætera turba ſecuti,
A tergo circumveniunt, cinguntque corona.

C 3 *Ec-*

* Sceverina, Pagus apud Batavos, mari adjacens.

Ecquid agat, rogitant blande: tum fauſta precantur;
Et damnant voti, promiſſaque carmina poſcunt.
Contra ille; O Pueri, quid portet craſtinus Eos,
Sedi explorator: turmales agmine mergi,
Solivaga aut cornix, aut alcyones deſertæ
Si qua darent mihi ſigna. maris cras æquor arandum.
Detinuit nunc uſque Jovis clementia ſudi,
Et picturatus tot circum animalibus æther.
Quæ nos in vitreo miramur monſtra profundo,
Fert radians æther, vultus formasque natantum.
Cancer ibi eſt, delphinque; eſt grandi corpore cetus.
Ad Boream piſces, & contemplere ſub Auſtro
Piſces; nuper ubi numero creviſſe feruntur.
Sunt urna, fluviusque, & apluſtris comta carina
Illic. quin operis ſimulamina plurima veſtri,
Luminaque in cælo pecori debentia nomen.
Sunt hædi parvæque ſues, materque capella.
Et fuſe ſparſo quæ candet ſemita lacte.
Veſtibulum ſervant, elucens vellere fulvo
Dux aries, ingensque auratus cornua taurus.
Bini cernunturque canes, pernoxque bubulcus;
Plauſtraque; quique auriga ſuis excuſſus habenis.
Stellatum volat alatus per inane caballus:
Ac præſepe ſuum juxta ſtabulantur aſelli.
Illic virgo, manum Cereali inluſtris ariſta,
Et, tranſmutatus faciem, Pan ipſe renidet;
Daphnin amans veſtrum, ſecretæ rupis in umbra,
Uranie velut edocuit: me ſingula Daphnis.
Singula quæ (carmen quia poſcitis) ordine pandam.
Extemplo tentat vocem: numerosque modosque
Perpendens mulcet variis concentibus auras.
Tum venti poſuere. jacet ſine fluctibus æquor;
Factaque ſunt terris, ſunt facta ſilentia ponto.
Mox interfatur: Quod proſperet; ab Jove magno
Ordiar: ordiri conſuerunt ab Jove vates.
Vos, nec enim rerum brevis hic mihi naſcitur ordo,

Noctur-

Digitized by Google

Nocturnum chorea defendite corpore frigus.
Inde Jovis magni cunas, veteriſque celebrat
Saturni juſſum crudele, dolumque Cybelles;
Ortaque Dictæis Corybantia ſacra latebris:
Ut puero nutrix ſit olentis lecta mariti
Uxor; & ipſa recens hædos enixa gemellos;
Queis comitata polum modò lucida ſtella frequentet,
Quæ prius Oleniïs balavit beſtia campis;
Sub pedibusque terat formoſi limen Olympi.
Tantus amor Jovis, & percepti gratia lactis.
Nec tamen hoc niveum manaſſe fluore nitorem,
In duo ſecta vias, oculis manifeſta videntum,
Semita quo candet ducens ad tecta Tonantis;
Tergeminam ſed noctem productumque canebat
Alciden mundo; Deus immortalis haberi
Haud pote qui fuerat, ſopitæ parvula mammis
Labra pater gnati niſi conjugis admoviſſet:
Quæ, ſimul experrecta, ſimul conterrita, ſurgens
Uvidulas tenero mammas ſubtraxerit ori,
Indignata. pavimentum tabulataque cœli
Deciduus maculis ut tunc infecerit albis
Per convexa ruens in ſe revolubilis humor:
Orbita cycneo nunc unde bifurca colore,
Ducta per æquales medio diſcrimine partes,
Cæruleum velut argento ferruminet axem:
Axem, cervices qui quum laſſaret Atlantis,
Haud gravis Herculeo requierit ſarcina collo;
Atque tot ærumnas quem poſt, maneſque ſubactos,
Ipſe ſuis ornet jam portio magna triumphis;
Heſperidum contra cuſtodem divitis horti
Inſurgens Anguem pede nixus; apertaque retro
Terribili rictu nil curans ora Leonis;
Lernæaque audacem Hydræ ſuccurrere Cancrum;
Monſtra novercales teſtantia jugiter iras
Et fruſtra bacchatum odium Junonis iniquæ.
Hinc aliam memorat graſſatam fraude novercam;

Et

Digitized by Google

Et tranſmittendi pavidam nimis æquoris Hellen:
In thalamos ſit ut illa tuos, Neptune, recepta:
Phryxeumque pecus, fœtamque heroibus Argo
Phaſidos ad fluctus deducit & æthera cantu.
Nec ſilet Europæ vectoris præmia; vel te,
Bigarum Pelopis perjuri, Myrtile, rector.
Myrtoum pelagus ſignaras ante caduco
Funere; ſublimem nunc tollunt cornua Tauri.
Haud procul his Hyades notat exardeſcere: ſed, quæ
Sunt Hyades Grajis, Suculas dixiſſe Latinos;
Atque duas ſeptem mutaſſe Trionibus Arctos;
Arctophylaca pigro, ſua plauſtra ſequente, Bubulco;
Quando bovem priſco vocitabant more trionem,
Quod tereret duro proſciſſam vomere terram.
Hanc adeo ſortem miſerans, ſuſpiria ducit;
Buceriumque genus queſtu compellat inani;
Ah pecus infelix, armentum! ſæcla fuerunt,
Pondere quum duro neque vos gemeretis aratri,
Navita nec veſtro vocitaret nomine ſtellas.
Tunc neque ſidus erat terris pia Virgo relictis,
Quæ Cereale manu ſpicum gerit; Icariotis
Sive ſit Erigone, cui fida Canicula patrem
Quærenti indigna monſtravit cæde peremtum;
Atque, comes dominæ, domino comitem Oarioni
Aſtra minor ſocium majorem repperit inter:
Seu magis Aſtræi ſit ſanguine creta, perenne
De genitore ſuo quæ nomen contulit aſtris:
Sive ſit antiquæ Themidis juſtiſſima proles,
Averſata jugo vos aſpectare gravari,
Tempora dum, pulſis melioribus, ærea ſurgunt:
Sive ſit alma Ceres; horrens fugitiva videre
Vos quoque mactari; nil pejor linquit inauſum
Ferrea dum ſoboles, ipſorum inimica Deorum:
Quos, quaſi de terra (nam Dii coluiſtis & illam)
Sit pepuliſſe parum, tentavit pellere cælo.
Tum deteſtatur ſuffultos angue Gigantas;

Por-

Digitized by Google

Porphyriona, ſtatu terrentem cuncta minaci;
Rhæcumque; immanemque Gygen, validumque Mimanta;
Enceladumque; manusque rotantem Ægeona centum;
Et, cui par nemo feritate, Typhöea dirum;
Auſos invaſiſſe Deos tellure fugatos,
Ac totum magno cælum compleſſe tumultu,
Undique divulſas jaculantes torviter ornos
De tumulis cumulorum montibus ex aggeſtis.
Terrigenam ut pubem, Divûm penetralia ſancta
Rimantem, Superi mentito fallere vultu
Quæſierint, addit; diſpertitosque pavore:
Donec apud late ſtagnantis flumina Nili
Horrificam faciem Pan ſumſerit Ægocerotis;
Ambiguoque ſono Superos animarit ad arma,
Anguipedesque metu dare terga coëgerit omnes:
Cælo donandos Aſinos auxiſſe timorem
Congerie vocum, perterricrepoque fragore:
Illa cælicolis nam tempeſtate fuiſſe
Auxilio Satyros, Silenorumque phalangem,
Evantes in aſellis cum Bacchæo ululatu,
Thyrſis armatos, tectos colocynthide parma.
Parvus ut interea volucer cum matre Cupido
Venerit Aſſyrii fugiens Euphratis ad undam;
Induerintque gregis (Syriæ poſt numina genti)
Squammigerum formas, gemini nunc aurea Piſcès
Lumina, ſigniferum Capricorno juncta per orbem,
Ni fuſa medius ſecernat Aquarius Urna;
Deucalioneos neque non ediſſerit imbres,
Nectaris aut quanti Ganymedes pocula verſet;
Sive ſit is Cecrops, peplo præſignis Athenæ;
Paſtor Ariſtæus ſeu plena alvearia geſtet,
Quæ ſubter volitetis apes examine denſo.
Qualiter & pandus vectarit Ariona Delphin,
Ac aliter vectum Danaeium Perſea narrat;
Cepheaque, Andromedenque, & mæſtam Caſſiopeiam;
Inſertumque polo vaſtum Piſtricis hiatum:

Quem Phaëthonteus longo ſinuamine propter
Fulgeat Eridanus declivi proximus Auſtro:
Nuper ad occulti Batavos ubì verticis axem
Intuitos nova ſquammigerum ſimulacra micare:
Sollertes Batavos, imo ſeu gurgite piſcem
Venari ſit opus, vel in alto ſidera cælo.
Tum canit, ut Daphnis ſacra ſub rupe docentem
Viderit Uranien: argutas carmina ſilvas,
Et repetita cavos ediſcere carmina montes:
Ut Chaldæa vetus, mira dulcedine capti,
Stent auditores circum, & Babylonia turba;
Dein quos Graja tulit, quos aut Nilotica tellus,
Itala quos, ac pulchra ſuo cum Cæſare Roma;
Poſt Arabum de ſtirpe viri & regnator Iberus;
Ac tandem quos conſultos Germania miſit
Aſtrorum cælique, ſuæ qui ſidera terræ;
Inferior nullis ut item neque Gallia deſit;
Gallia magnanïmi Regis ſplendore ſuperba,
Borbonios ignes cui parturit arduus æther:
Tum Dea quo Daphnin, Divam quo Daphnis amore
Complexus, quanti non conſcia Latmia ſaxa:
Utque Conon juveni radium donarit, utrimque
Multo inſignem auro, & pellucidulis cryſtallis;
Per quas quod ſpectes, prope fiat; & augmina ſumat:
Dixerit &: Sollers, en, primus quale Batavus
Munus adornarit; ſed Etruſci quo decus Arni
Eſt Antenorea ſenior Tyrrhenus in urbe
Regna Jovis princeps metatus, ab æthere vobis
Nunquam nota prius miracula nuntia portans;
Lunaï montes; vultus tibi, Phoſphore, ternos;
Quove ſatellitio ſubluſtri nocte vagetur
Stella Deûm regis per cærula templa ſuperne.
Hoc quoque tu non nota prius miracula prodes:
Hujus erat tibi ſervatus ſollertior uſus;
Arcanumque Chroni mortalibus omne recludes.
Accipe fruſtra olim nobis optabile donum.

Daphni-

Digitized by Google

Daphnidis ad gratum nomen pernice chorea
Exſultant alacres Pueri: neque ſegnius ipſe
Proſequitur; Geminas imitantia lumina falces
Hactenus ut vane Saturni credita ſidus
Oblongo tam diverſa ſub imagine diſco
Fingere, quando globum teretem teres annulus extra
Splendet, & ambo nigror ſpatii diſterminat intus;
Exiguo circum quos erret ſtellula gyro:
Omnia divino quæ fretus munere Daphnis
Extulerit, non ante novam vulgata per artem:
Adjungitque; quod his meritis permulſus, eundem
In ſua magna Chronus ſit adire ſacraria paſſus:
Heic oculis luſtrarit ut omnia; promſerit atque
Inventum ſubtile ſecandi temporis illinc;
Partes quo minimas ac momina dividat horæ,
Oſcilla ex tenui ſuſpendens mollia filo:
Id labyrintheos curſus qui dirigat alni,
Ignarumque viæ ratis haud ſinat eſſe magiſtrum:
Cui neque quotidie tam certus ſpondeat auctor,
Oceano quantum Titan altiſſimus exſtet;
Ac quibus emergat, queis tunc ſimul occidat oris,
Daphnidos egregio norint conamine docti.
Ille canit: chorus in numerum ſua brachia quaſſant,
Alternoque ſolum pede pulſant. at freta ſaltu
Librabant hilares ſeſe ſuper humida thynni.
Auritus leporum populus tunc creditur ultro
Iliceas liquiſſe domos, caraſque quietes
Vicini nemoris: nulloque frequentior unquam
Caricis arroſor prodiiſſe cuniculus antris
Tempore narratur; narrent ſi vera puellæ
Littoreæ, quæ ſiccandis cuſtodia paſſim
Retibus ad ventos expanſis forte ſedebant.
Pectore Nereïdes nudo, laſciva caterva,
Viſa per incertam Lunam, viſæve putantur,
Et Triton, Glaucusque, procul ſub luce maligna;
Tuque, cubans juxta ſtratas prope littora phocas,

 Neptu-

Neptuninarum pecudum fidiſſime cuſtos:
Neu quisquam ſeræ meminit decedere nocti.
Interea tenebræ denſantur; & abdita nimbo
Cynthia dum latitat, cæli de parte ſerena
Cinctum non ſolitis proceſſit crinibus aſtrum,
Prolixumque trahens albore notabile ſyrma.
Mirantur chorus attoniti. miratur & ipſe;
Præſertim tantum capiti cum demſit honorem,
Ornatumque ſequacem omnem mox reddita Luna.
Infit &: Ad ſua quisque mapalia tendite nota,
Prodigio nil ſolliciti, curamve foventes.
Inſuetos alias tales cantabimus ignes,
Et trepidantem nequicquam formidine vulgum.
Hæc Ancon: mihi viſa tibi quæ digna referri,
HUGENIDE, *decus Hugenidum, cui ſidera curæ,*
Nec Phœbum ac Pimplæ fas eſt contemnere Divas,
Queis tua tota domus, fratres, genitorque dicati.
Sic neque te facies peregrini terreat aſtri,
Idemve anne alius vario fulgore cometes.

A. CIƆ IƆC LXV.

CHRI-

Digitized by Google

CHRISTIANI HUGENII
ZULICHEMII, CONST. F.
HOROLOGIUM OSCILLATORIUM,
SIVE
DE MOTU PENDULORUM
AD HOROLOGIA APTATO
Demonſtrationes Geometricæ.

ANNUS agitur ſextus decimus ex quo fabricam horologiorum, tunc recens à nobis inventorum, edito libello * publicam fecimus. Ab illo verò tempore cùm multa invenerimus ad perfectionem operis ſpectantia, viſum eſt ea ſingula hoc libro exponere. Quæ quidem adeo ad perfectionem ejus inventi pertinent, ut potiſſima ejus pars cenſeri poſſint, ac velut fundamentum totius mechanicæ hujus, quo prius de-

* Vide ſupra pag. 5.

Digitized by Google

ſtituta erat. Menſura enim temporis certa atque æqualis, pendulo ſimplici naturâ non inerat, cum latiores excurſus anguſtioribus tardiores obſerventur; ſed geometria duce diverſam ab ea, ignotamque antea penduli ſuſpenſionem reperimus, animadverſâ lineæ cujusdam curvaturâ, quæ ad optatam æqualitatem illi conciliandam mirabili planè ratione comparata eſt. Quam poſtquam horologiis adhibuimus, tam conſtans certusque eorum motus evaſit, ut poſt crebra experimenta terra marique capta, manifeſtum jam ſit & Aſtronomiæ ſtudiis & arti Nauticæ plurimùm in iis eſſe præſidii. Hæc ea eſt linea quam defixus in circumferentia currentis rotæ clavus, continua circumvolutione, in aëre deſignat; à Geometris noſtri ævi cycloidis nomine donata, & ob alias multas ſui proprietates diligenter expenſa; à nobis verò propter eam quam diximus menſurandi temporis facultatem, quam nihil tale ſuſpicantes, ac tantùm artis veſtigiis inſiſtentes, ineſſe ipſi comperimus. Hanc cum jam pridem amicis horum intelligentibus notam fecerimus (nam non multo poſt primam horologii editionem animadverſa fuit) nunc eandem, demonſtratione quàm potuimus accuratiſſima firmatam, omnibus legendam proponimus. Itaque in hac tradenda demonſtratione potiſſima pars hujus libri verſabitur. Ubi primùm neceſſe fuit novis nonnullis demonſtrationibus ſtabilire & promovere ulterius viri maximi Galilei de deſcenſu gravium doctrinam, cujus fructus deſideratiſſimus, atque apex veluti ſummus, hæc ipſa quam invenimus cycloidis eſt proprietas.

Quæ porro ut ad pendulorum uſum aptari poſſet, nova curvarum linearum conſideratio adhibenda fuit, earum ſcilicet quæ

quæ ſui evolutione alias curvas generant. Unde comparatio inter ſe longitudinis curvarum cum rectis naſcitur, quam ulterius etiam quam præſens neceſſitas poſtulabat proſecutus ſum, propter theoriæ, ut mihi viſum eſt, elegantiam & novitatem.

Cæterùm ad explicandam Penduli Compoſiti naturam, cujus utilitatem in conſtructione horum automatôn demonſtro, adjungenda fuit Centrorum Oſcillationis contemplatio, à pluribus quidem, ſed minus feliciter, hactenus tentata; in qua theoremata complura animadverſione, ni fallor, digna reperientur, ad figuras lineares, planas, ſolidasque pertinentia. Ante hæc omnia vero præmittitur ipſa horologii mechanica conſtructio, pendulique applicatio, eâ formâ quæ ad uſus aſtronomicos aptiſſima reperta eſt, ad cujus inſtar reliquæ omnes, mutatis quæ opus eſt, facile ordinari poſſint.

Quia vero contigit egregio hujus inventi ſucceſſu, quod fieri plerumque ſolet, quodque futurum prædixeram, ut plures ſeſe ejus auctores eſſe cuperent, aut ſi non ſibi ipſis, ſuæ tamen nationis alicui potius quàm nobis eum honorem tribui vellent, iniquis eorum conatibus tandem aliquandò occurrendum hic arbitror. Nec ſanè aliud fere opponere iis neceſſe fuerit præterquam id unum, nempe ante annos ſexdecim, cum nec dicto nec ſcripto cujusquam de horologiis hujusmodi mentio facta eſſet, aut rumor ullus omnino ferretur (loquor autem de penduli ſimplicis uſu ad horologia tranſlato, nam de Cycloidis additione nemo credo controverſiam movebit) conſtructionem eorum propria meditatione me adinveniſſe & perficiendam curaſſe. In ſequenti anno, qui nempe hujus ſæculi quinquageſimus octavus fuit, delinea-

Digitized by Google

neationem automati deſcriptionemque typis vulgaſſe; exemplaria, tum operis ipſius, tum libelli, quaquaverſum dimiſiſſe. Nam cum hæc ita omnibus nota ſint, ut nec teſtimoniis eruditorum, nec Bataviæ Ordinum actis, quibus poſſent, confirmari opus habeant, facile apparet quid de illis exiſtimandum ſit, qui ſeptem poſt annis eandem conſtructionem, quaſi à ſe ſuisve amicis profectam, libris ſuis venditarunt. Qui vero Galileo primas hic deferre conantur, ſi tentaſſe eum, non vero perfeciſſe inventum dicant, illius magis quam meæ laudi detrahere videntur, quippe qui rem eandem, meliore quam ille eventu, inveſtigaverim. Cum autem vel ab ipſo Galileo, vel à filio ejus, quod nuper voluit vir quidam eruditus, ad exitum perductum fuiſſe contendunt, horologiaque ejusmodi re ipſâ exhibita, neſcio quomodo ſibi creditum iri ſperent, cum vix veriſimile ſit adeo utile inventum ignoratum manere potuiſſe annis totis octo, donec à me in lucem ederetur. Quod ſi deditâ operâ celatum fuiſſe dicant, idem hoc intelligunt à quolibet alio poſſe obtendi, qui ſibi originem inventi arrogare cupiat. Itaque probandum quidem id foret, neque eo magis ad me tamen quicquam pertineret, niſi unà quoque oſtendatur, id quod omnes latebat, mihi ſoli innotuiſſe. Et hæc quidem neceſſariæ defenſionis cauſa dicenda fuere. Nunc ad ipſius automati conſtructionem pergamus.

HO-

HOROLOGII OSCILLATORII

PARS PRIMA,

Deſcriptionem ejus continens.

FIGURA adſcripta horologium à latere inſpiciendum præbet, ubi primum laminæ binæ ſunt A A, B B, ſemipedali aut paulo ultra longitudine, latæ pollices duo & ſemis, quarum anguli quatuor columellis coaptantur, ut ſeſquipollice inter ſe diſtent. His laminis rotarum præcipuarum axes utrinque inſeruntur. Prima atque infima eſt quæ notatur C, dentibus 80 inciſa, cujus axi orbiculus quoque D affixus eſt, aculeis ferreis aſper, ut funem cum appenſis ponderibus contineat, quæ qua ratione ordinentur poſtea dicetur. Ponderis itaque vi rota C vertitur; hæc movet proximum tympanum E dentium octo, unáque rotam F eodem axe hærentem, cui dentes 48. Hanc excipit tympanum aliud G, & in eodem axe rota H, quibus dentium numerus idem qui tympano rotæque præcedenti. Sed hæc rota ejus eſt generis quas à forma coronarias vocant artifices noſtri. Hujus dentibus agitatur tympanum I ſimulque rota K, quæ eodem axe tenetur, ad perpendiculum erecto. Tympano dentes 24; rotæ 15, atque hi ad inſtar ſerræ dentium inciſi. Supra mediam rotam K transverſus jacet axis pinnatus L M, cujus extrema ſuſtinent hinc inde gnomones N Q & P, ſeorſim affixi laminæ B B. Notanda vero in gnomone N Q pars deorſum prominens Q, quæ oblongo foramine patens transmittit axem L M, ſimulque retinet eum quem rotæ K tympanoque I communem eſſe diximus, inferiori ſui parte gnomoni R innitentem. In lamina B B foramen amplum excavatum eſt, quo ultra ipſam extendatur axis pinnatus L M, qui ſubtili cuſpide inſertus gnomoni P, liberius ita movetur quam ſi ab ipſa lamina B B ſuſtineretur ſimulque ultra eam pro- TAB. II. Fig. 1.

E mine-

Descriptio Horologii.

mineret, debet enim prominere neceſſario ut affigi poſſit clavula S, quæ ſimul cum eo verſationes faciat. Eſt autem hic motus reciprocus, nunc in hanc nunc in illam partem, quum dentes rotæ K alternatim occurrant pinnulis L L, notâ vulgo ratione, quæque proinde diligentiori explicatione non indiget.

Porro clavula S, ima ſui parte reflexa ac foramine oblongo terebrata, penduli virgam ferream, cui plumbum X affixum eſt, amplectitur. Hæc vero virga supernè duplici filo ſuſpenſa eſt inter geminas lamellas, quarum una T hic tantum cernitur; itaque alteram figuram juxta deſcripſimus, quæ utriusque formam flexumque & totam hanc ſuſpendendi penduli rationem exprimeret. Quanquam de vera laminarum iſtarum curvatura pluribus poſtea agendum erit.

Tab. II. Fig. 2.

Nunc autem ut de motu horologii dicamus, nam reliquas figuræ partes poſtea exequemur, facile equidem apparet & vi rotarum, à pondere tractarum, perpendiculi V X motum ſuſtentari, poſtquam ſemel manu incitatum fuerit; & ſimul perpendiculi ſtatos recurſus rotis univerſis, totique adeo horologio movendi legem normamque præſcribere. Clavula enim, quantumvis levi rotarum impulſu acta, non tantum obſequitur trahenti perpendiculo, ſed & ſingulis recurſibus pauliſper ejus motum adjuvat, atque ita perennem reddit, qui alioqui ſua ſponte, vel verius occurſu aëris, deficeret paulatim, vergeretque ad quietem. Rurſus vero, quum ejusmodi ſit natura penduli ut eodem ſemper tenore feratur, neque ab eo ulla ratione præterquam mutata longitudine dimoveri poſſit; utique poſtquam flexu lamellarum, inter quas ſuſpenſum eſt, æqualitatem illam conſequuti fuimus; nequaquam permittitur rotæ K, ut nunc citius nunc tardius incedat, etſi ſæpe, ut in vulgaribus horologiis, id facere conetur; ſed neceſſario ſinguli dentes ejus coguntur æqualibus tranſire temporibus. Hinc vero manifeſtum eſt, & reliquarum quæ præcedunt rotarum, & denique etiam indicum æquabiles converſiones effici, cum omnia proportio-

Digitized by Google

tionaliter moveantur. Quamobrem ſiquid in fabrica vitii fuerit, vel, ob aëris mutatam temperiem, difficilius rotarum axes volvantur; dummodo non eo usque ut omnis horologii motus interrumpatur; nulla propter hæc inæqualitas aut motus retardatio timenda erit, ſemperque aut rectè tempus metietur aut omnino non metietur. DESCRIPTIO HOROLOGII.

Indices porro hoc pacto circumaguntur atque ordinantur. Tertia lamina prioribus parallela eſt Y Y, pollicis quarta parte diſtans ab ea quæ notatur A A. In ea circuli horarii deſcripti ſunt centro eodem α quo protenditur axis rotæ C. Quorum circulorum interior duodecim horarum diviſionem habet, alter ſcrupulorum 60. Axi vero rotæ C aptatur, ultra laminam A A, rota β, tubulo cohærens qui usque ad ϵ continuatur trans laminam Y Y; atque ita inſidet axi illi, ut una cum illo circumferatur; ſine illo tamen, ubi opus fuerit, converti poſſit. Ad ϵ index imponitur, horæ ſpatio circuiturus atque ita ſcrupula prima, ſeu ſexageſimas horarum, demonſtraturus. Rota vero quam diximus β, aliam rotam, totidem quot ipſa habet dentium, impellit, atque una affixum ei tympanum cui dentes ſex, axiculo eorum communi hinc laminâ A, inde gnomone δ ſuffulto. Hoc tandem tympano rota ζ movetur, dentes habens 72, tubulumque affixum qui & ipſe ultra laminam Y ad θ porrigitur, paulo citra quam deſinit tubulus rotæ β, quem intra ſe complectitur. Parte extrema θ apponitur horarius index, brevior aliquanto illo quem ſcrupula prima ſignare diximus, cum interiore gyro ferri debeat. Secunda vero ſcrupula ut absque errore demonſtrentur, imponitur axi rotæ H, usque ad laminam Y producto, orbis λ, cui circulus in ſexaginta partes diviſus inſcribitur, inciſoque in laminâ Y foramine ad Z, eæ diviſiones, cuspide in ſummo foramine defixâ, prætereuntes notantur. Hæc vero tota indicum circulorumque horariorum diſpoſitio ex figura minori *(fig. 3.)* clarius perſpicitur, exteriorem horologii formam referente.

Deſcriptio Horologii.

Cæterum penduli longitudinem, rotis quemadmodum diximus ordinatis, eam eſſe oportet ut ſcrupula ſecunda ſingulis recurſibus metiatur, quæ longitudo tripedalis eſt, & commodè in ſchemate exhiberi non potuit. Tripedalem dico, non alicujus reſpectu pedis qui apud Europæ gentem hanc illamve in uſu ſit, ſed certo æternoque pedis modulo ab ipſa hujus penduli longitudine deſumpto, quem Pedem Horarium in poſterum appellare liceat, ad illam enim omnium aliorum pedum menſuræ referri debent quas incorruptas poſteris tradere voluerimus. Neque enim, verbi gratiâ, ignorabitur unquam venturis ſæculis Pariſini pedis modus, dum conſtabit eum ad Pedem Horarium eſſe ut 864 ad 881. Sed de hujus menſuræ exactiſſima conſtitutione pluribus agemus in iis quæ de Centro Oſcillationis. nunc tempora converſionum in ſingulis rotis indicibusque obiter deſignabimus, ut rectè omnia ad dentium ſupra deſcriptorum numerum quadrare intelligantur.

Ergo una quidem converſione rotæ C, decies circumire apparet rotam F, ſexagies vero rotam H, & centies vicies ſupremam K: cui quum dentes ſint quindecim, iisque alternatim pulſentur pinnulæ L L, una converſione rotæ K numerabuntur ictus 30, quibus reſpondent totidem itus reditusque penduli V X. ideoque converſionibus 120, reſpondebunt oſcillationes ſimplices 3600; qui numerus eſt ſcrupulorum ſecundorum unam horam efficientium. Itaque horæ tempore ſemel circumit rota C, cumque ea ſimul index ad E impoſitus, qui ſcrupula prima demonſtrat. Et quoniam eodem temporis ſpatio etiam rota β, & per eam γ, convertitur, cum tympanidio ſuo dentium ſex, ad quem numerum duodecuplus eſt numerus dentium rotæ ζ, apparet duodecim demum horis hanc circumduci, totidemque indicem illi conjunctum in θ. Denique cum rotæ H ſexaginta converſiones reſpondere oſtenderimus ſingulis converſionibus rotæ C, hinc illa, una cum affixo orbe λ, ſexagies in ſingulas horas circumferetur, hoc eſt, ſemel unius ſcrupuli primi tempore, ideoque partes ſexageſimæ orbiculi λ

ſecun-

ſecunda ſcrupula tranſitu ſuo oſtendent: atque ita omnia rectè ſe habere manifeſtum erit. Pondus X in imo perpendiculo trilibre eſt, plumbeum totum, vel ænea ſuperficie plumbum continente. Nec tantum metalli gravitate ſed & figurâ inſuper proſpiciendum (plurimi enim refert) ut quam minimum occurſu aëris impedimentum ſentiat. Eoque in cylindri jacentis oblongi & utrinque præacuti formam fingitur, qualis cernitur ad *a* ſchemate horologii minore. Quanquam in his quæ ad navigationem parantur, forma lentis erectæ aptior viſa eſt. DESCRIPTIO HOROLOGII. TAB. II. Fig. 3.

Porro eodem ſchemate & ponderis alterius *b*, quo motus horologii continuatur, ſuſpendendi ratio expreſſa eſt, quam, incognitam prius, inveſtigare nobis neceſſe fuit, ne interim dum ſurſum retrahitur pondus iſtud, ceſſaret vel impediretur aliquatenus horologii curſus, quod hic omnino cavendum erat. Paratur itaque funis continuus atque in ſe rediens, extremitatibus apte inter ſe connexis. Is primum orbiculum rotæ infimæ conjunctum, qui in ſchemate majori notatus eſt D, amplectitur; inde deſcendens, altera ſui parte trochleam *c*, cui pondus *b* appenſum eſt, ſubit. Hinc ſuper orbiculum *d* aſcendit, extrinſecus horologio affixum, qui ferreos per circumferentiam aculeos habet, atque inſuper ſerratis dentibus ita eſt aptatus ut volvatur tracto fune *e*; nequaquam vero in partem contrariam revolvi poſſit. Ab hoc orbiculo deſcendit funis ad alteram trochleam *f*, cui pondus exiguum *g* appenditur, quantum ſufficit continendo majori *b*, ne aliter quam revoluto orbiculo deſcendat. Namque à trochlea *f* rurſus ad ipſum orbiculum D, unde deſcenderat, funis revertitur. Quibus ita ſe habentibus, manifeſtum eſt ſemper pondus *b* dimidia ſui gravitate conari ut rotas horologii circumagat, nec tunc quidem ceſſare cum manu funem *e* trahente aſcendere cogitur; adeoque horologii motum nuſquam interrumpi, nec momentum temporis deperdi.

Gravitatis modus in pondere *b* definiri certo non poteſt, ſed quo minor conſervando motui ſuffecerit, eo melius ac-

Digitized by Google

Descriptio Horologii.

curatiusque fabrefactum automaton arguet. In noſtris, quæ optima hactenus habemus, ad ſex libras redactum eſt, poſita nimirum orbiculi D diametro pollicari fere; uti exhibita fuit; item perpendiculi pondere trilibri, ac totidem pedum longitudine. Quæ longitudo, ut hoc etiam admoneamus, trans capſam horologii dependet; oblongo foramine perviam, quantum oſcillationibus peragendis neceſſe eſt. Ipſum vero horologium, ad hominis altitudinem ſuſpenſum, horis 30 moveri perſeverat.

Supereſt nunc forma lamellarum deſcribenda inter quas perpendiculum affigi diximus, quarumque ad æquabilem horologio motum præſtandum vel præcipua eſt opera. Absque his enim Penduli ſimplicis oſcillationes (etſi nonnullis aliter viſum eſt) non erunt æque diuturnæ, ſed brevioris temporis eæ quæ per minores arcus incedent; idque primùm experimento hujusmodi facile deprehenditur. Si enim fila accipiantur ejusdem longitudinis duo, paribusque in parte ima ponderibus religatis, utrumque ſeorſim ſuſpendatur, tumque alterum eorum procul à linea perpendiculari, alterum parumper duntaxat extrahatur, ſimulque è manu dimittantur; non diu utrumque ſimul in partes easdem ferri videbitur, ſed prævertet illud cujus exiliores erunt recurſus. Sed & temporum per quoslibet arcus rationes numeris definiri poſſunt, certâ ſcientiâ nixis, & vero quam libuerit propinquis, veluti quod tempus deſcenſus per totum circuli quadrantem eſt ad tempus per arcum minimum fere ut 34 ad 29. Adeo ut nequaquam reſiſtentiæ aëris ea diverſitas imputanda ſit, ut quidam voluere, ſed ex ipſa motus natura circulique proprietate naſcatur. Quod alio quoque argumento concludi poſſit ex ipſa Penduli iſochroni conſtructione, ubi à circulari linea haud parum receditur, uti mox patebit.

Sed videatur forſan in noſtris horologiis hiſce, ubi eadem ſemper eſt oſcillationum latitudo, nullius momenti futura quam diximus inæqualitas, adeoque nec correctione ulla perpendiculi opus fore. Quod ſane ita eſſet ſi latitudo omnium

Digitized by Google

um planè eadem conſtanter maneret. Sed cum pauxillum quandoque excedat vel deficiat, ex multis minimis differentiolis tandem magna ſatis conflatur, idque ita eſſe reipſa atque experimentis evincitur. Etſi enim eadem ſemper ſit ponderis vis, rotæ ſibi proximæ reſpectu, tamen per tot alias transdita, quantâcunque curâ limatæ fuerint, non ſemper eadem ad perpendiculum usque pervenit. Præterquam quod frigore quoque difficilior motus rotarum efficitur; itemque evaneſcente aut ſordeſcente quod illis additur oleo. Sed præcipue inæquales fiunt oſcillationes horologiis quæ mari vehuntur, ob jactationem navis continuam, adeo ut omnibus quidem in univerſum, ſed his maxime omnium remedio opus ſit, quo reciprocationum Penduli latiorum anguſtiorumque tempora æqualia evadant. DESCRIPTIO HOROLOGII.

Ad definiendam ergo lamellarum formam in quibus poſitum eſt remedium iſtud, in primis Penduli longitudinem ſtatuiſſe oportet, quæ facile ex eo habetur, quod ſint inter ſe longitudines perpendiculorum, ſicut temporum quæ in ſingulos recurſus impenduntur quadrata. Adeo ut cum tribus pedibus definiverimus longitudinem perpendiculi quod ſcrupula ſecunda metitur, ejus quarta pars, ſive unciæ novem debeantur ei quod ſemiſecunda notaturum ſit. Item ſi Penduli longitudo quæratur, cujus recurſus ſimplices 10000 horæ ſpatio peragantur, hoc modo ratio inibitur. Penduli nempe tripedalis ſcimus 3600 recurſus in horas ſingulas numerari: ergo hujus recurſuum tempora ſingula, majora ſunt temporibus Penduli quæſiti, proportione 10000 ad 3600, ſive 25 ad 9. Quare ut quadratum numeri 25 ad quadratum 9, hoc eſt, ut 625 ad 81, ita erit longitudo pedum 3 ad eam quæ quærebatur, nempe unciarum 4 cum $\frac{66}{100}$.

Poſita ergo longitudine perpendiculi, puta pedum trium in horologio à nobis propoſito, inde Cycloïs linea, quæ curvaturam laminarum T datura eſt, hoc modo deſcribetur.

Super tabula plana affigatur regula A B, ſemidigiti craſſitudine. Deinde fiat cylindrus C D E eadem illa altitudine, diametrum TAB. III. Fig. 1.

DESCRIPTIO HOROLOGII.

metrum vero baſeos, dimidiæ perpendiculi longitudini, æqualem habens; ſitque F G H E faſciola, ſeu potius bractea tenuis, affixa regulæ in F, cylindro verò in circumferentiæ puncto aliquo E, ita ut partim huic circumvoluta ſit, partim extendatur juxta latus regulæ A B. Cylindro autem infixa ſit ferrea cuſpis D I, pauxillum ultra baſin inferiorem prominens, atque ita ut circumferentiæ ejus exacte reſpondeat.

His ita ſe habentibus, ſi cylindrus ſecundum regulam A B volvatur, bracteolæ tantum F G craſſitudine intercedente, eâque ſemper quantum poteſt extensâ, deſcribet cuſpis I in ſubjecto tabulæ plano lineam curvam K I, quæ Cyclois vocatur. Circulus vero genitor erit C D E, cylindri adhibiti baſis. Quod ſi jam laminam K L ad regulam A B applicuerimus; exaratâ primum in ea cycloidis portione K I, invertemus deinde ipſam, & in ſuperficie adverſa ſimilem lineam K M, ab eodem puncto K egredientem, incidemus. Tum figuram M K I, accurate ſecundum lineas iſtas, efformabimus, cui figuræ lamellarum interſtitium aptari oportet, inter quas perpendiculum ſuſpenditur. Sufficiunt autem ad horologiorum uſum portiones exiguæ arcuum K M, K I; reliquo flexu inutili futuro, ad quem perpendiculi filum accedere non poteſt.

TAB. III. Fig. 2.

Verum, ut mirabilis lineæ natura atque effectus plenius intelligantur, integras ſemicycloides K M, K I, alio ſchemate hic exprimere viſum fuit, inter quas ſuſpenſum agitatumque Pendulum K N P, diametri circuli genitoris duplum, cujuscunque amplitudinis oſcillationes, usque ad maximam omnium per arcum M P I, iisdem temporibus confecturum ſit: atque ita, ut appenſæ ſphæræ P centrum, in linea M P I, quæ & ipſa cyclois integra eſt, ſemper verſetur. Quæ proprietas inſignis, neſcio an alii præter hanc lineæ data ſit, ut nempe ſe ipſam ſui evolutione deſcribat. Hæc autem quæ dicta ſunt, in ſequentibus, ubi de deſcenſu gravium, deque evolutione curvarum agemus, ſingula demonſtrabuntur.

Li-

Digitized by Google

Licebit autem aliter quoque, per inventa puncta, cycloidem deſignare. Deſcribatur circulus diametro A B, quæ dimidiæ longitudini perpendiculi æqualis ſit. In cujus circumferentia ſumptis partibus æqualibus quotlibet, A C, C D, D E, E F, A G, G H, H I, I K, jungantur G C, H D, I E, K F, quæ erunt inter ſe parallelæ. Deinde arcui A F ſumatur æqualis linea recta L M, eaque in partes æquales totidem dividatur quot ſunt in arcu A F, earumque partium uni æquales ponantur ſingulæ C N, G O in recta C G; duabus vero partibus rectæ L M, æquales fiant ſingulæ D P, H Q in recta D H. Tribus vero, ſingulæ E R, I S in recta E I; atque ita porro ſi partes plures fuerint acceptæ; ac tandem toti L M æquales fiant ſingulæ F T, K V in linea extrema F K. Jam ſi curvæ deſcribantur per puncta A O Q S V, A N P R T, hæ rurſus quæſitæ cycloidis partes erunt, inter quas perpendiculum affigi oportet. DESCRIPTIO HOROLOGII. TAB. III. Fig. 1.

Recta autem L M æqualis arcui A F invenitur, ſi primum duabus rectis, quæ ſemiſſibus arcus A F ſubtenduntur, æqualis ponatur X Z, totius vero arcus ſubtenſæ A F æqualis ab eodem termino accipiatur X Y, differentiæque Y Z triens Z Δ ad totam X Z adponatur. Nam tota X Δ toti arcui A F tam prope æqualis erit, ut licet ſextans fuerit circumferentiæ, (neque major hic unquam requiritur) non una ſexies milleſima parte ſuæ longitudinis deficiat, uti in his, quæ de Circuli Magnitudine antehac ſcripſimus, demonſtratum eſt.

Explicitis quæ ad horologii fabricam attinent, nunc quoque illud declarandum eſt, quo pacto ad veram horarum menſuram componi debeat. Ergo primum, an recte ſe habeat motus ejus, hoc modo examinabitur.

Oculo obſervatoris certus eligatur locus, unde ſidera deſpici poſſint, ſimulque tecta parieteſve vicinarum ædium, ſic poſita, ut, cum eò appulerint ſtellæ quædam è fixarum numero, ſimul videri deſinant. Eo loco foramen, ad pupillæ magnitudinem, conſtituatur, ut ſequentibus diebus,

Digitized by Google

DESCRIPTIO HOROLOGII.

absque errore, oculus ad idem punctum reponi poſſit. Jam ad momentum ipſum, cum ſtellarum aliqua è conſpectu abit, notetur tempus horologio indicatum. Atque idem poſtero die, vel potius aliquot diebus intermiſſis, fiat. Quod ſi tantum unius diei ſpatium duabus obſervationibus interceſſerit, oportet in poſtrema obſervatione tempus horologii deficere ab illo, quod prima obſervatione annotatum fuerat, ſcrupulis primis 3, ſecundis 56. Ita enim rectè ſe habere perpendiculi longitudinem conſtabit; quum tanto ſuperetur quælibet ſiderum fixorum revolutio à die ſolari mediocri. Mediocri dico, quoniam dies ſolares, de meridie ad meridiem, non omnes inter ſe æquales ſunt, ut mox amplius exponetur. Si vero poſt plures demum dies obſervatio repetatur, in ſingulos tantundem differentiæ cauſa computandum erit. Sit, exempli gratiâ, in prima obſervatione, ad momentum evaneſcentis ſtellæ, adnotata horologii hora 9, cum ſcrupulis primis 30, ſecundis 18; deinde, ſeptimo poſt die, eâdem diſparente ſtellâ, indicet horam 8, cum ſcrupulis pr. 50, ſec. 24. Hæc hora deficit à priore ſcrupulis pr. 39, ſecundis 54. Quæ, in ſeptem diviſa, dant retardationem diurnam ſcrupulorum 5′. 42″. Debebat autem eſſe ſcrupulorum 3′. 56″. quæ illâ minor eſt ſcrupulis 1′. 46″. Itaque tantundem quotidie deficit horologium à vera, ſeu media, dierum menſura.

Cæterum alio quoque modo, ad ſolem, horologii motum examinare licebit. Sed hic jam inæqualitatis dierum naturalium ratio habenda erit. Sunt enim, ut jam dixi, non omnes ejusmodi dies inter ſe æquales; & quanquam exiguum ſit diſcrimen, tamen plurium dierum intervallo ſæpe eo uſque excreſcit, ut haudquaquam contemni poſſit. Etenim ſi & ſolarium quam perfectiſſime deſcriptum habeatur, & horologii automati motus ad veriſſimam dierum menſuram exactus ſit, neque ab ea recedat; eveniet tamen neceſſario ut, certis anni temporibus, ſæpe horæ quadrante, aut etiam ſemihora, inter ſe diſcrepent, ac rurſus ſtatis temporibus ultro concordent. Hoc enim ita eſſe, ex tabula temporis

poris æquatoria quam ſubjicimus, intelligetur; poſtquam uſum ejus oſtenderimus, qui eſt hujuſmodi. DESCRIPTIO HOROLOGII.

Accipiatur æquatio tabulæ, aſſignata diei qua primum cum ſole, ſive cum ſciotherico, horologium ut conveniret fecimus. Itemque æquatio diei, qua quæritur quam bene ad dierum menſuram temperatum ſit. Quod ſi jam prior æquatio major fuerit ſequente, ſuperare debebit hora automati horam gnomonis eo, quo inter ſe æquationes iſtæ differunt. At ſi poſterioris diei æquatio major inveniatur, erit exceſſus penes horam gnomonis, ſive eam quæ ex ſole obſervatur. Ut ſi, exempli gratiâ, die 5 Martii in eandem horam conveniant ſciothericum horologium atque automaton, cujus diei æquatio invenitur, in tabula, ſcrupulorum primorum 3, ſecundorum 11. lubeatque ſcire ejusdem menſis die 20, an automaton horas æquales rectè metiatur necne: invenietur die poſteriori adſcripta æquatio ſcrupulorum primorum 7, ſecundorum 27. quæ quia ſuperat præcedentem ſcrupulis primis 4, ſecundis 16, debebit tanto ſerior eſſe hora ſciotherici, quam quæ automato indicatur. Unde, ſi diverſum reperiatur, facile inde colligetur, quantum in dies ſingulos exuperet automaton, aut retardet.

In computanda tabula hac duplicem cauſam adhibui, utramque Aſtronomis notam, Eclipticæ nimirum obliquitatem, & ſolaris motus anomaliam. Quod cum ratio poſtulat, tum experientia quoque, his ipſis horologiis ſuperſtructa, quæque ſine his nequaquam haberi poterat, evincit; quandoquidem, cum æquatione hìc propoſita, obſervationes ſolis, quas ſæpe per complures menſes, quotidie ad momentum quo meridianum circulum ſol occuparet, inſtituimus, planiſſime conſentire inventæ ſunt.

Digitized by Google

Dies.	*Januar.* Min.	Sec.	*Febr.* Min.	Sec.	*Mart.* Min.	Sec.	*Apr.* Min.	Sec.	*Maj.* Min.	Sec.	*Jun.* Min.	Sec.
1	10	40	0	32	2	15	11	18	18	32	18	10
2	10	10	0	24	2	28	11	37	18	39	18	1
3	9	41	0	18	2	42	11	56	18	46	17	51
4	9	13	0	13	2	56	12	15	18	53	17	41
5	8	45	0	9	3	11	12	34	18	59	17	30
6	8	17	0	6	3	26	12	53	19	4	17	19
7	7	50	0	3	3	41	13	12	19	9	17	8
8	7	23	0	1	3	56	13	31	19	14	16	57
9	6	58	0	0	4	12	13	49	19	18	16	46
10	6	34	0	0	4	29	14	6	19	22	16	35
11	6	10	0	0	4	46	14	23	19	25	16	24
12	5	47	0	2	5	4	14	39	19	28	16	13
13	5	24	0	4	5	22	14	55	19	29	16	1
14	5	2	0	8	5	40	15	10	19	29	15	49
15	4	41	0	12	5	58	15	25	19	29	15	37
16	4	21	0	16	6	16	15	39	19	28	15	24
17	4	2	0	21	6	33	15	53	19	26	15	11
18	3	44	0	26	6	51	16	7	19	24	14	58
19	3	27	0	32	7	9	16	21	19	21	14	45
20	3	11	0	40	7	27	16	34	19	18	14	32
21	2	55	0	48	7	45	16	47	19	15	14	19
22	2	39	0	57	8	3	16	59	19	11	14	6
23	2	23	1	6	8	22	17	11	19	7	13	53
24	2	7	1	16	8	41	17	22	19	2	13	40
25	1	52	1	26	9	1	17	33	18	57	13	27
26	1	38	1	37	9	21	17	43	18	51	13	15
27	1	25	1	49	9	41	17	53	18	45	13	3
28	1	13	2	2	10	1	18	3	18	39	12	52
29	1	2			10	21	18	13	18	33	12	41
30	0	51			10	40	18	23	18	26	12	30
31	0	41			10	59			18	18		

Digitized by Google

Dies.	*Jul.* Min.	Sec.	*Aug.* Min.	Sec.	*Sept.* Min.	Sec.	*Octob.* Min.	Sec.	*Nov.* Min.	Sec.	*Dec.* Min.	Sec.
1	12	19	10	4	16	23	26	30	31	55	25	34
2	12	8	10	8	16	42	26	49	31	55	25	10
3	11	58	10	13	17	1	27	8	31	54	24	45
4	11	48	10	18	17	21	27	26	31	52	24	20
5	11	38	10	23	17	41	27	43	31	50	23	55
6	11	28	10	28	18	1	28	0	31	47	23	30
7	11	18	10	34	18	21	28	16	31	43	23	4
8	11	9	10	41	18	41	28	32	31	37	22	38
9	11	0	10	49	19	1	28	47	31	30	22	11
10	10	52	10	58	19	21	29	2	31	22	21	43
11	10	47	11	7	19	41	29	16	31	13	21	14
12	10	38	11	16	20	1	29	30	31	3	20	44
13	10	31	11	25	20	22	29	43	30	53	20	14
14	10	25	11	36	20	43	29	56	30	43	19	44
15	10	19	11	48	21	4	30	9	30	32	19	14
16	10	13	12	1	21	25	30	22	30	20	18	44
17	10	7	12	14	21	47	30	34	30	8	18	14
18	10	2	12	28	22	9	30	45	29	55	17	44
19	9	58	12	42	22	31	30	55	29	40	17	14
20	9	54	12	57	22	52	31	4	29	23	16	44
21	9	51	13	12	23	13	31	12	29	6	16	14
22	9	49	13	27	23	33	31	19	28	48	15	44
23	9	47	13	43	23	53	31	26	28	30	15	14
24	9	46	13	59	24	13	31	32	28	11	14	43
25	9	46	14	16	24	33	31	38	27	51	14	12
26	9	46	14	33	24	53	31	43	27	30	13	41
27	9	47	14	50	25	13	31	47	27	8	13	10
28	9	49	15	8	25	33	31	50	26	45	12	40
29	9	52	15	26	25	52	31	53	26	22	12	10
30	9	56	15	45	26	11	31	55	25	58	11	40
31	10	0	16	4			31	55			11	10

Deſcriptio Horologii.

Jam poſtquam utrovis modo eorum quos diximus, ſed priore potius, examen inſtitutum fuerit, ſi multum aberrare à media dierum longitudine horologium reperiatur, adeo ut differentia ultra tria quatuorve prima ſcrupula aſcendat, remedium adhibebitur aucta aut diminuta ipſius penduli longitudine. Ubi hæc tenenda eſt regula, tot ſcrupulis primis, in ſingulos dies, motum horologii acceleratum aut retardatum iri, quot $\frac{1}{30}$ unius lineæ auferentur pendulo aut addentur. Cumque ad veram menſuram hoc pacto jam prope reductum erit, reliqua correctio tranſpoſitione exigui ponderis Δ, virgæ V V adhærentis, commode peragetur. Id pondus lentis formam habet, cujus ſectionem ſecundum axem in figura 1. expreſſimus. Et quia tantum viceſimam triceſimamve, aut etiam minorem, partem æquat ponderis X, hinc fit ut ſat magnis ſpatiis è priore loco diſcedens, haud multum tamen perpendiculi motum afficiat, accelerando nempe quoties verſus mediam virgæ longitudinem attrahitur, retardando cum inde ſurſum aut deorſum movetur. Ne vero diu punctum illud quærendum ſit quo veriſſimam daturum ſit dierum menſuram, diviſimus certa ratione, ex motus legibus petita, inferiorem virgæ medietatem, poſito nimirum pondere Δ parte quinquageſima ponderis X, parique gravitate ipſius virgæ V V. Quæ quidem diviſiones figura 4 exhibentur, ubi penduli portio inferior in tres partes ſecta cernitur, quarum, quæ infimo loco ponenda, eſt A B. Punctum A eſt centrum gravitatis ponderis X, à puncto autem C, centro oſcillationis, partes ſingulæ, quindecim ſcrupulorum ſecundorum differentiam diurnam efficiunt, ubi tali intervallo mota fuerit lens Δ. Demonſtratio autem diviſionumque inventio, dabitur in iis quæ de Centro Oſcillationis.

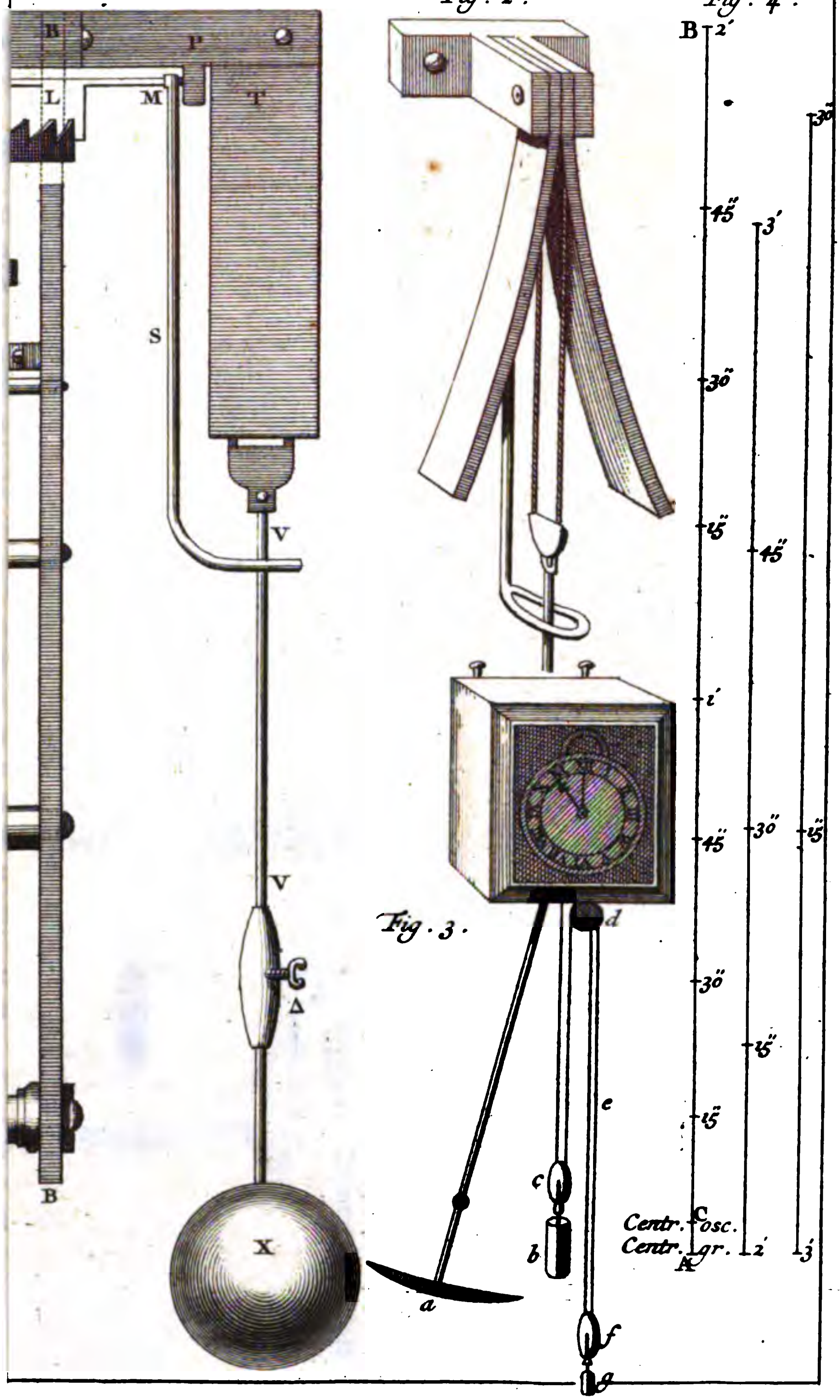
TAB. II. Fig. 1.

TAB. II. Fig. 4.

Cæterum illorum quoque quæ mari vehuntur, longitudinum inveſtigandarum gratiâ, formam hic deſcriberemus, ſi quænam maxime ad hunc uſum accommodatâ ſit, æque ac in præcedentibus, exploratum determinatumque haberemus; etſi quidem jam nunc eo res deducta ſit, ut parum deeſſe

Digitized by Google

TAB. II.



Digitized by Google

Digitized by Google

deeſſe videatur ad perficiendum tantæ utilitatis inventum. Quid autem & qua fortuna hìc tentatum fuerit, quidve deinceps tentandum reſtet, exponere non pigebit. DESCRIPTIO HOROLOGII.

Prima duo hujuſmodi horologia Britannica navi vecta fuere anno 1664, quæ vir nobilis è Scotia nobiſque amicus ad noſtrorum exemplum fabricari curaverat. Hæc ponderis loco laminam chalybeam habebant in ſpiram convolutam, cujus vi rotæ circumagerentur, quemadmodum in exiguis illis quæ circumferri ſolent automatis adhiberi ſolent. Ut autem jactationem navis perferre poſſent, è chalybea pila, cylindro æneo incluſa, horologia ſuſpenderat, clavulamque quæ penduli motum continuat (erat autem ſemipedali longitudine pendulum) deorſum productam geminaverat, ut literæ F inverſæ formam referret; ne videlicet in gyrum evagari poſſet penduli motus, unde ceſſationis periculum. Navis hæc, cum tribus aliis quas itineris ſocias habuerat, poſtquam in Britanniam reverſa eſt, Præfectus claſſis hæc retulit. Se nempe, cum à Guineæ littore ſolviſſet, atque ad inſulam, ſancti Thomæ dictam, perveniſſet, quæ æquinoctiali circulo ſubjacet, compoſitis hìc ad ſolem horologiis, occidentem verſus curſum inſtituiſſe, atque ad ſeptingenta circiter milliaria continuo tramite progreſſum, tum rurſus vento favente Libonoto ad Africæ littora declinaviſſe. Cum autem ad ducenta trecentave milliaria eò curſum tenuiſſet, magiſtros aliarum navium, veritos ne priuſquam Africam attigiſſent aquâ ad potum deficerentur, ſuaſiſſe ut ad inſulas Americanas, Barbatorum dictas, aquandi gratiâ deflecteret. Tum ſeſe concilio nauclerorum habito, juſſiſque ut Ephemeridas ac ſupputationes ſinguli ſuas proferrent, reperiſſe cæterorum calculos à ſuis diverſos abire, unius quidem 80 milliaribus, alterius centenis, tertii amplius etiam. Ipſum vero, cum ex horologiorum indicio collegiſſet non amplius quam triginta circiter milliaribus abeſſe inſulam *del Fuego* dictam, quæ una eſt earum, non procul ab Africa diſtantium, quæ à Viridi promontorio nomen habent, eamque poſtero die teneri poſſe; confiſum

pen-

Digitized by Google

Descriptio Horologii.

pendulis ſuis eò curſum dirigi imperaſſe, ac die inſequenti ſub meridiem eam ipſam in conſpectum veniſſe inſulam, paucisque poſt horis navibus ſtationem præbuiſſe. Et hæc quidem ex Præfecti illius relatu.

Ab eo vero tempore aliquoties tum Batavorum tum Gallorum opera, idque Regis Sereniſſimi juſſu, repetita fuere experimenta, vario eventu, ſed ita ut ſæpius negligentia eorum quibus horologia commiſſa erant quam ipſamet automata culpari poſſent. Optimus vero ſucceſſus fuit in Mediterraneo mari, expeditione in Cretam inſulam, quò illuſtriſſimus Dux Belfortius, Candiæ à Turcis obſeſſæ auxilium laturus, cum Gallorum copiis miſſus erat, ubi & in prælio occubuit. Is in ea qua vehebatur navi, horologia hujuſce experimenti gratiâ habebat, virumque Aſtronomiæ peritum iis præfecerat, è cujus obſervationibus, in ſingulos dies habitis, longitudines locorum ad quæ in ea profectione aut appulerunt naves, aut quæ prætervecti dignoſcere oculis potuerant, horologiorum operâ exactè dimenſas fuiſſe comperimus, atque ita ut Geographicis deſcriptionibus quæ melioris notæ habentur eædemmet longitudinum differentiæ diſignatæ reperiantur. Namque inter Toloni portum Candiamque oppidum differentia hor. 1. ſcrup. 22′ reperta fuit, hoc eſt graduum longitudinis 20. ſcrup. 30′. ac rurſus à Candia Tolonum revertentibus differentia proxime eadem. qui conſenſus certiſſimum veritatis eſt indicium.

Inter eundem Toloni portum & inſulam quandam cui *Maretimo* nomen eſt, prope promontorium Siciliæ quod Occidentem ſpectat, Lilybæum olim vocatum, differentia horaria obſervata eſt ſcrup. prim. 25, ſec. 20, quibus reſpondent gradus longitudinis 6, ſcrup. 20′. Item à Tolono ad inſulam *Sapienza* dictam, quæ juxta Peloponneſum eſt Occidentem verſus, hora 1, ſcrup. prima 5′, ſec. 45″, quibus reſpondent longitudinis gradus 16, ſcrup. 26.

Horologia ad ſolem examinata fuerant, mane ad Orientem, veſpere ad Occidentem, ſupputato ex data poli altitudine utroque temporis momento. Atque hæc ratio cum na-

ves

Digitized by Google

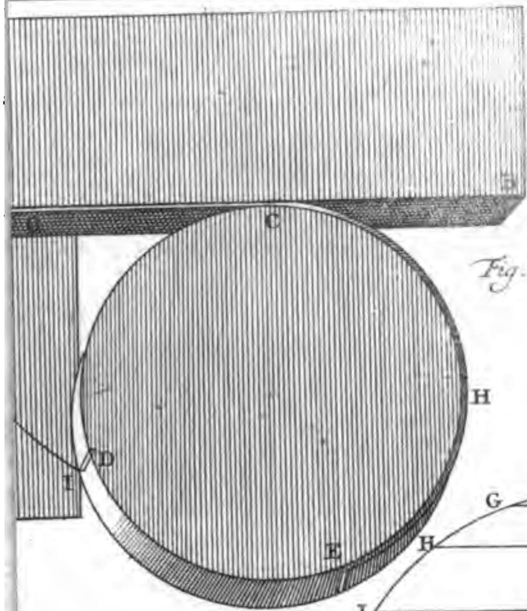


Fig. 1.

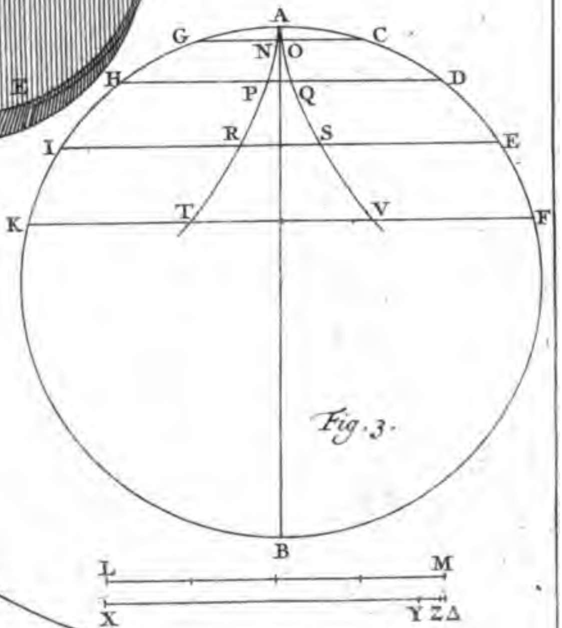


Fig. 3.

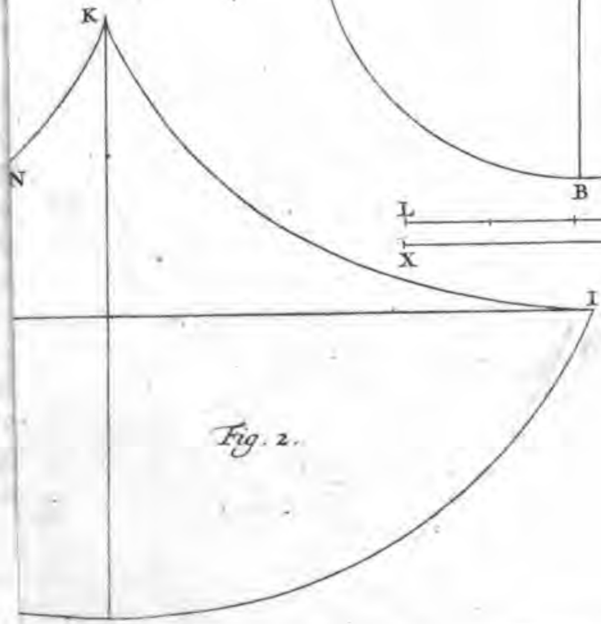


Fig. 2.

Digitized by Google

ves in anchoris ſtant omnium optima videtur, quod, abſque inſtrumentorum ope, ſolis oculis eæ obſervationes peragantur.

Descriptio Horologii.

Pendulum vero unciarum novem longitudine inerat horologiis hiſce, pondere ſemiſſis. Rotæ ponderum attractu circumagebantur, eademque cum illis theca incluſæ erant quaternum pedum longitudine. In ima theca plumbum inſuper centum atque amplius librarum additum erat, quo melius perpendicularem ſitum ſuſpenſa in navi machina ſervaret.

Quanquam autem æquabilis admodum ſibique conſtans automati motus per hæc experimenta comperiebatur, tamen alia quoque ratione ulterius illud perficere aggreſſi ſumus, quæ erat hujuſmodi. Rotæ illi quæ ſerratos dentes habet, penduloque proxima eſt, pondus exiguum ex catenula affabre conſtructa appendimus, quo ſola ipſa moveretur, reliqua omni machina nihil aliud agente quam ut ſingulis ſemiſcrupulis horariis plumbum illud exiguum ad priorem altitudinem reſtitueret; eadem fere ratione atque in conſtructione horologii ſuperius expoſita videre eſt, ubi pondus altero fune attollitur, dum altero gravitatem ſuam horologii motui impertit. Quibus ita conſtructis, cum veluti ad unicam rotam omnia eſſent redacta, major adhuc quam antea apparuit horologiorum æqualitas, illudque accidit memoratu dignum, quod cum duo ad hanc formam constructa ex eodem tigno ſuſpendiſſemus, tignum vero fulcris duobus impoſitum eſſet; motus penduli utriuſque ita ictibus adverſis inter ſe conſenſere, ut nunquam inde vel minimum recederent, ſed utriuſque ſonus una ſemper exaudiretur: imo ſi data opera perturbaretur concordia illa, ſemetipſam brevi tempore reduceret. Miratus aliquandiu rem adeo inſolitam, inveni denique, inſtituto diligenti examine, à motu tigni ipſius, licet haudquaquam ſenſibili, cauſam petendam eſſe. Nempe pendulorum reciprocationes horologiis, quantolibet pondere gravatis, motum aliquem communicare; hunc vero motum, tigno ipſi impreſſum, neceſſario efficere ut ſi aliter quam contrariis ad unguem ictibus pendulum u-

trumque moveatur, eo tamen neceſſario tandem deveniant, ac tum demum tigni motum penitus interquieſcere. Quæ tamen cauſa non ſatis efficaciæ haberet, niſi & horologiorum motus aliunde æquabiliſſimus foret atque inter ſe conſentiens.

Cæterum experimentis in Oceani navigatione habitis, ac præſertim procella vehementiore aquas agitante, compertum fuit primam ac præcipuam curam de motu horologiorum abſque interruptione conſervando habendam eſſe, quod jactationem navis tantam ægrè tunc perferre illa animadverſum ſit. Quamobrem nova denique ratione & penduli formam immutavimus, & aliter horologia ipſa ſuſpendimus. Pendulum trianguli formam habet, in cujus vertice deorſum ſpectante plumbea lens affixa eſt. Anguli utrique reliqui filis inter laminas cycloidales ſuſpenſi ſunt. Baſis clavulam bifurcatam puncto ſui medio recipit ab eaque movetur, illa vero ab rota ſerrata horizonti parallela motum accipit. Motus rotarum omnium non à pondere ſed à chalybea lamina, tympano incluſa, principium habet. In figura adjecta pendulum triangulare eſt A B C; lens plumbea B; laminæ cycloidales E D, F G. Clavula bifurcata H K; rota ſerratis dentibus N, quæ cæteris horologii rotis inferior eſt. Lenticulæ ad temperandum penduli motum L L.

TAB. IV. Fig. 1.

Suſpenſionis modum altera hæc figura exhibet; ubi theca A B axibus primum duobus, quorum alter C tantum apparet, rectangulo ferreo D E inſerta eſt; quod deinde rectangulum rurſus axibus ſuis F G ferreo gnomone F H K G ſuſtinetur, qui contignationi navis immobiliter affixus eſt. in ima theca pondus 50 librarum appenſum eſt. Quibus ita ſe habentibus, quacunque navis inclinatione perpendicularem poſitum ſervat horologium. Axis autem C, cum ſibi oppoſito, ita collocati ſunt, ut ad rectam lineam reſpondeant punctis ſuſpenſionum penduli ejus quod diximus: quo fit ut motus ipſius oſcillatorius machinam nequaquam commovere poſſit, quo nihil eſt alioqui quod magis penduli motum deſtruat. Porro axium C C, & F G craſſitudo, quæ pollicem

TAB. IV. Fig. 2.

Digitized by Google

cem æquat, gravitaſque plumbi inferius appenſi, nimiam movendi libertatem horologio adimunt, faciuntque ut ſi forte ſuccuſſu navis graviore commotum fuerit, continuo ad quietem perpendiculumque ſuum revertatur. Deſcriptio Horologii.

Et hæc quidem ita adaptata machina ut in mare deducatur experientiæque committatur ſupereſt, quæ & certam pene ſucceſſus ſpem præbet, quod iis quæ hactenus inſtituere licuit experimentis, multo melius quam priores illæ omnem motus diverſitatem perferre reperta ſit.

HOROLOGII OSCILLATORII

PARS SECUNDA.

De deſcenſu Gravium & motu eorum in Cycloide.

HYPOTHESES.

I.

SI gravitas non eſſet, neque aër motui corporum officeret, unumquodque eorum, acceptum ſemel motum continuaturum velocitate æquabili, ſecundum lineam rectam.

II.

Nunc vero fieri gravitatis actione, undecunque illa oriatur, ut moveantur motu compoſito, ex æquabili quem habent in hanc vel illam partem, & ex motu deorſum à gravitate profecto.

III.

Et horum utrumque ſeorſim conſiderari poſſe, neque alterum ab altero impediri.

Digitized by Google

De descensu gravium. Tab. IV. Fig. 3.

Ponatur grave C è quiete dimiſſum, certo tempore, quod dicatur F, vi gravitatis tranſire ſpatium C B. Ac rurſus intelligatur idem grave accepiſſe alicunde motum quo, ſi nulla eſſet gravitas, tranſiret pari tempore F motu æquabili lineam rectam C D. Accedente ergo vi gravitatis non perveniet grave ex C in D, dicto tempore F, ſed ad punctum aliquod E, recta ſub D ſitum, ita ut ſpatium D E ſemper æquetur ſpatio C B, ita enim, & motus æquabilis, & is qui à gravitate oritur ſuas partes peragent, altero alterum non impediente. Quamnam vero lineam, compoſito illo motu, grave percurrat, cum motus æquabilis non recta ſurſum aut deorſum ſed in obliquum tendit, è ſequentibus definiri poterit. Cum vero deorſum in perpendiculari contingit motus æquabilis C D, apparet lineam C D, accedente motu ex gravitate, augeri recta D E. Item, cum ſurſum tendit motus æquabilis C D, ipſam C D diminui recta D E, ut nempe, peracto tempore F, grave inveniatur ſemper in puncto E. Quod ſi, utroque hoc caſu, ſeorſim, uti diximus, duos motus conſideremus, alterumque ab altero nullo modo impediri cogitemus, hinc jam accelerationis gravium cadentium cauſam legeſque reperire licebit. Et primum quidem duo iſta ſimul oſtendemus.

PROPOSITIO I.

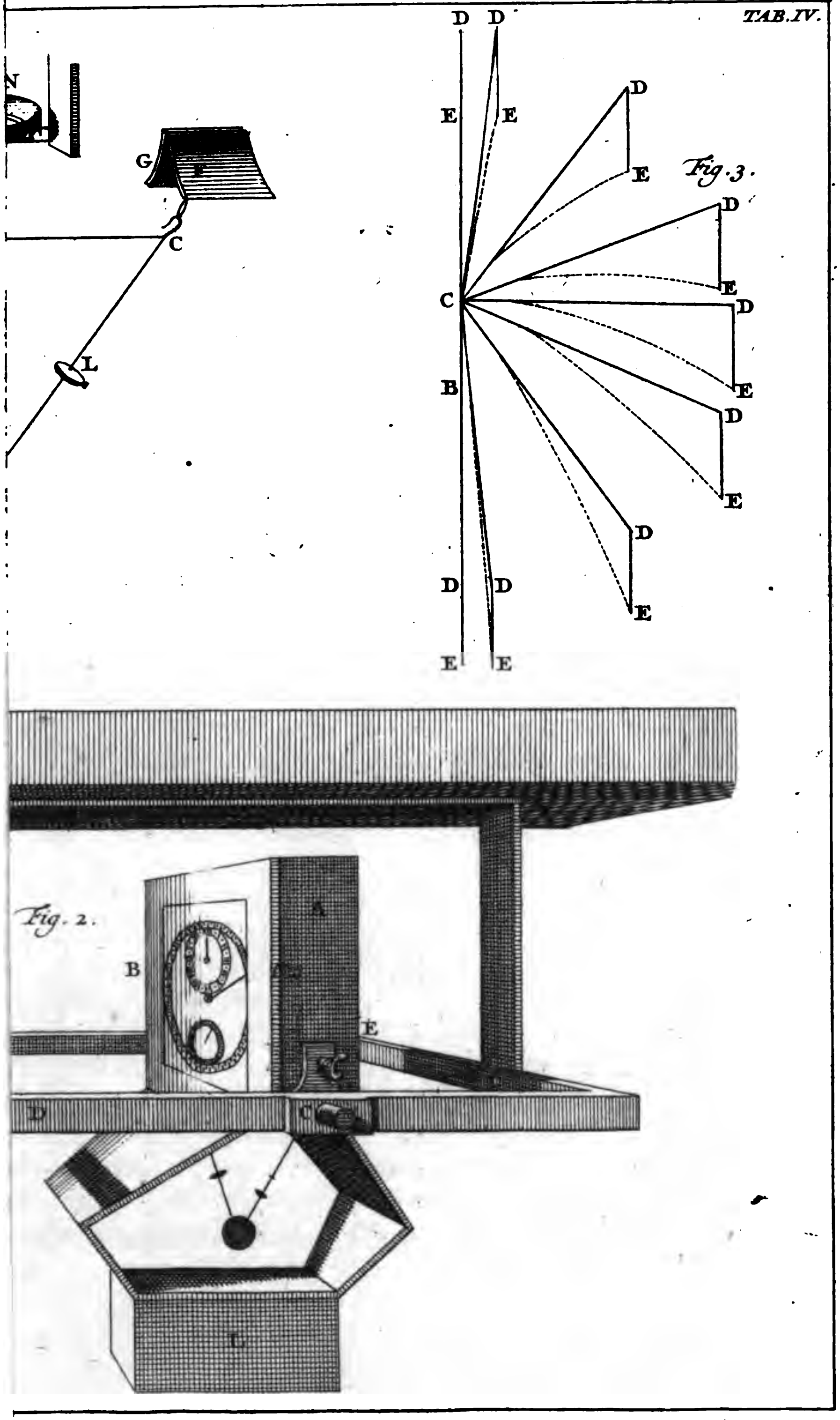
Æqualibus temporibus æquales celeritatis partes gravi cadenti accreſcere, & ſpatia æqualibus temporibus ab initio deſcenſus emenſa, augeri continue æquali exceſſu.

Tab. V. Fig. 1.

Ponatur grave aliquod, ex quiete in A, primo tempore lapſum eſſe per ſpatium A B, atque ubi pervenit in B, acquiſiviſſe celeritatem qua deinceps, tempore ſecundo, motu æquabili, percurrere poſſet ſpatium quoddam B D. Scimus ergo ſpatium ſecundo tempore peragendum majus fore ſpatio B D, quia vel ceſſante in B omni gravitatis actione ſpa-

Digitized by Google

Pag. 52.
TAB. IV.



Digitized by Google

ſpatium B D percurreretur. Feretur vero motu compoſito ex æquabili quo percurſurum eſſet ſpatium B D, & ex motu gravium cadentium, quo deprimi neceſſe eſt per ſpatium ipſi A B æquale. Quare ad B D addita D E, æquali A B, ſcimus tempore ſecundo grave perventurum ad E. De descensu gravium.

Quod ſi vero inquiramus quam velocitatem habeat in E, in fine ſecundi temporis, eam inveniemus duplam eſſe debere velocitatis quam habebat in B fine temporis primi. Diximus enim moveri compoſito motu ex æquabili cum celeritate acquiſita in B, & ex motu à gravitate producto, qui cum tempore ſecundo idem plane ſit ac primo, ideo decurſu temporis ſecundi æqualem celeritatem gravi contuliſſe debet atque in fine primi. Quare cum acquiſitam in fine primi temporis celeritatem conſervaverit integram, apparet in fine ſecundi temporis bis eam celeritatem ineſſe quam acquiſiverat in fine temporis primi, ſive duplam.

Quod ſi jam, poſtquam pervenit in E, pergeret deinceps tantum moveri celeritate æquabili, quantam illic acquiſivit, apparet tempore tertio, prioribus æquali, percurſurum ſpatium E F, quod duplum futurum ſit ſpatii B D; quia hoc percurri diximus dimidia hujus celeritatis, motu æquabili, & temporis parte æquali. Accedente autem rurſus gravitatis actione, percurret tempore tertio, præter ſpatium E F, etiam ſpatium F G, ipſi A B vel D E æquale. Itaque in fine tertii temporis grave invenietur in G. Velocitatem vero hic habebit triplam jam ejus quam habebat in B, in fine primi temporis: quia præter celeritatem acquiſitam in E, quam diximus duplam eſſe acquiſitæ in B, vis gravitatis, temporis tertii decurſu, æqualem rurſus atque in fine primi celeritatem contulit. Quamobrem utraque celeritas, in fine temporis tertii, triplam celeritatem conſtituet ejus quæ fuerat in fine temporis primi.

Eodem modo oſtendetur tempore quarto peragi debere & ſpatium G H triplum ſpatii B D, & ſpatium H K ipſi A B æquale: velocitatemque in K, in fine quarti temporis, fore quadruplam ejus quæ fuerat in B, in fine temporis primi.

DE DESCENSU GRAVIUM. Atque ita ſpatia quotlibet deinceps conſiderata, quæ æqualibus temporibus peracta fuerint, æquali exceſſu, qui ipſi B D æqualis ſit, creſcere manifeſtum eſt; ſimulque etiam velocitates per æqualia tempora æqualiter augeri.

PROPOSITIO II.

Spatium peractum certo tempore à gravi, è quiete caſum inchoante, dimidium eſt ejus ſpatii quod pari tempore tranſiret motu æquabili, cum velocitate quam acquiſivit ultimo caſus momento.

TAB. V. Fig. 1. Ponantur quæ in propoſitione præcedenti, ubi quidem A B erat ſpatium certo tempore, à gravi cadente ex A, peractum. B D vero ſpatium quod pari tempore tranſiri intelligebatur celeritate æquabili, quanta acquiſita erat in fine primi temporis, ſeu in fine ſpatii A B. Dico itaque ſpatium B D duplum eſſe ad A B.

Quum enim ſpatia primis quatuor æqualibus temporibus à cadente tranſmiſſa ſint A B, B E, E G, G H, quorum inter ſe certa quædam eſt proportio: ſi eorum temporum dupla tempora ſumamus, ut nempe pro primo tempore jam accipiantur duo illa quibus ſpatia A B, B E, peracta fuere; pro ſecundo vero tempore duo reliqua quibus peracta fuere ſpatia E G, G K, oportet jam ſpatia A E, E K, quæ ſunt æqualibus temporibus à quiete peracta, inter ſe eſſe ſicut ſpatia A B, B E, quæ æqualibus item temporibus à quiete percurrebantur.

Quum igitur ſit ut A B ad B E, ita A E ad E K; & convertendo, ut E B ſive D A ad A B ita K E ad E A; erit quoque, dividendo, D B ad B A ut exceſſus K E ſupra E A ad E A. Quum ſit autem, ex oſtenſis propoſitione præcedenti, K E æqualis tum duplæ A B, tum quintuplæ B D: E A vero æqualis tum duplæ A B, tum ſimplici B D; apparet dictum exceſſum K E ſupra E A æquari quadruplæ

B D,

B D. Sicut igitur D B ad B A ita erit quadrupla D B ad E A: unde E A quadrupla erit ipſius B A: eadem vero E A æquatur, uti diximus, & duplæ A B & ſimplici B D. ergo B D duplæ A B æqualis erit; quod erat demonſtrandum. DE DESCENSU GRAVIUM.

PROPOSITIO III.

Spatia duo, à gravi cadente quibuslibet temporibus transmiſſa, quorum utrumque ab initio deſcenſus accipiatur, ſunt inter ſe in ratione duplicata eorundem temporum, ſive ut temporum quadrata, ſive etiam ut quadrata celeritatum in fine cujusque temporis acquiſitarum.

Quum enim oſtenſum ſit propoſitione antecedenti ſpatia A B, B E, E G, G K, quotcunque fuerint, æqualibus temporibus à cadente peracta, creſcere æquali exceſſu, qui exceſſus ſit ipſi B D æqualis: Patet nunc, quoniam B D eſt dupla A B, ſpatium B E fore triplum A B; E G quintuplum ejuſdem A B; G K ſeptuplum; aliaque deinceps auctum iri ſecundum progreſſionem numerorum imparium ab unitate, 1, 3, 5, 7, 9, &c. cumque quotlibet horum numerorum, ſeſe conſequentium, ſumma faciat quadratum, cujus latus eſt ipſa adſumptorum numerorum multitudo (velut ſi tres primi addantur, facient novem, ſi quatuor ſexdecim) ſequitur hinc ſpatia, à gravi cadente tranſmiſſa, quorum utrumque à principio caſus inchoetur, eſſe inter ſe in ratione duplicata temporum quibus caſus duravit, ſi nempe tempora commenſurabilia ſumantur. TAB. V. Fig. 1.

Facile autem & ad tempora incommenſurabilia demonſtratio extendetur. Sint enim tempora hujuſmodi, quorum inter ſe ratio ea quæ linearum A B, C D. ſpatiaque temporibus his tranſmiſſa ſint E, & F, utraque nimirum ab initio deſcenſus adſumpta. Dico eſſe, ut quadratum A B ad quadratum C D, ita ſpatium E ad F. TAB. V. Fig. 2.

Si

Digitized by Google

DE DESCENSU GRAVIUM.

Si enim negetur; habeat primo, ſi poteſt, ſpatium E ad F majorem rationem quam quadratum A B ad quadratum C D, nempe eam quam quadratum A B ad quadratum G G, ſumta C G minore quam C D, & à C D auferatur pars D H, minor quam D G exceſſus C D ſupra C G, atque ita ut reliqua H C commenſurabilis ſit ipſi A B; hoc enim fieri poſſe conſtat. Erit ergo C H major quam C G. Atqui ut quadratum temporis A B ad quadratum temporis C H, ita ſpatium E, quod tempore A B peractum eſt, ad ſpatium peractum tempore C H, per ſuperiùs oſtenſa. Hoc vero ſpatio majus eſt illud quod tempore C D percurritur, nempe ſpatium F. ergo ſpatii E ad ſpatium F minor eſt ratio quam quadrati A B ad quadratum C H. Sicut autem ſpatium E ad F, ita ponebatur eſſe quadratum A B ad quadratum C G; ergo minor quoque erit ratio quadrati A B ad quadratum C G, quam quadrati A B ad quadratum C H, ac proinde quadratum C G majus quadrato C H; quod eſt abſurdum, quum C H major dicta ſit quam C G. Non habet igitur ſpatium E ad F majorem rationem quam quadratum A B ad quadratum C D.

Habeat jam, ſi poteſt, minorem; ſitque ratio ſpatii E ad F eadem quæ quadrati A B ad quadratum C L, ſumptâ C L majore quam C D, & à C L auferatur L K minor exceſſu L D, quo C D ſuperatur à C L, atque ita ut reliqua K C ſit commenſurabilis A B. Quia ergo ut quadratum temporis A B ad quadratum temporis C K, ita eſt ſpatium E, peractum tempore A B, ad ſpatium peractum tempore C K. Hoc vero ſpatio minus eſt ſpatium peractum tempore C D, nempe ſpatium F. erit proinde ſpatii E ad F major ratio quam quadrati A B ad quadratum C K. Sicut autem ſpatium E ad F, ita ponebatur eſſe quadratum A B ad quadratum C L. Ergo major erit ratio quadrati A B ad quadratum C L quam ejuſdem quadrati A B ad quadratum C K, ideoque quadratum C L minus erit quam qu. C K. quod eſt abſurdum, quum C L major ſit quam C K. Ergo neque minorem rationem habet ſpatium E ad F quam qua-

quadratum A B ad quadratum C D. quare neceſſe eſt ut eandem habeat. Porro cum celeritates in fine temporum A B, C D acquiſitæ ſint inter ſe ſicut ipſamet tempora; apparet rationem ſpatiorum E ad F eandem quoque eſſe quæ quadratorum temporum A B, C D, quibus tranſmiſſa ſunt. Itaque conſtat propoſitum.

DE DESCENSU GRAVIUM.

PROPOSITIO IV.

SI grave celeritate ea quam in fine deſcenſus acquiſivit ſurſum tendere cœperit, fiet ut paribus temporis partibus, ſpatia quæ prius ſurſum, eadem deorſum transeat, adeoque ad eandem unde deſcenderat altitudinem aſcendat. Item ut æqualibus temporis partibus æqualia amittat celeritatis momenta.

Sunto enim ut in propoſitione 2, ſpatia quotlibet, æqualibus temporis partibus cadendo è quiete peracta, quorum primum A B; ſecundum compoſitum ex B D, quod celeritate æquabili acquiſita per A B tranſeundum erat, & ex D E ipſi A B æquali; tertium compoſitum, ex E F, duplo ipſius B D, & ex F G, eidem A B æquali; quartum compoſitum ex G H, triplo ipſius B D, & ex H K ipſi itidem A B æquali, atque eadem ratione porro creſcentia, ſi plura fuerint. Dico totidem æqualibus temporibus eadem ſpatia K G, G E, E B, B A, ſingula ſingulis peragenda eſſe à gravi ſurſum tendente, atque incipiente cum celeritate in fine deſcenſus K acquiſita. TAB. V. Fig. 1.

Brevitatis autem gratia celeritas quæque deſignetur deinceps longitudine ſpatii quod grave motu æquabili, cum celeritate illa, atque temporis parte una, quales in deſcenſu conſideravimus, tranſmiſſurum eſſet.

Itaque ex oſtenſis dicta propoſitione, cum in K grave pervenerit, habet celeritatem G H auctam celeritate B D,

DE DESCENSU GRAVIUM.

hoc eſt celeritatem K F, quia K F æquatur ipſis H G, B D, ſunt enim partes ſingulæ H K, F G, æquales ipſi A B, ac proinde utraque ſimul ipſi B D, quam eſſe duplam A B oſtendimus propoſitione 2. Itaque celeritatem in fine deſcenſus K acquiſitam ſurſum convertendo, ſi grave æquabili motu ferretur, conficeret una temporis parte ſpatium K F. Atqui, gravitatis actione accedente, diminuetur aſcenſus K F ſpatio F G ipſi A B æquali, ut patet ex dictis ad hypotheſin initio ſumptam. Ergo parte prima temporis aſcendet grave tantum per K G, quo eodem ſpatio parte temporis noviſſima deſcenderat. Simul vero & celeritati tantum deceſſiſſe neceſſe eſt, quantum acquiritur temporis parte una deorſum cadendo, hoc eſt celeritatem B D. Itaque grave, ubi ad G aſcenderit, habet celeritatem reliquam H G, cum initio aſcenſus habuerit celeritatem H G una cum celeritate B D. Eſt autem ipſi H G æqualis G D; quum æquetur ipſi F E una cum D B, hoc eſt una cum dupla A B, hoc eſt una cum duabus F G & E D; Ergo ſi ex G, cum celeritate æquabili, quantam illic habet, ſurſum pergeret, conficeret una parte temporis ſpatium G D. Accedente autem gravitatis actione, diminuetur aſcenſus iſte ſpatio D E, ipſi A B æquali. Ergo, hac ſecunda parte temporis, aſcendet per ſpatium G E, quod ſimili temporis parte etiam cadendo tranſierat. Simul autem celeritati tantum deceſſiſſe denuo debet quantum temporis parte una ex caſu acquiritur, nempe celeritas B D. Itaque ubi uſque ad E aſcenderit, habet duntaxat celeritatem F E, quæ nimirum relinquitur quum à celeritate G D aufertur celeritas B D. Nam B D, ut jam diximus, æqualis eſt duabus D E, F G.

Eſt autem ipſi F E æqualis E A, quum F E æquetur ipſi B D bis ſumptæ, hoc eſt ipſi B D una cum dupla A B, hoc eſt una cum duabus A B, D E. Ergo ſi ex E cum celeritate æquabili, quantam illic habet, ſurſum pergeret, confecturum eſſet una temporis parte ſpatium E A. Sed accedente actione gravitatis, diminuetur aſcenſus iſte ipſo ſpatio A B. Proinde hac parte temporis per ſpatium E B tantum aſcen-

Digitized by Google

aſcendet, quod ſimili parte temporis deſcendendo quoque tranſierat. Hic vero rurſus celeritati tantum deceſſiſſe neceſſe eſt quantum una temporis parte cadendo deorſum acquiritur, hoc eſt celeritatem B D. Itaque grave, ubi uſque ad B aſcenderit, habet celeritatem ipſam B D reliquam, cum in E habuerit celeritatem F E ipſius B D duplam. Si ergo ex B cum celeritate æquabili, quantam illic habet, ſurſum pergeret, confecturum eſſet parte una temporis ſpatium æquale ipſi D B, hoc eſt duplum A B. Sed accedente gravitatis actione, diminuitur aſcenſus iſte ſpatio quod ipſi A B æquale ſit. Igitur hac parte temporis aſcendet tantummodo per ſpatium B A, quod etiam primo deſcenſus tempore tranſierat. Atque in fine quidem extremi temporis hujus neceſſario grave in A puncto reperietur. Sed dicetur forſan altius aſcendiſſe quam ad A, atque inde eo relapſum eſſe. At hoc abſurdum eſſet, cum non poſſit, motu à gravitate profecto, altius quam unde decidit aſcendere. Porro quum celeritati quam in B habebat rurſus deceſſerit celeritas B D, patet jam gravi in A conſtituto nullam celeritatem ſupereſſe, ac proinde non altius excurſurum. Itaque oſtenſum eſt ad eandem unde decidit altitudinem perveniſſe, & ſingula ſpatia, quæ æqualibus deſcenſus temporibus tranſmiſerat, eadem totidem aſcenſus temporibus remenſum eſſe: ſed & æqualibus temporibus æqualia ipſi deceſſiſſe celeritatis momenta apparuit. Ergo conſtat propoſitum.

DE DESCENSU GRAVIUM.

Quia vero in demonſtratione propoſitionis ſecundæ, ex qua pendet præcedens, adſumptum fuit certam quandam eſſe proportionem ſpatiorum quæ continuis æqualibus temporibus à gravi cadente transeuntur, quæque eadem ſit, quæcunque æqualia tempora accipiantur; quod quidem & ex rei natura ita ſe habere neceſſe eſt, & ſi negetur, fatendum fruſtra proportionem iſtorum ſpatiorum inveſtigari. Tamen, quia propoſitum etiam absque hoc demonſtrari poteſt, Galilei methodum ſequendo, operæ pretium erit demonſtrationem, ab illo minus perfecte traditam, hic accuratius conſcribere. itaque rurſum hic demonſtrabimus.

De descensu gravium.

PROPOSITIO V.

Spatium peractum certo tempore, à gravi è quiete casum inchoante, dimidium eſſe ejus ſpatii quod pari tempore transiret motu æquabili, cum celeritate quam acquiſivit ultimo casûs momento.

TAB. V. Fig. 3.

Sit tempus deſcenſus totius A H, quo tempore mobile peregerit ſpatium quoddam cujus quantitas deſignetur plano P: ductaque H L perpendiculari ad A H, longitudinis cujuslibet, referat illa celeritatem in fine caſus acquiſitam. Deinde completo rectangulo A H L M, intelligatur eo notari quantitas ſpatii quod percurreretur tempore A H, cum celeritate H L. Oſtendendum eſt igitur planum P dimidium eſſe rectanguli M H, hoc eſt, ducta diagonali A L, æquale triangulo A H L.

Si planum P non eſt æquale triangulo A H L, ergo aut minus eo erit, aut majus. Sit primo, ſi fieri poteſt, planum P minus triangulo A H L. dividatur autem A H in tot partes æquales A C, C E, E G &c. ut, circumſcriptâ triangulo A H L figurâ è rectangulis quorum altitudo ſingulis diviſionum ipſius A H partibus æquetur, ut ſunt rectangula B C, D E, F G, alteràque eidem triangulo inſcriptâ, ex rectangulis ejuſdem altitudinis, ut ſunt K E, O G &c. ut, inquam, exceſſus illius figuræ ſupra hanc, minor ſit exceſſu trianguli A H L ſupra planum P. hoc enim fieri poſſe perſpicuum eſt, cum totus exceſſus figuræ circumſcriptæ ſuper inſcriptam æquetur rectangulo infimo, baſin habenti H L. Erit itaque omnino exceſſus ipſius trianguli A H L ſupra figuram inſcriptam minor quam ſupra planum P, ac proinde figura triangulo inſcripta major plano P. Porro autem, quum recta A H tempus totius deſcenſus referat, ejus partes æquales A C, C E, E G, æquales temporis illius partes referent. Cumque celeritates mobilis cadentis creſcant eadem proportione qua tempora deſcenſus *; ſitque celeritas

* Prop. 1. huj.

in

in fine totius temporis acquiſita H L; erit ea, quæ in fine primæ partis temporis A C acquiretur, C K; quia ut A H ad A C, ita H L ad C K. Similiter quæ in fine partis temporis ſecundæ C E acquiritur, erit E O, atque ita deinceps. Patet autem, tempore primo A C, ſpatium aliquod à mobili transmiſſum eſſe, quod majus ſit nihilo; tempore vero ſecundo C E transmiſſum eſſe ſpatium quod majus ſit quam K E, quia ſpatium K E transmiſſum fuiſſet tempore C E, motu æquabili, cum celeritate C K. habent enim ſpatia, motu æquabili transacta, rationem compoſitam ex ratione temporum, & ratione velocitatum, ideoque cum tempore A H, celeritate æquabili H L percurri poſuerimus ſpatium M H, ſequitur tempore C E, cum celeritate C K, percurri ſpatium K E, quum ratio rectanguli M H ad rectangulum K E componatur ex rationibus A H ad C E, & H L ad C K. De descensu gravium.

Quum ergo, ut dixi, ſpatium K E ſit illud quod transmitteretur tempore C E, cum celeritate æquabili C K, mobile autem feratur tempore C E motu accelerato, qui jam principio hujus temporis habet celeritatem C K; manifeſtum eſt iſto accelerato motu, tempore C E, majus ſpatium quam K E confecturum. Eadem ratione, tempore tertio E G, majus ſpatium conficiet quam O G, quia nempe hoc confecturum eſſet tempore eodem E G, cum celeritate æquabili E O. Atque ita deinceps, ſingulis temporis A H partibus, à mobili majora ſpatia quam ſunt rectangula figuræ inſcriptæ, ipſis partibus adjacentia, peragentur. Quare totum ſpatium motu accelerato peractum majus erit ipſa figura inſcripta. Spatium vero illud æquale poſitum fuit plano P. Itaque figura inſcripta minor erit ſpatio P. quod eſt abſurdum; eodem enim ſpatio major oſtenſa fuit. Non eſt igitur planum P minus triangulo A H L. At neque majus eſſe oſtendetur.

Sit enim, ſi poteſt; & dividatur A H in partes æquales, atque ad earum altitudinem, inſcripta circumſcriptaque rurſus, ut ante, ſit triangulo A H L figura ex rectangulis, ita ut altera alteram excedat minori exceſſu quam quo planum

P ſuperat triangulum A H L, erit igitur neceſſario figura circumſcripta minor plano P. Conſtat jam, prima temporis parte A C, minus ſpatium à mobili transmitti quam ſit B C, quia hoc percurreretur eodem tempore A C cum celeritate æquabili C K, quam demum in fine temporis A C mobile adeptum eſt. Similiter ſecunda parte temporis C E, minus ſpatium motu accelerato transmittetur quam ſit D E, quia hoc percurreretur eodem tempore C E, cum celeritate æquabili E O, quam demum in fine temporis C E mobile aſſequitur. Atque ita deinceps, ſingulis partibus temporis A H, minora ſpatia à mobili trajicientur quam ſunt rectangula figuræ circumſcriptæ, ipſis partibus adjacentia. Quare totum ſpatium motu accelerato peractum, minus erit ipſa figura circumſcripta. Spatium vero illud æquale poſitum fuit plano P; ergo planum P minus quoque erit figura circumſcripta. quod eſt abſurdum, cum figura hæc plano P minor oſtenſa fuerit. Ergo planum P non majus eſt triangulo A H L, ſed nec minus eſſe jam oſtenſum fuit. Ergo æquale ſit neceſſe eſt; quod erat demonſtrandum.

Et hæc quidem omnia quæ hactenus demonſtrata ſunt, gravibus per plana inclinata deſcendentibus atque aſcendentibus æque ac perpendiculariter motis convenire ſciendum eſt: cum, quæ de effectu gravitatis poſita fuerunt, eadem ratione utrobique ſint admittenda.

Hinc vero non difficile jam erit demonſtrare propoſitionem ſequentem quam concedi ſibi, ut quodammodo per ſe manifeſtam, Galileus poſtulavit. nam demonſtratio illa quam poſtea adferre conatus eſt, quæque in poſteriori operum ejus editione extat, parum firma meo quidem judicio videtur. Eſt autem propoſitio hujusmodi.

PROPOSITIO VI.

Celeritates gravium, ſuper diverſis planorum inclinationibus deſcendendo acquiſitæ, æquales ſunt, ſi planorum elevationes fuerint æquales.

Ele-

Elevationem plani vocamus altitudinem ejus ſecundum perpendiculum. De descensu gravium. TAB. V. Fig. 4.

Sunto itaque plana inclinata, quorum ſectiones factæ plano ad horizontem erecto, A B, C B; quorumque elevationes A E, C D ſint æquales; & cadat grave ex A per planum A B, & rurſus ex C per planum C B. dico utroque caſu eundem gradum velocitatis in puncto B acquiſitum.

Si enim per C B cadens minorem velocitatem acquirere dicatur quam cadens per A B, habeat ergo, per C B cadens, eam duntaxat quam per F B acquireret, poſita nimirum F B minore quam A B. Acquiret autem per C B cadens eam velocitatem qua rurſus per totam B C poſſit aſcendere *. Ergo & per F B acquiret eam velocitatem qua poſſit aſcendere per totam B C. Ideoque cadens ex F in B, ſi continuet porro motum per B C; quod repercuſſu ad ſuperficiem obliquam fieri poteſt; aſcendet usque in C, hoc eſt, altius quam unde decidit, quod eſt abſurdum.

* Prop. 4. huj.

Eodem modo oſtendetur neque per planum A B decidenti minorem velocitatem acquiri quam per C B. Ergo per utraque plana eadem velocitas acquiritur, quod erat demonſtrandum.

Quod ſi vero, pro plano alterutro, ſumatur perpendiculum ipſum planorum elevationi æquale, per quod decidere mobile ponatur, ſic quoque eandem quam per plana inclinata velocitatem ei acquiri conſtat; eadem namque eſt demonſtratio.

Porro hinc jam recte quoque procedet demonſtratio alterius theorematis Galileani, cui reliqua omnia, quæ de deſcenſu ſuper planis inclinatis tradidit, ſuperſtruuntur. Nempe

PROPOSITIO VII.

Tempora deſcenſuum ſuper planis diverſimode inclinatis, ſed quorum eadem eſt elevatio, eſſe inter ſe ut planorum longitudines.

Sint

Digitized by Google

DE DESCENSU GRAVIUM. TAB V. Fig. 5.

Sint plana inclinata A C, A D quorum eadem elevatio A B. dico tempus deſcenſus per planum A C ad tempus deſcenſus per A D eſſe ut longitudo A C ad A D. Eſt enim tempus per A C æquale tempori motus æquabilis per eandem A C, cum celeritate dimidia ejus quæ acquiritur caſu per A C*. Similiter tempus per A D eſt æquale tempori motus æquabilis per ipſam A D, cum dimidia celeritate ejus quæ acquiritur caſu per A D. Eſt autem hæc dimidia celeritas illi dimidiæ celeritati æqualis *, ideoque dictum tempus motus æquabilis per A C, ad tempus motus æquabilis per A D, erit ut A C ad A D. Ergo & tempora ſingulis iſtis æqualia, nimirum tempus deſcenſus per A C, ad tempus deſcenſus per A D, eandem rationem habebunt, nempe quam A C ad A D. quod erat demonſtrandum.

* Prop. 2. huj.

* Prop. præced.

Eodem modo oſtendetur & tempus deſcenſus per A C, ad tempus caſus per A B perpendicularem, eſſe ut A C ad A B longitudine.

PROPOSITIO VIII.

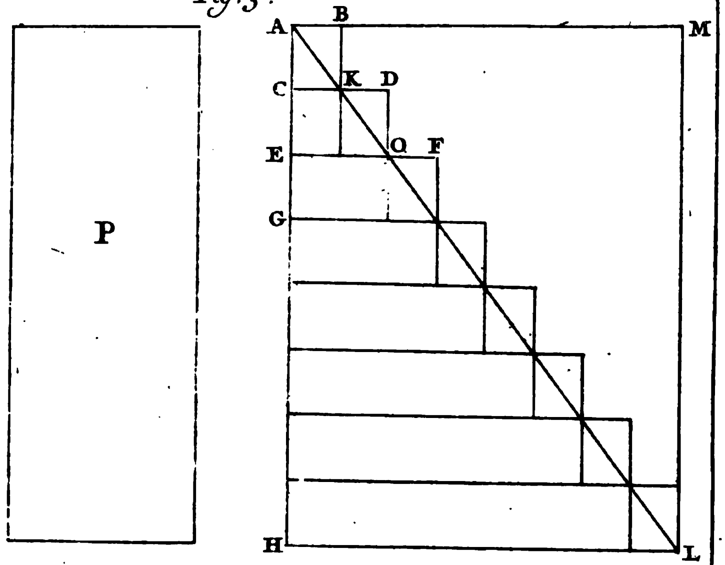
SI ex altitudine eadem deſcendat mobile continuato motu per quotlibet ac quælibet plana contigua, utcunque inclinata; ſemper eandem in fine velocitatem acquiret, quæ nimirum æqualis erit ei quam acquireret cadendo perpendiculariter ex pari altitudine.

TAB. VI. Fig. 1.

Sint plana contigua A B, B C, C D, quorum terminus A, ſupra horizontalem lineam D F per infimum terminum D ductam, altitudinem habeat quanta eſt perpendicularis E F. deſcendatque mobile per plana illa ab A uſque in D. Dico in D eam velocitatem habiturum quam, ex E cadens, haberet in F.

Producta enim C B occurrat rectæ A E in G. Itemque D C producta occurrat eidem A E in E. Quoniam itaque per

Fig. 3.



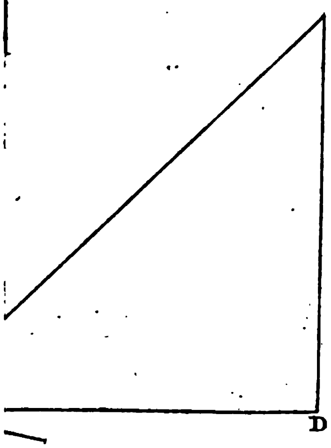
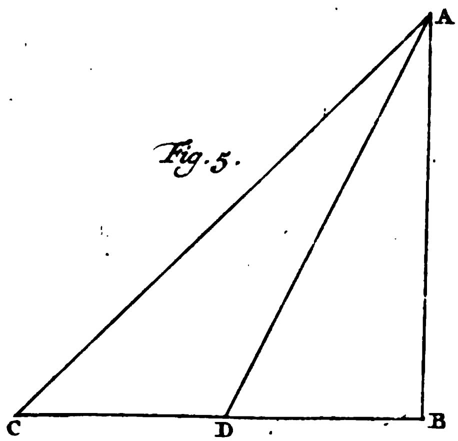
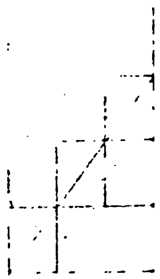


Fig. 5.





Digitized by Google

per A B deſcendens eandem acquirit velocitatem in termino B, atque deſcendens per G B *; manifeſtum eſt, cum flexus ad B nihil obſtare motui ponatur, tantam velocitatem habiturum ubi in C pervenerit, quantam ſi per G C planum deſcendiſſet; hoc eſt, quantam haberet ex deſcenſu per E C. Quare & reliquum planum C D eodem modo tranſibit ac ſi per E C adveniſſet, ac proinde in D denique parem velocitatem habebit, ac ſi deſcendiſſet per planum E D, hoc eſt, eandem quam ex caſu perpendiculari per E F. quod erat demonſtrandum. DE DESCENSU GRAVIUM. * Prop. 6. huj.

Hinc liquet etiam per circuli circumferentiam, vel per curvam quamlibet lineam deſcendente mobili (nam curvas tanquam ex infinitis rectis compoſitæ eſſent hic conſiderare licet) ſemper eandem illi velocitatem acquiri ſi ab æquali altitudine deſcenderit: tantamque eam eſſe velocitatem, quantam caſu perpendiculari ex eadem altitudine adipiſceretur.

PROPOSITIO IX.

SI grave, à deſcenſu, ſurſum convertat motum ſuum, aſcendet ad eandem unde venit altitudinem, per quaſcunque planas ſuperficies contiguas, & quomodocunque inclinatas, inceſſerit.

Cadat grave ex altitudine A B, & ex puncto B inclinata ſint ſurſum plana B C, C D, D E, quorum extremitas E ſit eadem altitudine cum puncto A. Dico ſi mobile, poſt caſum per A B, convertat motum ut pergat moveri per dicta plana inclinata, perventutum uſque in E. TAB. VI. Fig. 2.

Dicatur enim, ſi fieri poteſt, tantum ad G perventurum. Producantur B C & C D, donec occurrant horizontali G F in F & H. Cum igitur mobile, ſuperatis planis B C, C D, habeat tantum eam velocitatem quâ poſſit aſcendere per D G, vel per D H; nam ad hæc utraque eadem velocitate opus eſſe conſtat ex propoſitione 6; Ergo, ſuperato plano B C, eam duntaxat habebat qua potuiſſet aſcendere per G H,

I vel

De descensu gravium.

vel per C F. Ergo in B duntaxat eam qua potuiſſet aſcendere per B F, hoc eſt, eandem quam acquireret deſcendendo per F B. Atqui in B habet velocitatem qua poteſt aſcendere uſque in A. Ergo illa velocitate quam acquirit grave deſcendendo per F B, poſſet aſcendere per B A, hoc eſt, altius quam unde diſceſſerat, quod fieri non poteſt.

Eſt autem eadem prorſus demonſtratio quotcunque plana fuerint per quæ mobile aſcendat. Unde & ſi infinita fuerit planorum multitudo, hoc eſt, ſi ſuperficies aliqua curva ponatur, per hanc quoque ad eam ex qua venit altitudinem mobile aſſurget.

PROPOSITIO X.

SI mobile cadat perpendiculariter, vel per quamlibet ſuperficiem deſcendat, ac rurſus impetu concepto per quamlibet aliam feratur ſurſum, habebit aſcendendo ac deſcendendo in punctis æque altis eandem ſemper velocitatem.

Tab. IV. Fig. 3.

Ut ſi mobile ex altitudine A B decidens, motum deinde continuet per ſuperficiem B C D, in qua punctum C ſit pari altitudine atque in A B eſt punctum E. Dico in C eandem velocitatem ineſſe mobili atque in E fuerat.

Quum enim in C ea velocitas ſuperſit mobili qua porro aſcendat usque ad D punctum, æque altum ac A*: cumque & ex deſcenſu per A E velocitatem eam acquirat qua, converſo motu, aſcenſurum ſit per C D*; Patet cum pervenit ad C aſcendendo, eandem ipſum habere velocitatem, quam habebat in E deſcendendo; quod erat demonſtrandum.

* Prop. præced.

* Prop. præced.

PROPOSITIO XI.

SI mobile per ſuperficiem aliquam deorſum tendat, ac deinde converſo motu ſurſum per eandem

Digitized by Google

dem ſuperficiem vel aliam ſimilem ſimiliterque poſitam feratur, æqualibus temporibus per idem ſpatium deſcendet atque aſcendet. De descensu gravium.

Velut ſi per ſuperficiem A B deſcendat mobile, atque, ubi ad B pervenerit, converſo motu ſurſum per eandem A B, vel ei ſimilem & reſpectu plani horizontalis ſimiliter poſitam B C, aſcendat, conſtat ex ante demonſtratis, perventurum ad eandem ex qua venit altitudinem. Cum autem perpetuo, in punctis quorum eadem altitudo, eandem velocitatem habeat aſcendendo ac deſcendendo *; apparet eandem lineam bis eadem velocitate ſingulis ſui partibus percurri: unde & tempora utriusque motus æqualia eſſe neceſſe eſt; quod erat demonſtrandum. TAB. VI. Fig. 4. * Prop. præced.

PROPOSITIO XII.

Eſto circulus A B C, *diametro* A C, *cui ad angulos rectos ſit* F G; *huic vero occurrat à termino diametri* A *educta* A F *extra circulum, quæ quidem neceſſario ſecabit circumferentiam, puta in* B. *Dico arcum* B D, *lineis* G F, A F *interceptum, minorem eſſe recta* D F. TAB. VI. Fig. 5.

Jungatur enim B C, & ducatur ex B puncto tangens circumferentiam recta B E, quæ neceſſario occurret rectæ F G inter F & D. Eſt igitur angulus B A C in circulo æqualis angulo E B C*. quare & angulus F B E, qui una cum E B C conſtituit angulum rectum F B C, erit æqualis B C A. Quia autem ſimilia ſunt triangula A B C, A G F, erit & angulus F æqualis angulo A C B. Ergo idem angulus F æqualis angulo F B E. Itaque iſoſceles eſt triangulus F E B, habens crura æqualia F E, E B. Addita ergo utrique eorum recta E D, fiet F D, æqualis duabus B E, E D. Haſce vero duas majores eſſe conſtat arcu B D, iisdem termi- * Prop. 32. Lib. 3. Eucl.

Digitized by Google

nis intercepto, & in eandem partem cavo. Ergo & F D eodem arcu B D major erit: quare conſtat propoſitum.

PROPOSITIO XIII.

Tab. VI. Fig. 6.

Isdem poſitis, ſi recta A B *occurrat ipſi* D G *intra circulum; Dico arcum* B D, *rectis* G D, A B *interceptum, majorem eſſe recta* D F.

Jungatur enim D C & ducatur arcui D B ſubtenſa D B. Quoniam ergo angulus A B D æqualis A C D, hoc eſt, angulo A D G; angulus autem D F B major angulo A D F, ſive A D G; erit idem D F B etiam major D B F. Ergo in triangulo D F B latus D B majus latere D F; unde multo magis arcus D B ſuperabit eandem D F. Quare conſtat propoſitum.

PROPOSITIO XIV.

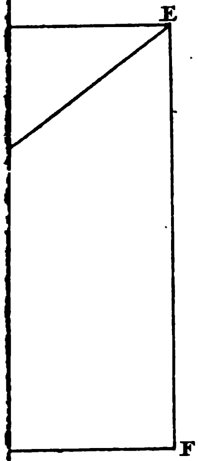
Tab. VII. Fig. 1.

Sit cyclois A B C *cujus baſis* A C *axis* B D. *Quomodo autem generetur ex definitione & deſcriptione mechanica ſuperius traditis ſatis manifeſtum arbitror. Et circa axem* B D, *circulus deſcriptus ſit* B G D, *& à quolibet puncto* E *in cycloide ſumpto agatur* E F *baſi* A C *parallela, quæ occurrat axi* B D *in* F, *ſecetque circumferentiam* B G D *in* G, *Dico rectam* G E *arcui* G B *æqualem eſſe.*

Deſcribatur enim per E punctum circulus L E K ipſi B G D æqualis, quique tangat baſin cycloidis in K, & ducatur diameter K L. Eſt igitur recta A K arcui E K æqualis; ſed tota A D æqualis ſemicircumferentiæ K E L; ergo K D æqualis arcui E L ſive G B. Eſt autem K D ſive N F æqualis E G, quoniam E N æqualis G F, & communis utrique N G. Ergo conſtat & G E æqualem eſſe arcui G B.

PRO-

Digitized by Google



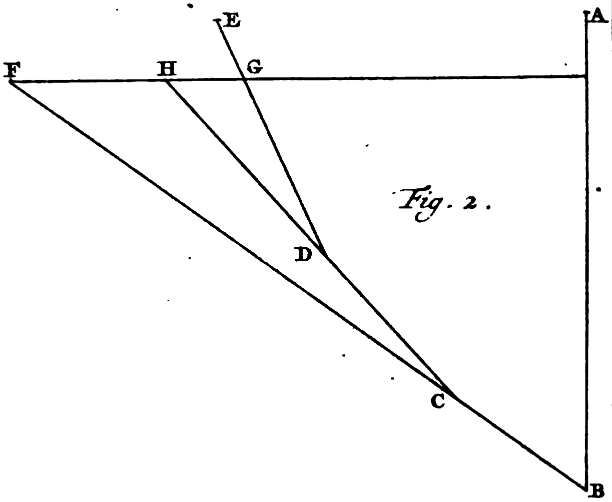
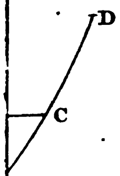


Fig. 2.



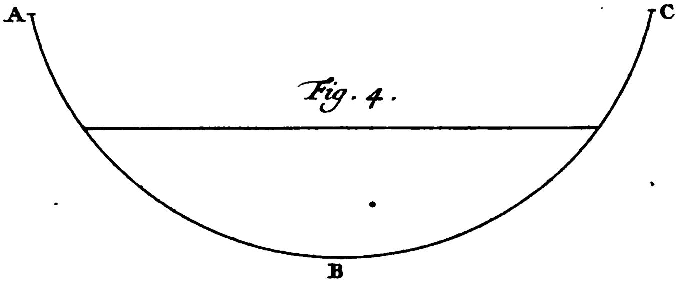


Fig. 4.

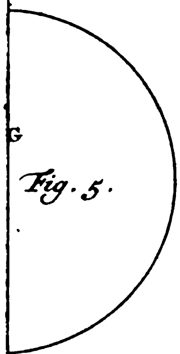


Fig. 5.

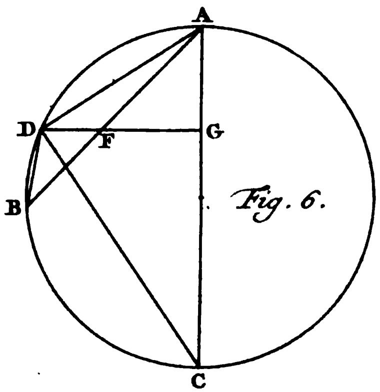


Fig. 6.

Digitized by Google

Digitized by Google

PROPOSITIO XV.

De deſcenſu gravium.

Dato in Cycloide puncto, rectam per illud ducere quæ Cycloidem tangat.

Sit cyclois A B C, & punctum in ea datum B, per quod tangentem ducere oporteat. TAB. VII. Fig. 2.

Circa axem cycloidis A D deſcribatur circulus genitor A E D, & ducatur B E parallela baſi cycloidis, quæ dicto circulo occurrat in E, & jungatur A E, cui denique parallela per B agatur H B N. Dico hanc cycloidem in B contingere.

Sumatur enim in ea punctum quodlibet, à B diverſum, ac primo verſus ſuperiora velut H, & per H ducantur recta baſi cycloidis parallela, quæ occurrat cycloidi in L, circulo A E D in K, rectæ A E in M. Quia ergo K L eſt æqualis arcui K A, recta autem K M minor arcu K E, erit recta M L minor arcu A E, hoc eſt, rectâ E B, ſive M H; unde apparet punctum H eſſe extra cycloidem.

Deinde in recta H N ſumatur punctum N inferius B, & per N agatur, ut ante, baſi parallela, quæ occurrat cycloidi in Q, circulo A E D in O, rectæ A E productæ in P. Quia ergo O Q, æqualis eſt arcui O A; O P autem major arcu O E; erit P Q minor arcu E A, hoc eſt, rectâ E B, ſive P N. Unde apparet rurſus punctum N eſſe extra cycloidem. Cum igitur quodlibet punctum præter B, in recta H B N ſumptum, ſit extra cycloidem, conſtat illam in puncto B cycloidem contingere; quod erat demonſtrandum.

Huic demonſtrationi an locum ſuum hic relinquerem dubitavi, quod non multum ei abſimilem à clariſſimo Wrennio editam inveniam in libro Walliſii de Cycloide. Poteſt autem & univerſali conſtructione propoſitum abſolvi, quæ non cycloidi tantum ſed & aliis curvis, ex cujuſlibet figuræ circumvolutione genitis, conveniat; dummodo ſit figura in eandem partem cava, & ex iis quæ geometricæ vocantur.

Sit enim curva N A B, orta ex circumvolutione figuræ TAB. VII. Fig. 3.

Digitized by Google

De deſcenſu gravium.

O L ſuper regula L D; deſcribente nempe puncto N, in circumferentia figuræ O L ſumpto. Et oporteat ad punctum curvæ A tangentem ducere. Ducatur recta C A à puncto C, ubi figura regulam tangebat cum punctum deſcribens eſſet in A: quod punctum contactus ſemper inveniri poteſt, ſiquidem eo reducitur problema ut duæ rectæ inter ſe parallelæ ducendæ ſint, quarum altera tranſeat per punctum deſcribens in figuræ ambitu datum, altera figuram tangat, quæque inter ſe diſtent quantum diſtat punctum datum A ab regula L D: dico ipſam C A occurrere curvæ ad angulos rectos, ſive circumferentiam M A F deſcriptam centro C radio C A, tangere curvam in puncto A, unde perpendicularis ad A C, per punctum A, ducta curvam ibidem continget.

Ducatur enim C B primum ad punctum curvæ B, quod diſtet ultra punctum A ab regula L D, intelligaturque figuræ poſitus in B E D, cum punctum deſcribens eſſet in B, contactus regulæ in D. & punctum curvæ quod erat in C, cum punctum deſcribens eſſet in A, hic jam ſublatum ſit in E; & jungantur E C, E B, tangatque figuram in E recta K H, occurrens regulæ in H.

Quia ergo recta C D æqualis eſt curvæ E D; eâdem vero curva major eſt utraque ſimul E H, H D; erit E H major quam C H. Unde angulus E C H major quam C E H, & proinde E C L minor quam C E K. Atqui addendo angulum K E B, qui æqualis eſt L C A, ad K E C, fit angulus C E B: & auferendo ab E C L angulum L C B, fit E C B. Ergo angulus C E B major omnino angulo E C B. Itaque in triangulo C E B, latus C B majus erit quam E B. ſed E B æquale patet eſſe C A, cum ſit idemmet ipſum unà cum figura tranſpoſitum. Ergo C B etiam major quam C A, hoc eſt, quam C F. unde conſtat punctum B eſſe extra circumferentiam M A F.

Sit rurſus punctum N in curva ſumptum inter regulam L D & punctum A. Cumque punctum deſcribens eſſet in N, ponatur ſitus figuræ fuiſſe in V L, punctumque contactus L, punctum verò quod tangebat prius regulam in C, ſit jam ſubla-

ſublatum in V: & jungantur C N, N V, V C, V L. Erit ergo V N æqualis C A; imo erit ipſa C A translata in V N. Jam quia recta L C æquatur curvæ L V, ac proinde major eſt recta L V, erit in triangulo C L V angulus L V C major quam L C V. Quare addito inſuper angulo L V N ad L V C, fiet totus N V C major utique quam L C V, ac proinde omnino major angulo N C V, qui pars eſt L C V. Ergo in triangulo C V N latus C N majus erit latere V N, cui æquatur C A, ideoque C N major quoque quam C A, hoc eſt quam C M. Unde apparet punctum N cadere extra circulum M A F, qui proinde tanget curvam in puncto A. quod erat demonſtrandum. DE DESCENSU GRAVIUM.

Eſt autem eadem quoque tum conſtructio tum demonſtratio, ſi curva genita ſit à puncto deſcribente, vel intra vel extra ambitum figuræ circumvolutæ ſumpto. Niſi quod, hoc poſteriori caſu, pars quædam curvæ infra regulam deſcendit, unde nonnulla in demonſtratione oritur diverſitas.

Sit enim punctum A, per quod tangens ducenda eſt, datum in parte curvæ N A B, quæ infra regulam C L deſcendit, deſcripta nimirum à puncto N extra figuram revolutam ſumpto, ſed certam poſitionem in eodem ipſius plano habente. Invento igitur puncto C, ubi figura revoluta tangit regulam C D quum punctum deſcribens eſſet in A, ducatur recta C A. Dico hanc curvæ N A B occurrere ad rectos angulos, ſive circumferentiam radio C A centro C deſcriptam tangere curvam N A B in puncto A. Oſtendetur autem exterius ipſam contingere, cum in curvæ parte ſupra regulam C D poſita interius contingat. TAB. VIII. Fig. 1.

Poſitis enim & deſcriptis iiſdem omnibus quæ prius, oſtenditur rurſus angulus E C H major quam C E H. atqui ad E C H addito H C B fit angulus E C B; & à C E H auferendo H E B, qui æqualis eſt D C A, fit angulus C E B. Ergo E C B major omnino quam C E B. unde in triangulo E C B latus E B majus quam C B. ſed ipſi E B æqualis eſt C A, ſive C F. Ergo & C F major quam C B: ideoque punctum circumferentiæ F eſt ultra curvam N A B à centro remotum.

Item

De deſcenſu gravium.

Item rurſus oſtenditur angulus L V C major L C V. Quare C V P, qui cum L V C duos rectos æquat, minor erit quam V C D. Atqui addendo ad V C D angulum D C N, fit V C N; & auferendo ab C V P angulum P V N, fit C V N. Ergo angulus V C N omnino major quam C V N. In triangulo itaque C V N, latus V N majus erit quam C N. Eſt autem ipſi V N æqualis C A ſive C M. Ergo & C M major quam C N, ideoque punctum circumferentiæ M erit ultra curvam N A B à centro C remotum. Itaque conſtat circumferentiam M A F tangere curvam in puncto A. quod erat demonſtrandum.

Quod ſi punctum curvæ per quod tangens ducenda eſt, ſit illud ipſum ubi regula curvam ſecat, erit tangens quæſita ſemper regulæ perpendicularis; ut facile eſſet oſtendere.

PROPOSITIO XVI.

De motu in cycloide. Tab. VIII. Fig. 2.

Si circuli circumferentiam, cujus centrum E, *ſecent rectæ duæ parallelæ* A F, B G, *quarum utraque ad eandem partem centri transeat, vel altera* A F *per centrum ipſum: & à puncto* A, *quo centro propior circumferentiam ſecat, ducatur recta ipſam contingens: dico partem hujus* A B, *à parallela utraque interceptam, minorem eſſe arcu* A C, *ab utraque eadem parallela intercepto.*

Ducatur enim arcui A C ſubtenſa recta A C. Quia ergo angulus B A F eſt æqualis ei quem capit portio circuli A H F, quæ vel major eſt ſemicirculo vel ſemicirculus, erit proinde angulus B A F, vel minor recto vel rectus; ideoque angulus A B C vel major recto vel rectus. Quare in triangulo A B C latus A C, angulo B ſubtenſum, majus erit latere A B. ſed idem latus A C minus eſt arcu A C. Ergo omnino & A B arcu A C minor erit.

PRO-

Digitized by Google

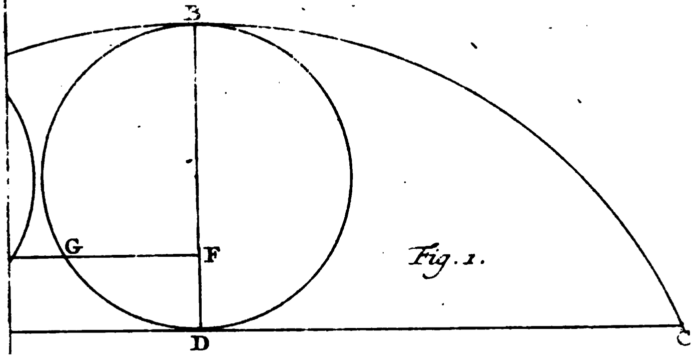


Fig. 1.

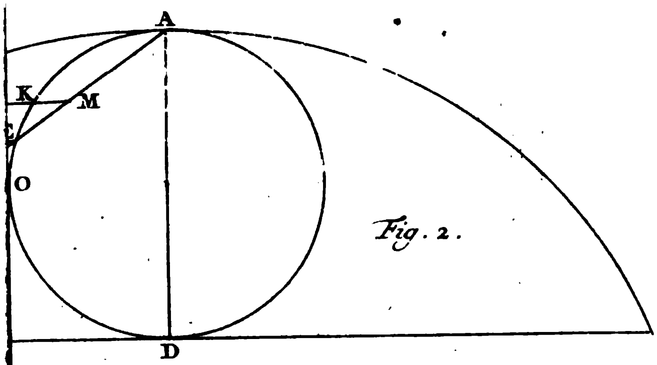


Fig. 2.

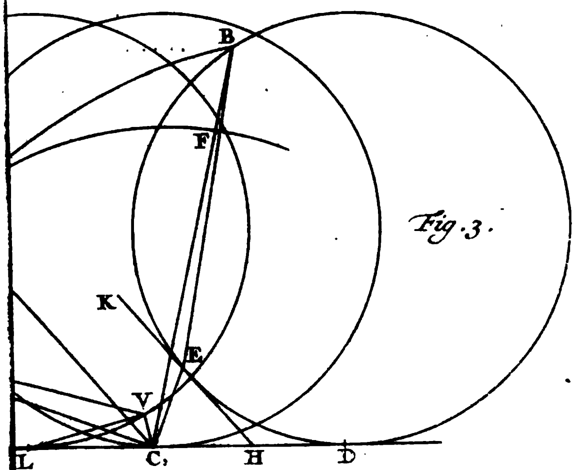


Fig. 3.

Digitized by Google

Digitized by Google

De motu in Cycloide.

PROPOSITIO XVII.

Isdem poſitis, ſi tertia recta prioribus parallela D K, *circulum ſecuerit, quæ ab ea quæ centro propior eſt* A F, *tantundem diſtet quantum hæc à reliqua* B G: *dico partem tangentis in* A, *à parallela ultimo adjecta, & media interceptam, nempe* A D, *arcu* A C *à primis duabus parallelis intercepto minorem eſſe.* TAB. VIII. Fig. 3.

Hoc enim patet quum A D ipſi A B æqualis ſit, quam antea oſtendimus arcu A C minorem eſſe.

PROPOSITIO XVIII.

SI circulum, cujus centrum E, *duæ rectæ parallelæ ſecuerint* A F, B G; *& à puncto* B, *ubi quæ à centro remotior eſt, vel tantundem atque altera diſtat, circumferentiæ occurrit, ducatur recta circumferentiam tangens: erit pars hujus* B A, *à parallelis intercepta, major arcu ab iiſdem parallelis intercepto* B C. TAB. VIII. Fig. 4.

Ducatur enim in puncto C, recta M C L circumferentiam tangens, quæ occurrat tangenti B A in L. In triangulo igitur A C L, angulus C æqualis eſt angulo M C F, hoc eſt, ei quem capit portio circuli C B F. angulus autem A æquatur angulo quem capit portio circuli B C G, quæ portio quum ſit major vel æqualis portioni C B F, quippe quum B G vel ulterius diſtet à centro quam C F, vel tantundem: erit proinde trianguli A C L angulus A minor vel æqualis angulo C: & conſequenter latus C L vel minus vel æquale lateri A L. Atqui C L una cum L B majores ſunt arcu C B. Ergo & A L una cum L B, hoc eſt, tangens

K gens

Digitized by Google

DE MOTU IN CYCLOIDE. gens A B, eodem arcu C B major erit. quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XIX.

TAB. VIII. Fig. 5. *Iſdem poſitis, ſi tertia recta prioribus parallela* D K *circulum ſecet, quæ tantundem diſtet ab ea quæ remotior eſt à centro quantum hæc à reliqua* A F: *Erit pars tangentis in* B, *à parallela media, & ultimo addita* D K, *intercepta, nimirum* B D, *major arcu* B C.

Hoc enim manifeſtum eſt cum B D fiat ipſi B A æqualis, quam oſtendimus arcu B C majorem eſſe.

PROPOSITIO XX.

TAB. VIII. Fig. 6. *SI arcus circuli, ſemicircumferentia minor,* A B, *in partes quotlibet ſecetur lineis rectis parallelis, quæ & inter ſe, & cum rectis ſibi parallelis per terminos arcus ductis, æqualia intervalla conſtituant, quales ſunt* C D, E F, G H, K L *&c. ducanturque ad terminum arcus alterutrum* A, *& ad reliqua omnia ſectionum puncta rectæ circumferentiam tangentes, omnes in eandem partem, & ut unaquæque occurrat proximæ dictarum parallelarum; cujusmodi ſunt tangentes* A C, D E, F G, H K *&c. Dico has tangentes, dempta prima* A C, *ſimul ſumptas, minores eſſe arcu propoſito* A B. *Easdem vero omnes, non omiſſa* A C, *majores eſſe arcu* A B *diminuto parte extrema* N B, *hoc eſt, majores arcu* A N.

Ponamus enim primo perallelarum aliquas tranſire ab utra-

traque parte centri Z, & ſit G H, earum quæ ſunt à parte B, centro proxima, vel per ipſum centrum tranſeat. Itaque tangentes omnes inter G H & B O comprehenſæ, ut H K, L M, N O, ſingulæ ſuis arcubus minores ſunt *. Porro autem & tangens G F, arcu ſequente F D minor eſt *, & ſimiliter tangens E D arcu D A. Itaque tangentes omnes inter B O & C D interjectæ, minores ſunt arcubus B H & F A, ac proinde omnino minores arcubus B H, H A, ſive arcu B A, quod erat primo oſtendendum. DE MOTU IN CYCLOIDE. * Prop. 16. huj. * Prop. 17. huj.

Porro jam demonſtrabimus tangentes omnes inter B O & A majores eſſe arcu A N. Enimvero parallela G H, vel propius centrum Z tranſit quam parallela E F, quam pono proximam eſſe earum quæ à parte A tranſeunt, vel erit remotior, vel æque diſtabit.

Quod ſi E F longius à centro vel æque remota eſt ac G H, erit tangens F G major arcu ſuo F H, & reliquæ tangentes verſus A, nimirum E D, C A majores ſingulæ arcubus ſuis *; adeo ut omnes ſimul G F, E D, C A majores ſint arcu H A. ſed & arcu H L major erit tangens L M *, & arcu L N tangens N O; itaque tangentes omnes, præter H K, majores ſimul erunt arcu A N; multoque magis, accedente ipſa H K, tangentes omnes inter A & B comprehenſæ arcu eodem A N majores erunt. * Prop. 18. huj. * Prop. 19. huj.

Si vero G H à centro longius diſtat quam E F, erit tangens K H major arcu H F *, & tangens M L ut ante major arcu L H, & tangens O N major arcu N L, & omnes proinde tangentes O N, M L, K H majores arcu N F. Sed & tangens E D major eſt arcu ſuo F D *, & tangens C A major ſimiliter arcu ſuo D A. Itaque tangentes omnes inter B O & A, præter G F, majores erunt arcu N A; multoque magis tangentes eædem, accedente G F, hoc eſt, omnes quæ inter B O & A interjiciuntur, eodem arcu N A majores erunt. * Prop. 19. huj. * Prop. 18. huj.

Ex his vero etiam demonſtratio manifeſta eſt in caſibus aliis, qualiſcunque ſemicircumferentiæ arcus accipiatur, quippe cum vel eadem ſit ubique, vel pars tantum præcedentis demonſtrationis.

Digitized by Google

DE MOTU IN CYCLOIDE.

PROPOSITIO XXI.

SI mobile deſcendat continuato motu per qualibet plana inclinata contigua, ac rurſus ex pari altitudine deſcendat per plana totidem contigua, ita comparata ut ſingula altitudine reſpondeant ſingulis priorum planorum, ſed majori quam illa ſint inclinatione. Dico tempus deſcenſus per minus inclinata, brevius eſſe tempore deſcenſus per magis inclinata.

TAB. IX. Fig. 1. Sint ſeries duæ planorum inter eaſdem parallelas horizontales comprehenſæ A B C D E, F G H K L, atque ita ut bina quæque ſibi correſpondentia plana utriusque ſeriei iisdem parallelis horizontalibus includantur; unumquodque vero ſeriei F G H K L magis inclinatum ſit ad horizontem quam planum ſibi altitudine reſpondens ſeriei A B C D E. Dico breviori tempore abſolvi deſcenſum per A B C D E, quam per F G H K L.

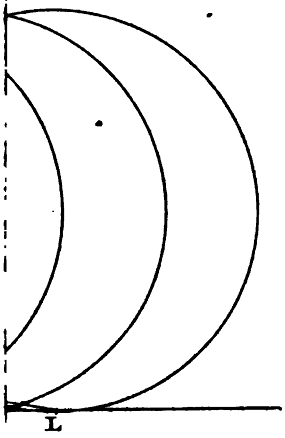
Nam primo quidem tempus deſcenſus per A B, brevius eſſe conſtat tempore deſcenſus per F G, quum ſit eadem ratio horum temporum quæ rectarum A B ad F G*, ſitque A B minor quam F G, propter minorem inclinationem. Producantur jam ſurſum rectæ C B, H G, occurrantque horizontali A F in M & N. Itaque tempus per B C poſt A B, æquale eſt tempori per eandem B C poſt M B, cum in puncto B eadem celeritas contingat, ſive per A B, ſive per M B deſcendenti *. ſimiliterque tempus per G H poſt F G, æquale erit tempori per eandem G H poſt N G. Eſt autem tempus per B C poſt M B ad tempus per G H poſt N G, ut B C ad G H longitudine, ſive ut C M ad H N, cum hanc rationem habeant & tempora per totas M C, N H, & per partes M B, N G*, ideoque etiam tempora reliqua. Eſtque B C, minor quam G H propter minorem inclinationem. Patet igitur tempus per B C poſt M B ſive poſt A B,

* Prop. 7. huj.

* Prop. 6. huj.

* Prop. 7. huj.

Digitized by Google



ig. 1.

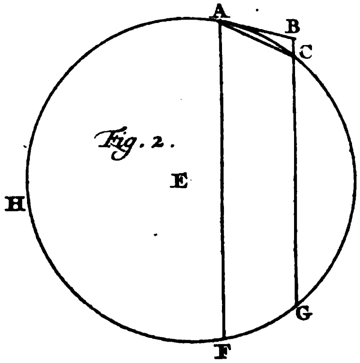


Fig. 2.



Fig. 3.

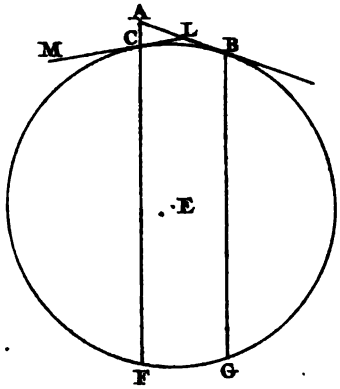


Fig. 4.

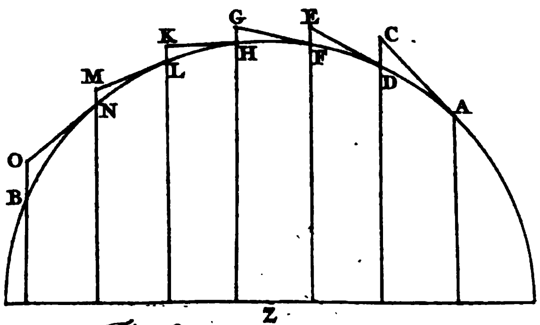


Fig. 6.

A B, brevius eſſe tempore per G H poſt N G ſive poſt F G. DE MOTU IN CYCLOIDE.

Similiter oſtendetur, productis D C, K H ſurſum, donec occurrant horizontali A F in O & P, tempus per C D poſt A B C, ſive poſt O C, brevius eſſe tempore per H K poſt F G H ſive poſt P H. Ac denique tempus per D E poſt A B C D, brevius eſſe tempore per K L poſt F G H K. Quare totum tempus deſcenſus per A B C D E, brevius erit tempore per F G H K L. quod erat demonſtrandum.

Hinc vero manifeſtum eſt, conſiderando curvas lineas tanquam ex innumeris rectis compoſitas, ſi fuerint duæ ſuperficies, ſecundum lineas curvas ejusdem altitudinis inclinatæ, quarum in punctis quibuslibet æque altis major ſemper ſit inclinatio unius quam reliquæ, etiam tempore breviori per minus inclinatam grave deſcenſurum quam per magis inclinatam.

Velut ſi ſint duæ ſuperficies inclinatæ ſecundum curvas A B, C D, æqualis altitudinis, quarumque in punctis æque altis quibuslibet E, F, major ſit inclinatio ipſius C D quam A B, hoc eſt, ut recta tangens curvam C D in F, magis inclinata ſit ad horizontem, quam quæ curvam A B tangit in puncto E. erit tempus deſcenſus per A B brevius quam per C D. TAB. IX. Fig. 2.

Idemque continget ſi altera linearum recta fuerit: dummodo inclinatio rectæ, quæ ubique eſt eadem, major minorve fuerit inclinatione curvæ in quolibet ſui puncto.

PROPOSITIO XXII.

SI in Cycloide cujus axis ad perpendiculum erectus ſtat, vertice deorſum ſpectante, duæ portiones curvæ æqualis altitudinis accipiantur, ſed quarum altera propior ſit vertici; erit tempus deſcenſus per ſuperiorem, brevius tempore per inferiorem.

Sit Cyclois A B, cujus axis A C ad perpendiculum erectus, vertex A deorſum ſpectet; & accipiantur in ea por- TAB. IX. Fig. 3.

Digitized by Google

De motu in Cycloide. tiones B D & E F, æqualis altitudinis, hoc eſt, ejuſmodi ut parallelæ horizontales B C, D H, quæ ſuperiorem portionem B D includunt, æque inter ſe diſtent ac E G, F K, inferiorem partionem E F includentes. Dico tempus deſcenſus per curvam B D brevius fore tempore per E F.

Sumatur enim in B D punctum quodlibet L, & in E F punctum M, ita ut eadem ſit altitudo E ſupra M quæ B ſupra L. Et deſcripto ſuper axe A C ſemicirculo, occurrant ei rectæ horizontales L N, M O, in N & O, & junganturN A, O A. Itaque quum punctum N ſit altius puncto O, manifeſtum eſt rectam N A minus ad horizontem inclinari quam O A. Eſt autem ipſi N A parallela tangens curvæ in L puncto *, & ipſi O A parallela tangens curvæ in M. Ergo curva B D in puncto L minus inclinata eſt quam curva E F in puncto M. Quod ſi igitur portio E F, invariata inclinatione, altius extolli intelligatur velut in *e f*, ita ut inter eaſdem parallelas cum portione B D comprehendatur, invenietur punctum M in *m*, æquali altitudine cum puncto L. eritque etiam inclinatio curvæ *e f* in puncto *m*, quæ eadem eſt inclinationi curvæ E F in M, major inclinatione curvæ B D in L. Similiter vero, & in quolibet alio puncto curvæ *e f*, major oſtendetur inclinatio quam curvæ B D in puncto æque alto. Itaque tempus deſcenſus per B D brevius erit tempore per *e f* *, ſive, quod idem eſt, per E F. quod erat demonſtrandum.

* Prop. 15. huj.

* Prop. præced.

LEMMA.

Tab. IX. Fig. 4.

Eſto circulus diametro A C, *quem ſecet ad angulos rectos* D E, *& à termino diametri* A *educta recta* A B *occurrat circumferentiæ in* B, *ipſi vero* D E *in* F. *Dico tres haſce*, A B, A D, A F, *proportionales eſſe.*

Sit enim primo interſectio F intra circulum; & arcui B D recta ſubtenſa ducatur. Quia igitur arcus æquales ſunt A E, A D,

Digitized by Google

A D, erunt anguli ad circumferentiam ipſis inſiſtentes, E D A, A B D æquales. Itaque in triangulis A B D, A D F, æquales anguli A B D, A D F. Communis autem utrique eſt angulus ad A. Ergo dicti trianguli ſimiles erunt, ideoque B A ad A D ut A D ad A F.

Sit jam punctum interſectionis *f* extra circulum, & ducatur *b* H parallela D E, quæ occurrat rectæ A D in H. Itaque ſecundum jam demonſtrata erit ut D A ad A *b*, ita A *b* ad A H, hoc eſt, ita A *f* ad A D: Ideoque rurſus proportionales erunt A *f*, A D, A *b*. Quare conſtat propoſitum.

PROPOSITIO XXIII.

Sit Cyclois A B C, *cujus vertex* A *deorſum converſus ſit, axe* A D *ad perpendiculum erecto; ſumptoque in ea quolibet puncto* B, *ducatur inde deorſum recta* B I *quæ Cycloidem tangat, termineturque recta horizontali* A I. *recta vero* B F *ad axem perpendicularis agatur, & diviſa bifariam* F A *in* X, *ſuper ea deſcribatur ſemicirculus* F H A. *Ductâ deinde per punctum quodlibet* G *in curva* B A *ſumptum, rectâ* Σ G *parallelâ* B F, *quæ circumferentiæ* F H A *occurrat in* H, *axi* A D *in* Σ, *intelligantur per puncta* G *&* H *rectæ tangentes utriusque curvæ, earumque tangentium partes iisdem duabus horizontalibus* M S, N T *interceptæ ſint* M N, S T. *Iisdemque rectis* M S, N T *includantur tangentis* B I *pars* O P, *& axis* D A *pars* Q R. Tab. IX. Fig. 5.

Quibus ita ſe habentibus, dico tempus quo grave percurret rectam M N, *celeritate æquabili*

quan-

DE MOTU IN CYCLOIDE.

quanta acquiritur deſcendendo per arcum Cycloidis B G, *fore ad tempus quo percurretur recta* O P, *celeritate æquabili dimidia ejus quæ acquiritur deſcendendo per totam tangentem* B I, *ſicut eſt tangens* S T *ad partem axis* Q R.

Deſcribatur enim ſuper axe A D ſemicirculus D V A ſecans rectam B F in V, & Σ G in Φ, & jungatur A V ſecans rectas O Q, P R, G Σ in E K & Λ. Jungantur item H F, H A, H X & A Φ; quæ poſtrema ſecet rectas O Q, P R in punctis Δ & Π.

Habet ergo dictum tempus per M N ad tempus per O P, rationem eam quæ componitur ex ratione ipſarum linearum M N ad O P, & ex ratione celeritatum quibus ipſæ percurruntur, contrarie ſumpta *, hoc eſt, & ex ratione dimidiæ celeritatis ex B I ſive ex F A, ad celeritatem ex B G, ſive ex F Σ *. Atqui tota celeritas ex F A ad celeritatem ex F Σ, eſt in ſubduplicata ratione longitudinum F A ad F Σ *, ac proinde eadem quæ F A ad F H Ergo dimidia celeritas ex F A ad celeritatem ex F Σ erit ut F X ad F H. Itaque tempus dictum per M N ad tempus per O P habebit rationem compoſitam ex rationibus M N ad O P, & F X ad F H. Harum vero prior ratio, nempe M N ad O P, eadem oſtendetur quæ F H ad H Σ.

* Prop. 5. Galil. de motu æquab.

* Prop. 8. huj.

* Prop. 3. huj.

Eſt enim tangens Cycloidis B I parallela rectæ V A, ſimiliterque tangens M G N parallela rectæ Φ A; ac proinde recta M N æqualis Δ Π, & O P æqualis E K. Ergo dicta ratio rectæ M N ad O P eadem eſt quæ Δ Π ad E K; hoc eſt, Δ A ad E A; hoc eſt, Φ A ad Λ A; hoc eſt V A ad Φ A *. Eſt autem ut V A ad A Φ ita F A ad A H; nam quia quadratum V A æquale eſt rectangulo D A F, & quadratum A Φ æquale rectangulo D A Σ, quæ rectangula ſunt inter ſe ut F A ad Σ A, hoc eſt ut quadratum F A ad quadratum A H, erit proinde & quadratum V A ad quadratum Φ A ut quadratum F A ad quadratum A H; atque

* Lemma præced.

etiam

Digitized by Google

etiam V A ad A Φ longitudine, ut F A ad A H. Ratio itaque M N ad O P, eadem erit quæ F A ad A H, hoc eſt, propter triangula ſimilia F A H, F H Σ, eadem quæ F H ad H Σ, ut dictum fuit. Itaque dicta ratio temporis per M N ad tempus per O P, componitur ex rationibus F X ad F H & F H ad H Σ, ideoque eadem erit quæ F X ſive X H ad H Σ. Sicut autem radius X H ad H Σ, ita eſt tangens S T ad rectam Q R; hoc enim facile perſpicitur. Igitur tempus motus qualem diximus per M N, ad tempus per O P conſtat eſſe ſicut S T ad Q R. quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXIV.

Sit rurſus ut in præcedenti propoſitione Cyclois A B C, *cujus vertex* A *deorſum ſpectet, axis* A D *ad horizontem erectus ſit; & ſumpto in ea quovis puncto* B, *ducatur inde deorſum recta* B ⊙ *quæ Cycloidem tangat, occurratque rectæ horizontali* A ⊙ *in* ⊙: *recta vero* B F *ad axem perpendicularis agatur, & ſuper* F A *deſcribatur ſemicirculus* F H A. *Deinde alia recta* G E, *parallela* F B, *ſecet Cycloidem in* E, *rectam* B ⊙ *in* I, *circumferentiam* F H A *in* H, *& denique axem* D A *in* G.

TAB. X. Fig. 1.

Dico tempus deſcenſus per arcum Cycloidis B E, *eſſe ad tempus per tangentem* B I *cum celeritate dimidia ex* B ⊙, *ſicut arcus* F H *ad rectam* F G.

Si enim hoc verum non eſt, habebit tempus per arcum B E ad dictum tempus per B I, vel majorem rationem quam arcus F H ad rectam F G vel minorem. Habeat primo, ſi fieri poteſt, majorem.

Digitized by Google

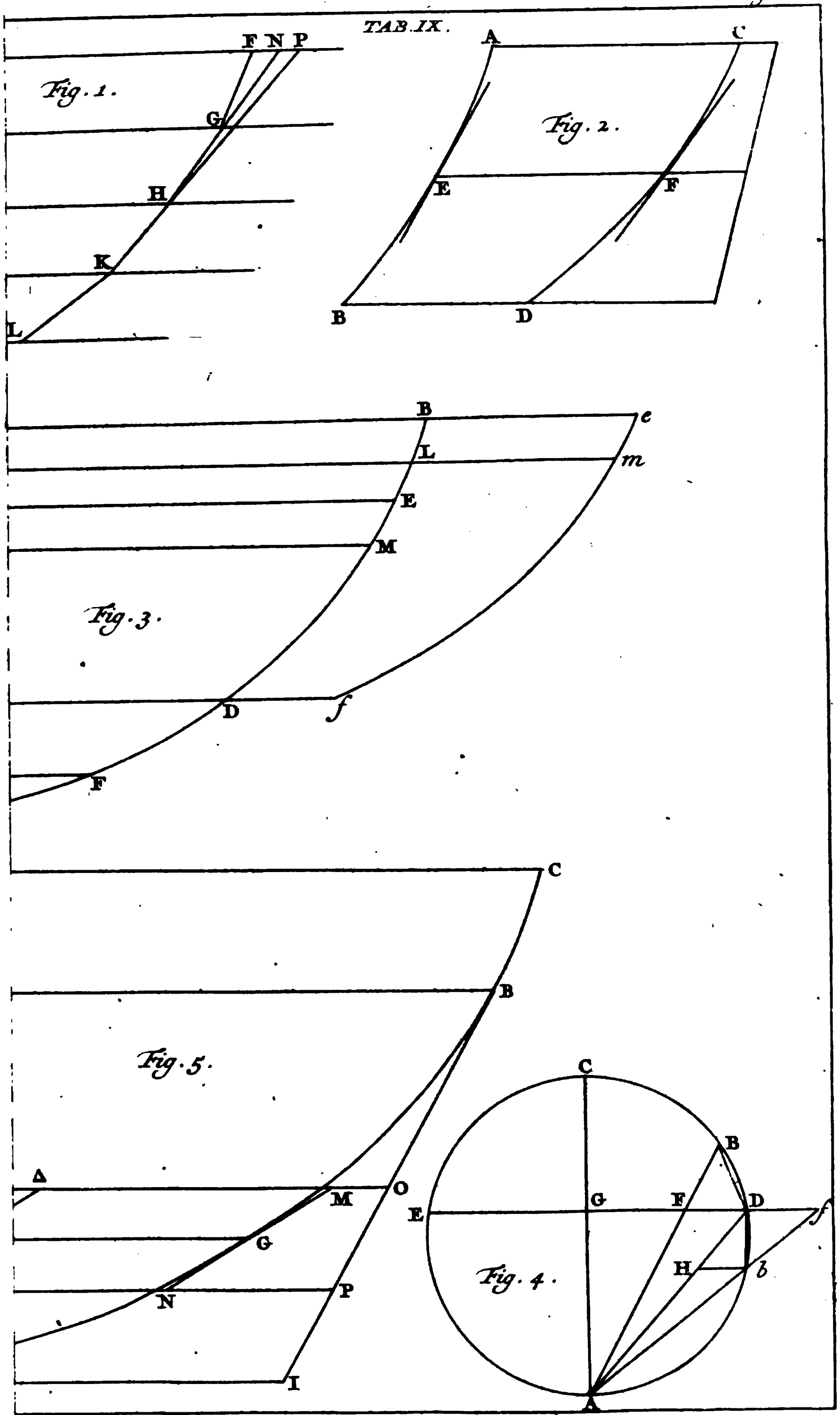
Itaque tempus aliquod brevius tempore per B E (ſit hoc tempus Z) erit ad dictum tempus per B I ut arcus F H ad rectam F G. Quod ſi jam in Cycloide ſupra punctum B ſumatur punctum aliud N, erit tempus per B E poſt N B, brevius tempore per B E. Manifeſtum eſt autem punctum N tam propinquum ſumi poſſe ipſi B, ut differentia eorum temporum ſit quamlibet exigua, ac proinde ut minor ſit ea qua tempus Z ſuperatur à tempore per B E. Sit itaque punctum N ita ſumptum. unde quidem tempus per B E poſt N B majus erit tempore Z, majoremque proinde rationem habebit ad tempus dictum per B I cum dimidia celeritate ex B Θ, quam arcus F H ad rectam F G. Habeat itaque eam quam arcus F H O ad rectam F G.

Dividatur F G in partes æquales F P, P Q, &c. quarum unaquæque minor ſit altitudine lineæ N B, atque item altitudine arcus H O; hoc enim fieri poſſe manifeſtum eſt; & à punctis diviſionum agantur rectæ, baſi D C parallelæ, & ad tangentem B Θ terminatæ P Λ, Q Ξ, &c. Quibusque in punctis hæ ſecant circumferentiam F H, ab iis, itemque à puncto H, tangentes ſurſum ducantur usque ad proximam quæque parallelam, velut Δ X, Γ Σ &c. Similiter vero & à punctis, in quibus dictæ parallelæ Cycloidi occurrunt, tangentes ſurſum ducantur velut S V, T M &c. additâ vero ad rectam F G parte una G R æquali iis quæ ex diviſione, ductâque R Φ parallelâ ſimiliter ipſi D C, patet eam occurrere circumferentiæ F H A inter H & O, quia G R minor eſt altitudine puncti H ſupra O. Jam vero ſic porro argumentabimur.

Tempus per tangentem V S cum celeritate æquabili quæ acquireretur ex B S, majus eſt tempore motus continue accelerati per arcum B S poſt N B. Nam celeritas ex B S minor eſt celeritate ex N B, propterea quod minor altitudo B S quam N B. At celeritas ex B S æquabiliter continuari ponitur per tangentem V S, cum celeritas acquiſita ex N B continue porro acceleretur per arcum B S, qui arcus minor

in-

TAB. IX.



Digitized by Google

Digitized by Google

inſuper eſt tangente V S, omnibusque partibus ſuis magis erectus quam ulla pars tangentis V S. Adeo ut omnino majus ſit futurum tempus per tangentem V S cum celeritate ex B S, tempore per arcum B S poſt N B. Similiter tempus per tangentem M T, cum celeritate ex B T, majus erit tempore per arcum S T poſt N S, & tempus per tangentem Π Y cum celeritate ex B Y, majus tempore per arcum T Y poſt N T. Atque ita tempora motuum æquabilium per tangentes omnes usque ad infimam quæ tangit cycloidem in E, cum celeritatibus per ſingulas quantæ acquiruntur cadendo ex B adusque punctum ipſarum contactus, majora ſimul erunt tempore per arcum B E poſt N B. Eadem vero & minora eſſent, ut nunc oſtendemus. DE MOTU IN CYCLOIDE.

Conſiderentur enim denuo tempora eadem motuum æquabilium per tangentes cycloidis. Et eſt quidem tempus per tangentem V S cum celeritate ex B S, ad tempus per rectam B Λ cum celeritate dimidia ex F A, ut tangens circumferentiæ Δ X ad partem axis F P *. Similiterque tempus per tangentem M T, cum celeritate ex B T, ad tempus per rectam Λ Ξ cum eadem dimidia celeritate ex F A, ut tangens Γ Σ ad rectam P Q. Atque ita deinceps ſingula tempora per tangentes cycloidis, quæ ſunt eadem ſupradictis, erunt ad tempora motus æquabilis per partes ſibi reſpondentes rectæ B I cum celeritate dimidia ex B Θ, ſicut tangentes circumferentiæ F H, iisdem parallelis comprehenſæ, ad partes rectæ F G ipſis reſpondentes. * Prop. præced.

Sunt igitur quantitates quædam rectæ F P, P Q, &c. & totidem aliæ, tempora ſcilicet quibus percurruntur rectæ B Λ, Λ Ξ &c, motu æquabili cum celeritate dimidia ex B Θ; Et unaquæque quantitas in prioribus ad ſequentem eadem proportione refertur, qua unaquæque poſteriorum ad ſuam ſequentem; ſunt enim utrobique inter ſe æquales. Quibus autem proportionibus priores quantitates ad alias quasdam, nempe ad tangentes circuli Δ X, Γ Σ, &c, referuntur, iisdem proportionibus & eodem ordine poſteriores quoque referuntur ad alias quasdam, nempe ad tempora motus

DE MOTU IN CYCLOIDE. qualem diximus per tangentes cycloidis V S, M T &c. Ergo, ſicut ſe habent omnes ſimul priores ad omnes eas ad quas ipſæ referuntur, hoc eſt, ſicut tota F G ad tangentes omnes X Δ, Γ Σ, &c. ita tempus quo percurritur tota B I cum celeritate dimidia ex B Θ, ad tempora omnia motuum quales diximus per tangentes cycloidis V S, M T, &c *. Et invertendo itaque, tempora motuum dictorum per tangentes cycloidis, ad tempus per rectam B I cum celeritate dimidia ex B Θ, eandem rationem habebunt quam dictæ tangentes omnes circumferentiæ F H ad rectam F G; ac minorem proinde quam arcus F O ad rectam eandem F G, quia arcus F Φ, ideoque omnino & arcus F O major eſt dictis omnibus arcus F H tangentibus *. Atqui tempus per B E poſt N B, ad tempus per B I cum celeritate dimidia ex B Θ, poſuimus eſſe ut arcus F O ad rectam F G. Ergo dicta tempora omnia per tangentes cycloidis minora ſimul erunt tempore per B E poſt N B, cum antea majora eſſe oſtenſum ſit; quod eſt abſurdum. Itaque tempus per arcum cycloidis B E, ad tempus per tangentem B I, cum celeritate dimidia ex B Θ vel ex F A, non habet majorem rationem quam arcus circumferentiæ F H ad rectam F G.

* Prop. 2. Archimedis de Sphæroid. & Conoid.

* Prop. 20. huj.

Habeat jam, ſi poteſt, minorem. Ergo tempus aliquod majus tempore per arcum B E, (ſit hoc tempus Z) erit ad tempus dictum per B I, ut arcus F H ad rectam F G.

TAB. X. Fig. 2.

Quod ſi jam ſumatur arcus N M æqualis altitudine cum arcu B E, ſed cujus terminus ſuperior N ſit humilior puncto B, erit tempus per arcum N M majus tempore per arcum B E *. Manifeſtum autem quod punctum N tam propinquum ſumi poteſt puncto B, ut differentia dictorum temporum ſit quamlibet exigua, ac proinde minor ea qua tempus Z ſuperat tempus per arcum B E. Sit itaque punctum N ita ſumptum. Unde quidem tempus per N M minus erit tempore Z, habebitque proinde ad dictum tempus per B I, cum dimidia celeritate ex B Θ, minorem rationem quam arcus F H ad rectam F G. Habeat ergo eam quam arcus L H ad rectam F G.

* Prop. 22. huj.

Dividatur jam F G in partes æquales F P, P Q, &c. qua-

quarum unaquæque minor ſit arcus cycloidis B N altitudine, itemque minor altitudine arcus circumferentiæ F L; & additâ ad F G unâ earum partium G ζ, ducantur à punctis diviſionum rectæ baſi D C parallelæ, & ad tangentem B Θ terminatæ, P O, Q K, &c; itemque à puncto ζ recta ζ Ω quæ ſecet cycloidem in V, circumferentiam in η; quibusque in punctis ductæ parallelæ ſecant circumferentiam F H, ab iis tangentes deorſum ducantur usque ad proximam quæque parallelam, velut θ Δ, Γ Σ: Quarum infima à puncto H ducta occurrat rectæ ζ Ω in X. Similiter vero & à punctis, in quibus dictæ parallelæ occurrunt cycloidi, ducantur totidem tangentes deorſum, velut S Λ, T Ξ, &c. quarum infima, tangens nempe à puncto E ducta, occurrat rectæ ζ Ω in R.

DE MOTU IN CYCLOIDE.

Quia igitur P ζ æqualis eſt F G altitudini arcus B E, cui æqualis eſt ex conſtructione altitudo arcus N M, erit & P ζ æqualis altitudini arcus N M. Eſt autem recta P O ex conſtructione ſuperior termino N. Ergo & ζ Ω, & in ea punctum V, ſuperius termino M. Quare, cum arcus S V æqualis ſit altitudinis cum arcu N M, ſed termino S ſublimiore quam N, erit tempus per S V brevius tempore per N M *. Atqui tempus per tangentem S Λ, cum celeritate æquabili ex B S, brevius eſt tempore deſcenſus accelerati per arcum S T, incipientis in S. Nam celeritas ex B S, qua tota S Λ transmiſſa ponitur, æqualis eſt celeritati ex S T *, quæ motui per arcum S T in fine demum acquiritur; ipſaque S Λ minor eſt quam S T. Similiter tempus per tangentem T Ξ, cum celeritate æquabili ex B T, brevius eſt tempore deſcenſus accelerati per arcum T Y poſt S T; quum celeritas ex B T, qua tota T Ξ transmiſſa ponitur, ſit æqualis celeritati ex S Y, quæ in fine demum acquiritur motui dicto per arcum T Y poſt S T; ipſaque T Ξ minor ſit arcu T Y. Atque ita tempora omnia motuum æquabilium per tangentes cycloidis, cum celeritatibus per ſingulas quantæ acquiruntur deſcendendo ex B usque ad punctum ipſarum contactus, breviora ſimul erunt tempore deſcenſus accelerati

* Prop. 22. huj.

* Prop. 8. huj.

DE MOTU IN CYCLOIDE.

per arcum S V. Eadem vero & longiora eſſent, ut nunc oſtendemus.

Eſt enim tempus dictum per tangentem S Λ, cum celeritate æquabili ex B S, ad tempus per rectam O K cum celeritate æquabili dimidia ex B Θ, ſicut tangens ſemicirculi θ Δ ad rectam P Q *. ſimiliterque tempus per tangentem T Ξ, cum celeritate æquabili ex B T, eſt ad tempus per rectam K Ψ cum celeritate æquabili dimidia ex B Θ, ut tangens Γ Σ ad rectam Q Π. Atque ita deinceps ſingula tempora per tangentes cycloidis, quæ ſunt eadem ſupra dictis, erunt ad tempora motus æquabilis per partes ſibi reſpondentes rectæ O Ω, cum celeritate dimidia ex B Θ, ut tangentes circumferentiæ θ η, iisdem parallelis incluſæ, ad partes rectæ P ζ ipſis reſpondentes. Unde, ut in priori parte demonſtrationis, concludetur omnes ſimul rectas P Q, Q Π &c. hoc eſt, totam P ζ eſſe ad omnes ſimul tangentes θ Δ, Γ Σ, &c. ſicut tempus quo percurritur tota O Ω, cum celeritate dimidia ex B Θ, ad tempora omnia motuum quales diximus per tangentes cycloidis S Λ, T Ξ, &c. Quare & convertendo, tempora omnia per tangentes cycloidis, eam rationem habebunt ad tempus dictum motus æquabilis per rectam O Ω, ſive per B I, quam dictæ tangentes omnes arcus θ η ad rectam P ζ vel F G, ac proinde majorem quam arcus L H ad rectam F G; eſt enim arcus θ H, adeoque etiam omnino arcus L H, minor dictis tangentibus arcus θ η *. Sed tempus per N M poſuimus ab initio ad idem tempus per B I ſe habere ut arcus L H ad rectam F G. Ergo tempus per N M, multoque magis tempus per S V, minus erit tempore per tangentes cycloidis. Quod eſt abſurdum, cum hoc tempus, illo per arcum S V, antea minus oſtenſum fuerit. Patet igitur tempus per arcum cycloidis B E ad tempus per tangentem B I cum celeritate æquabili dimidia ex B Θ, non minorem rationem habere quam arcus F H ad rectam F G. Sed nec majorem habere oſtenſum fuit. Ergo eandem habeat neceſſe eſt. quod erat demonſtrandum.

* Prop. præced.

* Prop. 20. huj.

PRO-

Digitized by Google

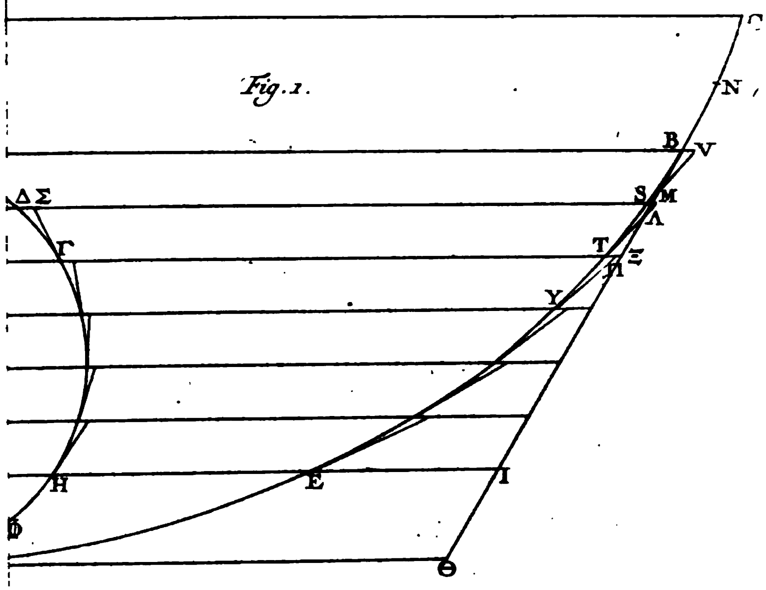


Fig. 1.

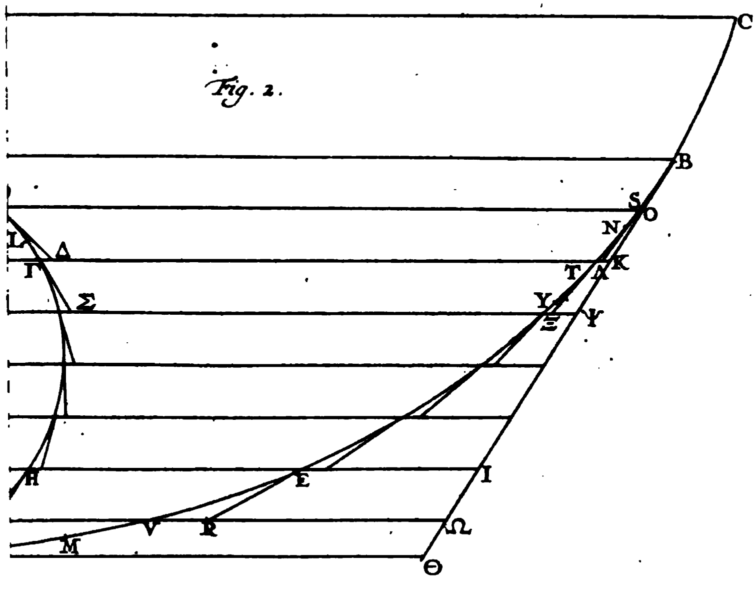


Fig. 2.

Digitized by Google

Digitized by Google

PROPOSITIO XXV.

De motu in Cycloide.

IN Cycloide cujus axis ad perpendiculum erectus eſt, vertice deorſum ſpectante, tempora deſcenſus quibus mobile, à quocunque in ea puncto dimiſſum, ad punctum imum verticis pervenit, ſunt inter ſe æqualia; habentque ad tempus caſus perpendicularis per totum axem cycloidis eam rationem, quam ſemicircumferentia circuli ad diametrum.

Eſto cyclois A B C cujus vertex A deorſum ſpectet, axis vero A D ad perpendiculum erectus ſit, & à puncto quovis in cycloide ſumpto, velut B; deſcendat mobile impetu naturali per arcum B A, ſive per ſuperficiem ita inflexam. Dico tempus deſcenſus hujus eſſe ad tempus caſus per axem D A, ſicut ſemicircumferentia circuli ad diametrum. Quo demonſtrato, etiam tempora deſcenſus, per quoslibet cycloidis arcus ad A terminatos, inter ſe æqualia eſſe conſtabit. TAB. XI. Fig. 1.

Deſcribatur ſuper axe D A ſemicirculus, cujus circumferentiam ſecet recta B F, baſi D C parallela, in E; junctaque E A, ducatur ei parallela B G, quæ quidem cycloidem tanget in B. Eadem vero occurrat rectæ horizontali per A ductæ in G; ſitque etiam ſuper F A deſcriptus ſemicirculus F H A.

Eſt igitur, per præcedentem, tempus deſcenſus per arcum cycloidis B A, ad tempus motus æquabilis per rectam B G cum celeritate dimidia ex B G, ſicut arcus ſemicirculi F H A ad rectam F A. Tempus vero dicti motus æquabilis per B G, æquatur tempori deſcenſus naturaliter accelerati per eandem B G; ſive per E A, quæ ipſi parallela eſt & æqualis, hoc eſt, tempori deſcenſus accelerati per axem D A*. Itaque tempus per arcum B A, erit quoque ad tempus deſcenſus per axem D A, ut ſemicirculi circumferentia F H A ad diametrum F A. quod erat demonſtrandum.

* Prop. 6. Galil. de motu Accel.

Quod

DE MOTU IN CYCLOIDE.

Quod ſi tota cycloidis cavitas perfecta ponatur, conſtat mobile, poſtquam per arcum B A deſcenderit, inde continuato motu per alterum ipſi æqualem arcum aſcenſurum*, atque in eo tantundem temporis atque deſcendendo conſumpturum*. Deinde rurſus per A ad B perventurum, ac ſingularum ejuſmodi reciprocationum, in magnis parviſve cycloidis arcubus peractarum, tempora fore ad tempus caſus perpendicularis per axem D A, ſicut circumferentia circuli tota ad diametrum ſuam.

* Prop. 9. huj.

* Prop. 11. huj.

PROPOSITIO XXVI.

TAB. XL. Fig. 1.

Iisdem poſitis, ſi ducatur inſuper recta horizontalis H I *quæ arcum* B A *ſecet in* I, *circumferentiam vero* F H A *in* H: *dico tempus per arcum* B I, *ad tempus per arcum* I A *poſt* B I, *eam rationem habere quam arcus circumferentiæ* F H *ad* H A.

Occurrat enim recta H I tangenti B G in K, axi D A in L. Eſt itaque tempus per arcum B A, ad tempus motus æquabilis per B G cum celeritate dimidia ex B G, ſicut arcus F H A ad rectam F A*. Tempus autem dicti motus æquabilis per B G, eſt ad tempus motus æquabilis per B K, cum eadem celeritate dimidia ex B G, ſicut B G ad B K longitudine, hoc eſt, ſicut F A ad F L. Et rurſus tempus motus æquabilis, cum dicta celeritate, per B K, ad tempus per arcum B I, ſicut F L ad arcum F H*. Igitur ex æquo erit tempus per arcum B A ad tempus per B I, ut arcus F H A ad F H. Et dividendo, & convertendo, tempus per B I, ad tempus per I A poſt B I, ut arcus F H ad H A. quod erat demonſtrandum.

* Prop. 24. huj.

* Prop. 24. huj.

H O-

Digitized by Google

HOROLOGII OSCILLATORII

De linearum curvarum evolutione.

PARS TERTIA.

De linearum curvarum evolutione & dimenſione.

DEFINITIONES.

I.

L*INEA in unam partem inflexa vocetur quam rectæ omnes tangentes ab eadem parte contingunt. Si autem portiones quasdam rectas lineas habuerit, hæ ipſæ productæ pro tangentibus habentur.*

II.

Cum autem duæ hujuſmodi lineæ ab eodem puncto egrediuntur, quarum convexitas unius obverſa ſit ad cavitatem alterius, quales ſunt in figura adſcripta curvæ A B C, A D E, *ambæ in eandem partem cavæ dicantur.* TAB. XI. Fig. 2.

III.

Si lineæ, in unam partem cavæ, filum ſeu linea flexilis circumplicata intelligatur, & manente una fili extremitate illi affixa, altera extremitas abducatur, ita ut pars ea quæ ſoluta eſt ſemper extenſa maneat; manifeſtum eſt curvam quandam aliam hac fili extremitate deſcribi. Vocetur autem ea, Deſcripta ex evolutione.

Digitized by Google

De linearum curvarum evolutione.

TAB. XI. Fig. 2.

IV.

Illa vero cui filum circumplicatum erat, dicatur Evoluta. In figura ſuperiori, A B C *eſt evoluta,* A D E *deſcripta ex evolutione* A B C, *ut nempe cum extremitas fili ex* A *venit in* D, *pars fili extenſa ſit* D B *recta, reliqua parte* B C *adhuc applicata curvæ* A B C. *Manifeſtum eſt autem* D B *tangere evolutam in* B.

PROPOSITIO I.

Recta omnis, quæ evolutam tangit, occurret lineæ ex evolutione deſcriptæ ad angulos rectos.

TAB. XI. Fig. 3.

Sit A B evoluta, A H vero quæ ex evolutione illius deſcripta eſt. Recta autem F D C, tangens curvam A D in D, occurrat in C curvæ A C H. Dico ei occurrere ad angulos rectos: hoc eſt, ſi ducatur C E recta perpendicularis C D, dico eam in C tangere curvam A C H. Quia enim D C tangit evolutam in D, apparet ipſam referre poſitionem fili tunc cùm ejus extremitas pervenit in C. Quod ſi igitur oſtenderimus filum, in tota reliqua deſcriptione curvæ A C H, nuſquam pertingere ad rectam C E præterquam in C puncto, manifeſtum erit rectam C E ibidem curvam A C H contingere.

Sumatur punctum aliquod in A C præter C, quod ſit H, ſitque primo remotius à principio evolutionis A quam punctum C, & intelligatur pars libera eſſe H G, cum extremitate ſua ad H pervenit. Tangit ergo H G lineam A B in G. Cumque interea dum deſcribitur pars curvæ C H, evolutus ſit arcus D G, occurret C D à parte D producta ipſi H G, ut in F. Ponatur autem G H occurrere rectæ C E in E. Quia igitur duæ ſimul D F, F G, majores ſunt quam D G, ſive curva ea fuerit ſive recta: fiet addendo utrinque rectam D C, ut rectæ C F, F G ſimul majores ſint recta

C D

C D & ipſa D G. Sed propter evolutionem, apparet utriſque ſimul, rectæ C D, & lineæ D G, æquari rectam H G. Ergo duæ ſimul C F, F G majores quoque erunt recta H G; & ablata communi F G, erit C F major quam H F. Sed F E major eſt quam F C, quia angulus C trianguli F C E eſt rectus. Ergo F E omnino major quam F H. Unde apparet, ab hac quidem parte puncti C, fili extremitatem non pertingere ad rectam C E. DE LINEARUM CURVARUM EVOLUTIONE.

Sit jam punctum H propinquius principio evolutionis A quam punctum C, ſitque fili poſitio H G, tunc cum ejus extremitas eſſet in H, & ducantur rectæ D G, D H, quarum hæc occurrat rectæ C E in E: apparet autem D G rectam non poſſe eſſe in directum ipſi H G, adeoque H G D fore triangulum. Jam quia recta D G vel minor eſt quam D K G, vel eadem, ſi nempe evolutæ pars D G recta ſit; additâ utrique G H, erunt rectæ D G, G H ſimul minores vel æquales duabus iſtis, ſcilicet D K G & G H, ſive his æquali rectæ D C. Duabus autem rectis D G, G H minor eſt recta D H. Ergo hæc minor utique erit rectâ D C. Sed D E major eſt quam D C, quia in triangulo D C E angulus C eſt rectus. Ergo D H multo minor quam D E. Situm eſt ergo punctum H, hoc eſt extremitas fili G H, intra angulum D G E. Unde apparet neque inter A & C uſquam illam pertingere ad rectam C E. Ergo C E tangit curvam A C in C; ac proinde D C, cui C E ducta eſt perpendicularis, occurrit curvæ ad angulos rectos. quod erat demonſtrandum. TAB. XII. Fig. 1.

Hinc etiam manifeſtum eſt curvam A H C in partem unam inflexam eſſe, & in eandem partem cavam ac ipſa A G B, cujus evolutione deſcripta eſt. Omnes enim tangentes lineæ A H C, cadunt extra ſpatium D G A H C: omnes vero tangentes lineæ A G D, intra dictum ſpatium. unde liquet cavitatem A H C reſpicere convexitatem A G D.

Digitized by Google

De linearum curvarum evolutione.
Tab. XII. Fig. 2.

PROPOSITIO II.

Omnis curva linea terminata, in unam partem cava, ut ABD, *ut poteſt in tot partes dividi, ut ſi ſingulis partibus ſubtenſæ rectæ ducantur, velut* AB, BC, CD; *& à ſingulis item diviſionis punctis, ipſaque curvæ extremitate rectæ ducantur curvam tangentes, ut* AN, BO, CP, *quæ occurrant iis, quæ in proxime ſequentibus diviſionis punctis curvæ ad angulos rectos inſiſtunt, quales ſunt lineæ* BN, CO, DP; *ut inquam ſubtenſa quæque habeat ad ſibi adjacentem curvæ perpendicularem, velut* AB *ad* BN, BC *ad* CO, CD *ad* DP, *rationem majorem quavis ratione propoſita.*

Sit enim data ratio lineæ EF ad FG, quæ recto angulo ad F jungantur, & ducatur recta GEH.

Intelligatur primo curva ABD in partes tam exiguas ſecta punctis B, C, ut tangentes quæ ad bina quæque inter ſe proxima puncta curvam contingunt, occurrant ſibi mutuo ſecundum angulos qui ſinguli majores ſint angulo FEH, quales ſunt anguli AKB, BLC, CMD. quod quidem fieri poſſe evidentius eſt quam ut demonſtratione indigeat. Ductis jam ſubtenſis AB, BC, CD, & erectis curvæ perpendicularibus BN, CO, DP, quæ occurrant productis AK, BL, CM, in N, O, P: dico rationes ſingulas rectarum, AB ad BN, BC ad CO, CD ad DP, majores eſſe ratione EF ad FG.

Quia enim angulus AKB major eſt angulo HEF, erit reſiduus illius ad duos rectos, nimirum angulus NKB, minor angulo GEF. Angulus autem B trianguli KBN eſt rectus, ſicut & angulus F in triangulo EFG. Ergo ma-

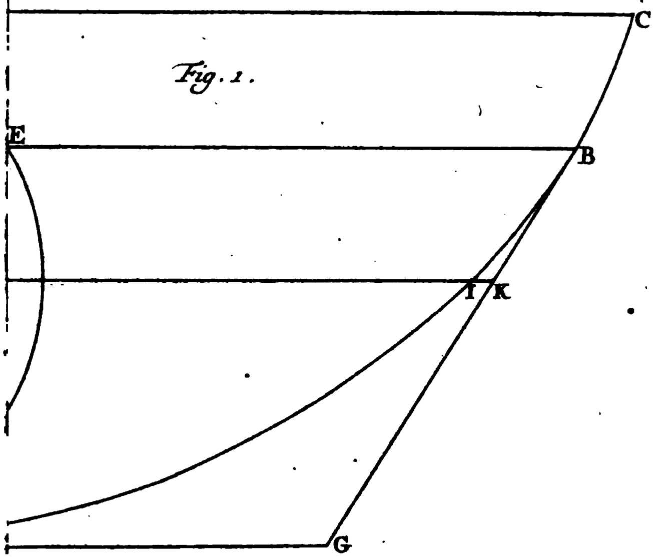


Fig. 1.



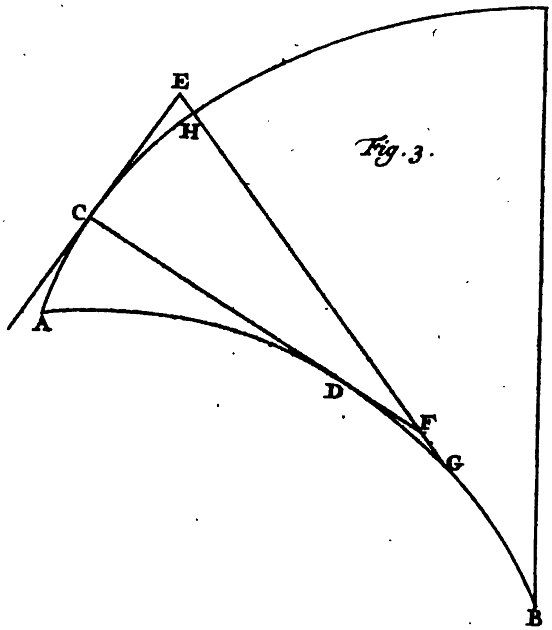


Fig. 3.

Digitized by Google

Digitized by Google

major erit ratio K B ad B N quam E F ad F G. Sed A B major eſt quam K B, quoniam angulus K in triangulo A K B eſt obtuſus, eſt enim major angulo H E F qui eſt obtuſus ex conſtructione. Ergo ratio A B ad B N major erit ratione K B ad B N, ac proinde omnino major ratione E F ad F G. Eodem modo & ratio B C ad C O, & C D ad D P, major oſtendetur ratione E F ad F G. Itaque conſtat propoſitum. DE LINEARUM CURVARUM EVOLUTIONE.

PROPOSITIO III.

Duæ curvæ in unam partem inflexæ & in eaſdem partes cavæ ex eodem puncto egredi nequeunt, ita ad ſe invicem comparatæ, ut recta omnis quæ alteri earum ad angulos rectos occurrit, ſimiliter occurrat & reliquæ.

Sint enim, ſi fieri poteſt, hujuſmodi lineæ curvæ A C E, A G K, communem terminum habentes A, & ſumpto in exteriore illarum puncto quolibet K, ſit inde educta K E recta, curvæ A G K occurrens ad angulos rectos, ac proinde etiam curvæ A C E. TAB. XIII. Fig. 3.

Poteſt jam recta quædam ſumi major curva K G A, quæ ſit Q. Diviſa autem intelligatur ipſa K G A, ut in propoſitione antecedenti dictum fuit, in tot partes punctis H G F, ut ſubtenſæ ſingulæ K H, H G, G F, F A, ad perpendiculares curvæ ſibi contiguas H M, G N, F O, A P majorem rationem habeant quam linea Q ad rectam K E. Itaque & omnes ſimul dictæ ſubtenſæ ad omnes dictas perpendiculares majorem habebunt rationem quam Q ad K E. Producantur autem perpendiculares eædem & occurrant curvæ A C E in D, C, B, nimirum ad angulos rectos ex hypotheſi. Erit jam K E minor quam M D. Etenim, ducta E L ipſi K E perpendiculari, quoniam K E occurrit lineæ curvæ E C A ad angulos rectos, tanget E L curvam A C E, occurretque neceſſario rectæ M D inter D & M. Unde

Digitized by Google

DE LINEA RUM CURVARUM EVOLUTIONE.

cum K E ſit breviſſima omnium quæ cadunt inter parallelas E L, K M, erit ea minor quam M L, ac proinde minor quoque omnino quam M D. Eodem modo & H D minor oſtendetur quam N C, & G C minor quam O B, & F B minor quam P A. Cum ſit ergo P A major quam F B, erunt duæ ſimul P A, O F majores quam O B. Item quum O B ſit major quam G C, erunt duæ ſimul O B, N G, majores quam N C. Sed duæ P A, O F majores erant quam O B. Itaque tres ſimul P A, O F, N G omnino majores erunt quam N C. Rurſus, quia N C major quam H D, erunt duæ ſimul N C, M H majores quam M D. Unde, ſi loco N C ſumantur tres hæ ipſa majores P A, O F, N G, erunt omnino hæ quatuor P A, O F, N G, M H majores quam M D: ac proinde eædem quoque omnino majores recta K E, quia ipſa M D major erat quam K E. Diximus autem ſubtenſas omnes A F, F G, G H, H K majorem rationem habere ad omnes perpendiculares P A, O F, N G, M H, quam linea Q ad K E. Ergo cum dictis perpendicularibus minor etiam ſit K E, habebunt dictæ ſubtenſæ ad K E omnino majorem rationem quam Q ad K E. Ergo ſubtenſæ ſimul ſumptæ majores erunt recta Q. Hæc autem ipſa curva A G K major ſumpta fuit. Ergo ſubtenſæ A F, F G, G H, H K ſimul majores erunt curva A G K cujus partibus ſubtenduntur; quod eſt abſurdum, cum ſingulæ ſuis arcubus ſint minores. Non igitur poterunt eſſe duæ curvæ lineæ quæ quemadmodum dictum fuit ſeſe habeant. quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO IV.

SI ab eodem puncto duæ lineæ exeant in partem unam inflexæ, & in eandem partem cavæ, ita vero mutuo comparatæ ut rectæ omnes, quæ alteram earum contingunt, alteri occurrant ad angulos rectos; poſterior hæc prioris evolutione, à puncto communi cæpta, deſcribetur.

Sun-

Digitized by Google

Sunto lineæ A B C, A D E, in partem unam inflexæ, & quarum utraque in eaſdem partes cava exiſtat, habeantque communem terminum A punctum. Omnes autem rectæ tangentes lineam A B C, velut B D, C E, occurrant lineæ A D E ad angulos rectos. Dico evolutione ipſius A B C, à termino A incepta, deſcribi A D E. DE LINEARUM CURVARUM EVOLUTIONE. TAB. XII. Fig. 4.

Si enim fieri poteſt, deſcribatur dicta evolutione alia quædam curva A F G. Ergo lineæ rectæ quælibet, evolutam A B C tangentes, ut B D, C E, occurrent ipſi A F G ad angulos rectos *, puta in F & G. Sed eædem tangentes etiam ad rectos angulos occurrere ponuntur lineæ A D E. Sunt igitur lineæ curvæ A D E, A F G, eodem puncto A terminatæ, inque partem unam flexæ, & ambæ in eandem partem cavæ, quippe utraque in eandem atque ipſa A B C; nam de linea A D E conſtat ex hypotheſi, de A F G vero ex propoſitione prima hujus; & omnes quæ uni earum occurrunt ad angulos rectos, etiam alteri ſimiliter occurrunt. quod quidem fieri non poſſe antea oſtenſum eſt *. Quare conſtat ipſam A D E deſcriptum iri evolutione lineæ A B C. quod erat demonſtrandum.

* Prop. 1. huj.

* Prop. 3. huj.

PROPOSITIO V.

SI Cycloidem recta linea in vertice contingat, ſuper qua, tanquam baſi, alia cyclois priori ſimilis & æqualis conſtituatur, initium ſumens à puncto dicti verticis; recta quælibet inferiorem cycloidem tangens, occurret ſuperioris portioni, ſibi ſuperpoſitæ, ad angulos rectos.

Tangat cycloidem A B C in vertice A recta A G, ſuper qua, tanquam baſi, ſimilis alia cyclois conſtituta ſit A E F, cujus vertex F. Cycloidem autem A B C tangat recta B K in B. Dico eam productam occurrere cycloidi A E F ad angulos rectos. TAB. XVI. Fig. 1.

Deſcribatur enim circa A D, axem cycloidis A B C, circulus

Digitized by Google

DE LINEARUM CURVARUM EVOLUTIONE.

culus genitor A H D, cui occurrat B H, baſi parallela, in H, & jungatur H A. Quia ergo B K tangit cycloidem in B, conſtat eam parallelam eſſe rectæ H A *. Itaque A H B K parallelogrammum eſt, ac proinde A K æqualis H B, hoc eſt, arcui A H *. Sit porro jam deſcriptus circulus K M, genitori circulo, hoc eſt ipſi A H D, æqualis, qui tangat baſin A G in K, rectam vero B K productam ſecet in puncto E. Quia ergo ipſi A H parallela eſt B K E, ac proinde angulus E K A æqualis K A H, manifeſtum eſt B K productam abſcindere à circulo K M arcum æqualem ei quem à circulo A H D abſcindit recta A H. Itaque arcus K E æqualis eſt arcui A H, hoc eſt rectæ H B, hoc eſt rectæ K A. Hinc vero ſequitur, ex cycloidis proprietate, cum circulus genitor M K tangebat regulam in K, punctum deſcribens fuiſſe in E. Itaque recta K E occurrit cycloidi in E ad angulos rectos *. Eſt autem K E ipſa B K producta. Ergo patet productam B K occurrere cycloidi ad angulos rectos. quod erat demonſtrandum.

* Propoſ. 15. partis 2.
* Propoſ. 14. partis 2.
* Propoſ. 15. partis 2.

PROPOSITIO VI.

Semicycloidis evolutione, à vertice cœpta, alia ſemicyclois deſcribitur evolutæ æqualis & ſimilis, cujus baſis eſt in ea recta quæ cycloidem evolutam in vertice contingit.

TAB. XVI. Fig. 1.

Sit ſemicyclois A B C, cui ſuperimpoſita ſit alia ſimilis A E F, quemadmodum in propoſitione præcedenti. Dico, ſi linea flexilis, circa ſemicycloidem A B C applicata, evolvatur, incipiendo ab A, eam deſcribere extremitate ſua ipſam ſemicycloidem A E F. Quia enim ex puncto A egrediuntur ſemicycloides A B C, A E F, in unam partem inflexæ, & ambæ in eandem cavæ, ac præterea ita comparatæ, ut omnes tangentes ſemicycloidis A B C occurrant ſemicycloidi A E F ad angulos rectos, ſequitur hanc evolutione illius, à termino A incepta, deſcribi *. quod erat demonſtrandum.

* Propoſ. 4. huj.

Et

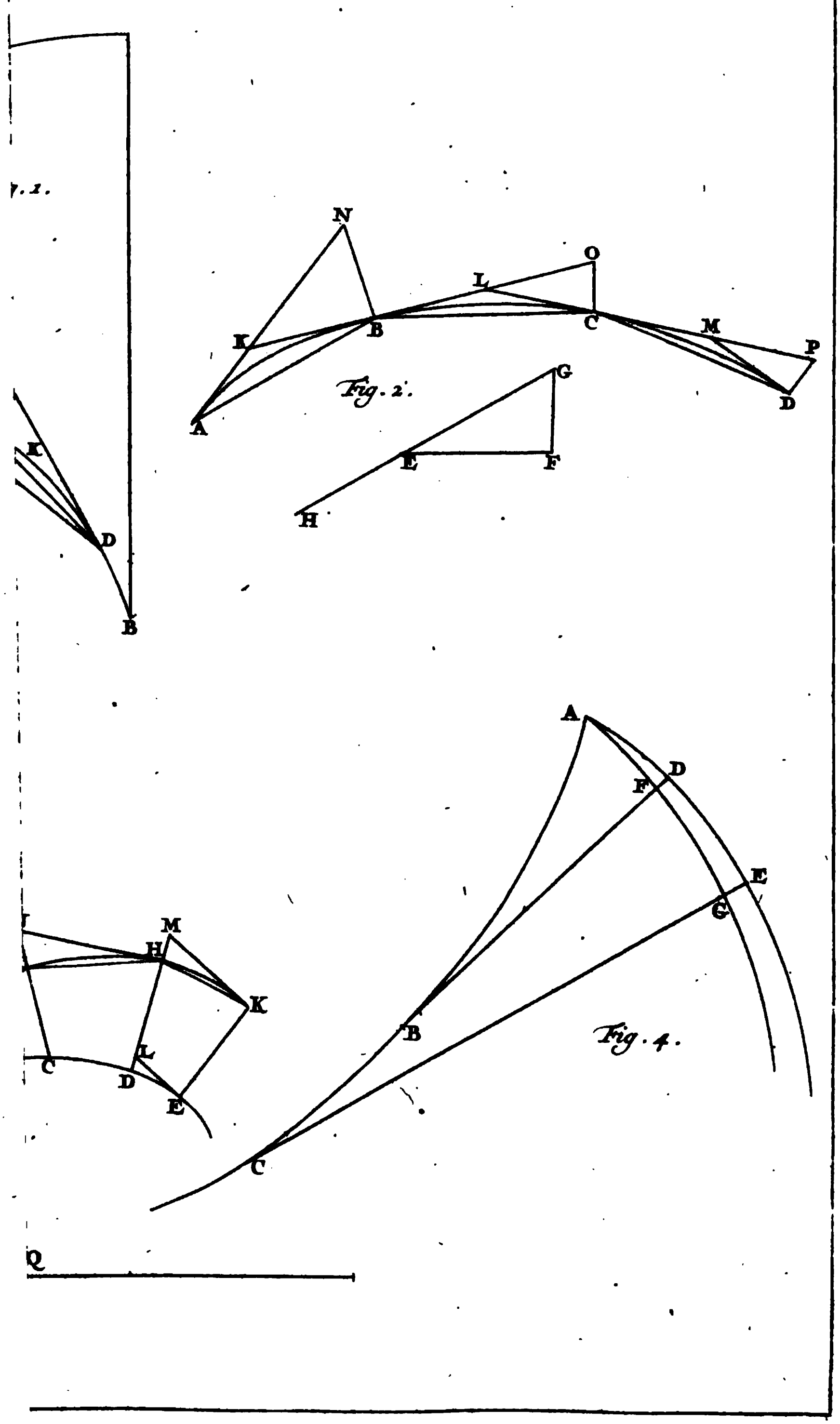
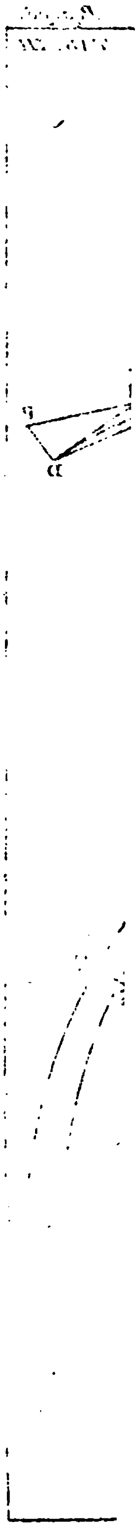


Fig. 1. Fig. 2. Fig. 4.



Digitized by Google

Et apparet, ſi dimidiam cycloidem, ipſi A B C gemellam, contrario ſitu ab altera parte lineæ C G diſponamus, velut C N, ejus evolutione, vel etiam dum filum, jam extenſum in C F, circa eam replicatur, alteram ſemicycloidem F N fili extremitate deſcriptum iri, quæ ſimul cum priore A E F integram conſtituat.

DE LINEARUM CURVARUM EVOLUTIONE.

Atque ex his, & propoſitione 25 de deſcenſu gravium, manifeſtum jam eſt quod ſupra in Conſtructione Horologii de æquabili penduli motu dictum fuit. Patet enim perpendiculum, inter laminas binas, ſecundum ſemicycloidem inflexas, ſuſpenſum agitatumque, motu ſuo cycloidis arcum deſcribere, ac proinde æqualibus temporibus quaſlibet ejus reciprocationes abſolvi. Non refert enim utrum in ſuperficie, ſecundum cycloidem curvata, mobile feratur, an filo alligatum lineam ipſam in aëre percurrat, cum utrobique eandem libertatem, eandemque in omnibus curvæ punctis inclinationem ad motum habeat.

PROPOSITIO VII.

Cyclois linea ſui axis, ſive diametri circuli genitoris, quadrupla eſt.

Repetita enim figura præcedenti: cum poſt totam ſemicycloidem A B C evolutam, filum occupet rectam C F, quæ dupla eſt A D, proptarea quod axes cycloidum A B C, A E F ſunt æquales; apparet ſemicycloidem ipſam A B C, filo ſibi circum applicito æqualem, duplam eſſe ſui axis A D, ac totam proinde cycloidem axis ſui quadruplam.

TAB. XVI. Fig. 1.

Apparet etiam tangentem B E, quæ refert partem fili extenſam, antea curvæ parti B A applicatam, huic ipſi longitudine æquari. Eſt autem B E dupla ipſius B K, ſive A H, quoniam in propoſitione quinta oſtenſum eſt K E ipſi A H æqualem eſſe. Itaque pars cycloidis A B rectæ A H, ſive B K, dupla erit: exiſtente nimirum B H parallela baſi cycloidis: idque ubicunque in ea punctum B ſumptum fuerit.

Digitized by Google

De linearum curvarum evolutione.

Hanc cycloidis dimenſionem primus invenit, via tamen longe alia, eximius geometra Chriſtophorus Wren Anglus, eamque deinde eleganti demonſtratione confirmavit, quæ edita eſt in libro de cycloide viri clariſſimi Ioannis Walliſij. De eadem vero linea, alia quoque multa extant pulcherrima inventa noſtri temporis mathematicorum, quibus præcipuè occaſionem præbuere problemata quædam à Blaſio Paſchalio Gallo propoſita, qui in his ſtudiis præcellebat. Is cum ſua, tum aliorum inventa recenſens, primum omnium Merſennum lineam hanc in rerum natura advertiſſe ait. Primum Robervallium tangentes ejus definiviſſe, ac plana & ſolida dimenſum eſſe. Item centra gravitatis tum plani, tum partium ejus inveniſſe. Primum Wrennium curvæ cycloidis æqualem rectam dediſſe. Me quoque primum reperiſſe dimenſionem abſolutam portionis cycloidis, quæ rectâ, baſi parallelâ, abſcinditur per punctum axis, quod quarta parte ejus à vertice abeſt. quæ nimirum portio æquatur dimidio hexagono æquilatero, intra circulum genitorem deſcripto. Seipſum denique ſolidorum ac ſemiſolidorum, tam circa baſin quàm circa axem, centra gravitatis definiviſſe, itemque partium eorum. Lineæ etiam ipſius (Sed hæc poſt acceptam à Wrennio dimenſionem) centrum gravitatis inveniſſe, & dimenſionem ſuperficierum convexarum, quibus ſolida iſta eorumque partes comprehenduntur; earumque ſuperficierum centra gravitatis. Ac denique dimenſionem curvarum cujuſvis cycloidis, tam protractæ quam contractæ: hoc eſt earum quæ deſcribuntur à puncto intra vel extra circumferentiam circuli genitoris ſumpto. Et horum quidem demonſtrationes à Paſchalio ſunt editæ. A quibus ſuas quoque, de eadem linea, ſubtiliſſimas meditationes expoſuit Cl. Walliſius, atque eadem illa omnia ſuo Marte ſe reperiſſe, ac problemata à Paſchalio propoſita ſolviſſe contendit. Quod idem & doctiſſimus Lovera ſibi vindicat. Quantum vero unicuique debeatur, ex ſcriptis eorum eruditi dijudicent. Nos propterea tantum præcedentia retulimus, quod ſilentio prætereunda non videbantur egregia adeo inventa, quibus factum eſt, ut, ex lineis omnibus, nulla nunc melius aut peni-

Digitized by Google

penitiùs quam cycloïs cognita ſit. Methodum vero noſtram, qua in hac metienda uſi ſumus, in aliis quoque experiri libuit, de quibus porro nunc agemus. DE LINEARUM CURVARUM EVOLUTIONE.

PROPOSITIO VIII.

Cujus lineæ evolutione parabola deſcribatur oſtendere.

Sit paraboloïdes A B, cujus axis A D; vertex A; proprietas autem iſta, ut ordinatim ad axem applicatâ B D, cubus abſciſſæ ad verticem D A æquetur ſolido, baſin habenti quadratum D B, altitudinem vero æqualem lineæ cuidam datæ M; quæ quidem curva pridem geometris nota fuit; & ponatur axi D E juncta in directum A E, quæ habeat $\frac{8}{27}$ ipſius M. Jam ſi filum continuum circa E A B applicetur, idque ab E evolvi incipiat, dico deſcriptam ex evolutione eſſe parabolam E F, cujus axis E A G, vertex E, latus rectum æquale duplæ E A. TAB. XIII. Fig. 1.

Sumpto enim in curva A B puncto quolibet B, ducatur quæ in ipſo tangat curvam recta B G, occurrens axi E A in G. & ex G ducatur porro G F, quæ ad rectos angulos occurrat parabolæ E F in F; & ſit ipſi G F perpendicularis F H, quæ parabolam in F continget; & denique F K ordinatim ad axem E G applicetur.

Eſt igitur K G æqualis dimidio lateri recto, hoc eſt, ipſi E A; ac proinde, additâ vel ablatâ utrimque A K, erit E K æqualis A G. Eſt autem A G triens ipſius A D, quoniam B G tangit paraboloïdem in B: illud enim ex natura curvæ hujus facile demonſtrari poteſt. Ergo & E K æqualis eſt trienti A D: & K H, quæ ex natura parabolæ dupla eſt K E, æquabitur duabus tertiis A D. Itaque cubus ex K H æqualis eſt $\frac{8}{27}$ cubi ex A D, hoc eſt, ſolido baſin habenti quadratum D B, altitudinem vero æqualem $\frac{8}{27}$ M, hoc eſt, ipſi A E. Quamobrem ut quadratum D B ad quadratum K H, ita erit K H longitudine ad A E, hoc eſt ad K G. Erat autem K H æqualis $\frac{2}{3}$ A D, hoc eſt ipſi G D. Ergo

Digitized by Google

De linearum curvarum evolutione. ut quadratum B D ad quadratum D G ita eſt H K ad K G. Ut autem H K ad K G, ita eſt quadratum F K ad quadratum K G. Ergo ſicut quadratum B D ad quadratum D G, ita quadratum F K ad quadratum K G. Et proinde ſicut B D ad D G longitudine, ita F K ad K G. Unde ſequitur B G F eſſe lineam rectam. Sed G F occurrit parabolæ E F ad angulos rectos. Ergo apparet B G, tangentem paraboloidis, productam occurrere eidem parabolæ ad angulos rectos. Idque ſimiliter de quavis illius tangente demonſtrabitur. Ergo conſtat ex evolutione lineæ E A B, à termino E incepta, deſcribi parabolam E F *. quod erat demonſtrandum.

* Propoſ. 4. huj.

PROPOSITIO IX.

Rectam lineam invenire æqualem datæ portioni curvæ paraboloidis, ejus nempe in qua quadrata ordinatim applicatarum ad axem, ſunt inter ſe ſicut cubi abſciſſarum ad verticem.

TAB. XIII. Fig. 2.

Quomodo hoc fiat ex prop. præcedenti manifeſtum eſt. Parabola vero E F ad conſtructionem non requiritur, quæ ſic peragetur. Data quavis parte paraboloidis hujus A B, cui rectam æqualem invenire oporteat, ducatur B G tangens in puncto B, quæ occurrat axi A G in G. Tanget autem ſi A G fuerit tertia pars A D, inter verticem & ordinatim applicatam B D interceptæ. Porro ſumpta A E æquali $\frac{4}{27}$ lineæ M, quæ latus rectum eſt paraboloidis A B, ducatur E F parallela B G, occurratque lineæ A F, quæ parallela eſt B D, in F. Jam ſi ad rectam B G addatur N F, exceſſus rectæ E F ſupra E A, habebitur recta æqualis curvæ A B. Cujus demonſtratio ex ante dictis facile perſpicitur.

Semper ergo curva A B tantum ſuperat tangentem B G, quantum recta E F rectam E A.

Rurſus autem hic in lineam incidimus, cujus longitudinem alii jam ante dimenſi ſunt. Illam nempe quam anno 1659 Joh. Heuratius Harlemenſis rectæ æqualem oſtendit, cujus demonſtratio poſt commentarios Joh. Schotenii in Carteſii

Geo-

Digitized by Google

Geometriam, eodem anno editam, adjecta eſt. Et ille quidem omnium primus curvam lineam, ex earum numero quarum puncta quælibet geometricè definiuntur, àd hanc menſuram reduxit, cum ſub idem tempus Cycloidis longitudinem dediſſet Wrennius, non minus ingenioſo epicheremate. De linearum curvarum evolutione.

Scio equidem, ab edito Heuratii invento, Doctiſſimum Walliſium Wilhelmo Nelio, nobili apud ſuos juveni, idem attribuere voluiſſe, in libro de Ciſſoide. Sed mihi, quæ illic adfert perpendenti, videtur non multum quidem ab invento illo Nelium abfuiſſe, neque tamen plane id adſecutum eſſe. Nam neque ex demonſtratione ejus, quam Walliſius affert, apparet illum ſatis perſpexiſſe quænam foret curva illa, cujus, ſi conſtrueretur, menſuram datam fore videbat. Et credibile eſt, ſi ſciviſſet ex earum numero eſſe quæ jampridem Geometris cognitæ fuerant, vel ipſum, vel alios ejus nomine, tam nobile inventum Geometris maturius impertituros fuiſſe, quod, ſi quod aliud, merebatur ut Archimedeum illud εὕρηκα exclamarent. Sane ejuſdem inventi, tanquam à ſe profecti, etiam Fermatius, Tholoſanus ſenator ac Geometra peritiſſimus, demonſtrationes conſcripſit, quæ anno 1660 excuſæ ſunt; ſed illæ ſero utique.

Cum vero in his ſimus, etiam de nobis dicere liceat, quid ad promovendum tam eximium inventum contulerimus: ſiquidem & Heuratio ut eo perveniret occaſionem præbuimus, & dimenſionem curvæ parabolicæ ex hyperbolæ data quadratura, quæ Heuratiani inventi pars eſt, ante ipſum atque omnium primi reperimus. Etenim ſub finem anni 1657 in hæc duo ſimul incidimus, curvæ parabolicæ quam dixi dimenſionem, & ſuperficiei conoidis parabolici in circulum reductionem. Cumque Schotenio, aliiſque item amicorum, per literas indicaſſemus, duo quædam non vulgaria circa parabolam inventa nobis ſeſe obtuliſſe, eorumque alterum eſſe conoidicæ ſuperficiei extenſionem in circulum, ille literas eas cum Heuratio, quo tum familiariter utebatur, communicavit. Huic vero, acutiſſimi ingenii viro, non difficile fuit intelligere, conoidis iſtius ſuperficiei affinem eſſe dimenſionem ipſius cur-

Digitized by Google

DE LINEARUM CURVARUM EVOLUTIONE.

væ parabolicæ. Qua utraque inventa, ulterius inde inveſtigans, in alias iſtas curvas paraboloides incidit, quibus rectæ æquales abſolute inveniuntur.

Ac de Conoidis quidem ſuperficie in planum redacta, ne quis forte teſtimonium deſideret, pauca hæc adſcribere viſum eſt ex literis viri clariſſimi, atque inter præcipuos hodie Geometras cenſendi, Franc. Sluſii, quibus eo ipſo anno mihi inventum illud, ac prolixius forte quam pro merito, gratulatus eſt. In quibus literis 24. Decemb. anni 1657. datis, iſta habentur. *Duo tantum addo, unum* &c. *Alterum eſt, me has omnes curvas, ipſumque adeo locum linearem integrum, nihili pene facere præ invento hoc tuo, quo ſuperficiei in conoide parabolico rationem ad circulum ſuæ baſeos demonſtraſti. Hanc pro circuli quadratura pulcherrimam* ἀπαγωγὴν *præfero libens iis omnibus, quas ex loco lineari nec paucas olim deduxi, & quas tecum, ſi ita juſſeris, data occaſione communicabo.*

Anno autem inſequenti etiam ſuperficies conoidum hyperbolicorum & ſphæroidum reperi, quomodo ad circulos reduci poſſent, conſtructionesque eorum problematum, non addita tamen demonſtratione, Geometris quibuscum tunc literarum commercium habebam, in Gallia Paſchalio aliisque, in Anglia Walliſio impertii, qui non multo poſt ſua quoque ſuper his, una cum aliis multis ſubtilibus inventis in lucem edidit, fecitque ut noſtris demonſtrationibus perficiendis ſuperſederem. Quoniam vero non inelegantes viſæ ſunt conſtructiones noſtræ, neque adhuc publice extant, placet hoc loco illas adſcribere.

Conoidis parabolici ſuperficiei curvæ circulum æqualem invenire.

TAB. XIII. Fig. 3.

Sit datum conoides cujus ſectio per axem parabola A B C, axis ejus B D, vertex B, diameter baſis A C, quæ ſit axi B D ad angulos rectos. Et oporteat ſuperficiei portionis curvæ invenire circulum æqualem.

Pro-

Digitized by Google

Producto axe à parte verticis, ſumatur B E æqualis B D, & jungatur E A, quæ parabolam A B C in A continget. Porro ſecetur A D in G, ut ſit A G ad G D ſicut E A ad A D. Et utrisque ſimul A E, D G æqualis ſtatuatur recta H. Item trienti baſis A C æqualis ſit recta L, & inter H & L media proportionalis inveniatur K. qua tanquam radio circulus deſcribatur. Is æqualis erit ſuperficiei curvæ conoidis A B C. Hinc ſequitur, ſi fuerit A E dupla A D, ſuperficiem conoidis curvam ad circulum baſeos fore ut 14 ad 9. Si A E tripla A D, ut 13 ad 6. ſi A E quadrupla A D, ut 14 ad 5. Atque ita ſemper fore ut numerus ad numerum, ſi A E ad A D ejusmodi rationem habuerit. DE LINEARUM CURVARUM EVOLUTIONE.

Sphæroidis oblongi ſuperficiei circulum æqualem invenire.

ESto ſphæroides oblongum cujus axis A B, centrum C, ſectio per axem ellipſis A D B E, cujus minor diameter D E. TAB. XIII. Fig. 4.

Ponatur D F æqualis C B, ſeu ponatur F alter focorum ellipſeos A D B E, rectæque F D parallela ducatur B G, occurrens productæ E D in G. centroque G, radio G B, deſcribatur ſuper axe A B arcus circumferentiæ B H A. Interque ſemidiametrum C D & rectam utrisque æqualem, arcui A H B & diametro D E, media proportionalis ſit recta K. Erit hæc radius circuli qui ſuperficiei ſphæroidis A D B E æqualis ſit.

Sphæroidis lati ſive compreſſi ſuperficiei circulum æqualem invenire.

SIt ſphæroides latum cujus axis A B, centrum C, ſectio per axem ellipſis A D B E. TAB. XIII. Fig. 5.

Sit rurſus focorum alteruter F, diviſâque bifariam F C in G, intelligatur parabola A G B quæ baſin habeat axem A B, verticem vero punctum G. Sitque inter dimatrum D E, & rectam curvæ parabolicæ A G B æqualem, media propor-

Digitized by Google

DE LINEARUM CURVARUM EVOLUTIONE.

portionalis linea H. Erit hæc radius circuli qui ſuperficiei ſphæroidis propoſiti æqualis ſit.

Conoidis hyperbolici ſuperficiei curvæ circulum æqualem invenire.

TAB. XIV. Fig. I.

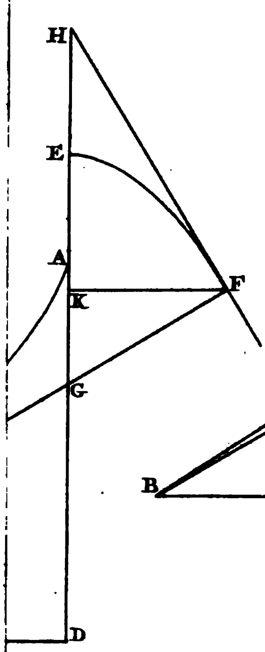
ESto conoïdes hyperbolicum cujus axis A B, ſectio per axem hyperbola C A D, cujus latus tranſverſum E A, centrum F, latus rectum A G.

Sumatur in axe recta A H, æqualis dimidio lateri recto A G. & ut H F ad A F longitudine ita, ſit A F ad F K potentiâ. Et intelligatur vertice K alia hyperbola deſcripta K L M, eodem axe & centro F cum priore, quæque latera rectum & transverſum illi reciproce proportionalia habeat. Occurrat autem ipſi producta B C in M, ſitque A L parallela B C. Erit jam ſicut ſpatium A L M B, tribus rectis lineis & curva hyperbolica comprehenſum, ad dimidium quadratum ex B C, ita ſuperficies conoidis curva ad circulum baſeos ſuæ, cujus diameter C D. Unde conſtructio reliqua facile abſolvetur, poſitâ hyperbolæ quadraturâ.

Quum igitur conoidis parabolici ſuperficies ad circulum redigatur, æque ac ſuperficies ſphæræ, ex notis geometriæ regulis; in ſuperficie ſphæroidis oblongi, ut idem fiat, ponendum eſt arcus circumferentiæ longitudinem æquari poſſe lineæ rectæ. Ad ſphæroidis vero lati, itemque ad conoidis hyperbolici ſuperficiem eadem ratione complanandam, hyperbolæ quadratura requiritur. Nam parabolicæ lineæ longitudo, quam in ſphæroide hoc adhibuimus, pendet à quadratura hyperbolæ, ut mox oſtendemus.

Verum, quod non indignum animadverſione videtur, invenimus absque ulla hyperbolicæ quadraturæ ſuppoſitione, circulum æqualem conſtrui ſuperficiei utrique ſimul, ſphæroidis lati & conoidis hyperbolici.

Dato enim ſphæroide quovis lato, poſſe inveniri conoïdes hyperbolicum, vel contra, dato conoide hyperbolico, poſſe inveniri ſphæroides latum ejusmodi, ut utriusque ſimul



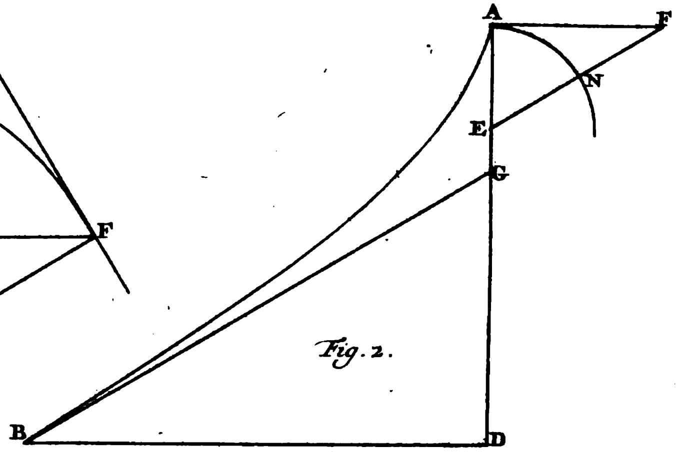
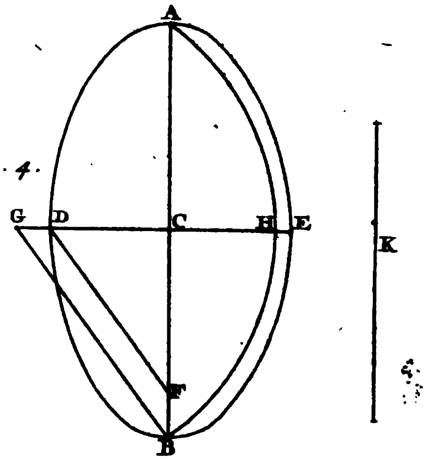


Fig. 2.

Fig. 4.



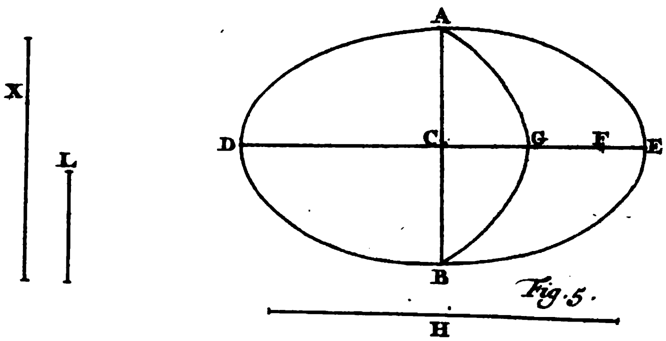


Fig. 5.

Digitized by Google

Digitized by Google

mul ſuperficiei exhibeatur circulus æqualis. cujus exemplum in caſu uno cæteris ſimpliciore ſufficiet attuliſſe. DE LINEARUM CURVARUM EVOLUTIONE.

Sit ſphæroides latum cujus axis S I, ſectio per axem ellipſis S T I K; cujus ellipſis centrum O, axis major T K, TAB. XIV. Fig. 2. ponatur autem ellipſis hæc ejusmodi, ut latus transverſum T K habeat ad latus rectum eam rationem, quam linea ſecundum extremam & mediam rationem ſecta, ad partem ſui majorem.

Sumatur B C potentia dupla ad S O, item B A potentia dupla ad O K. & ſint hæ quatuor continue proportionales B C, B A, B F, B E, & ponatur E P æqualis E A. Intelligatur jam conoides hyperbolicum Q F N, cujus axis F P; axi adjecta, ſive ½ latus transverſum F B; dimidium latus rectum æquale B C.

Hujus conoidis ſuperficies curva, unà cum ſuperficie ſphæroidis S I, æquabitur circulo cujus datus erit radius M L, qui nempe poſſit quadratum T K cum duplo quadrato S I.

Curvæ parabolicæ æqualem rectam lineam invenire.

Sit parabolæ portio A B C, cujus axis B K, baſis A C axi ad angulos rectos; & oporteat curvæ A B C rectam æqualem invenire. TAB. XIV. Fig. 3.

Accipiatur baſi dimidiæ A K æqualis recta I E, quæ producatur ad H, ut ſit I H æqualis A G, quæ parabolam in puncto baſis A contingens, cum axe producto convenit in G. Sit jam portio hyperbolæ D E F, vertice E, centro I deſcriptæ, cujusque diameter ſit E H; baſis vero D H F ordinatim ad diametrum applicata. Latus rectum pro lubitu ſumi poteſt. Quod ſi jam ſuper baſi D F intelligatur parallelogrammum conſtitutum D P Q F, quod portioni D E F æquale ſit; ejus latus P Q ita ſecabit diametrum hyperbolæ in R, ut R I ſit æqualis curvæ parabolicæ A B, cujus dupla eſt A B C.

Apparet igitur hinc quomodo à quadratura hyperbolæ pendeat curvæ parabolicæ menſura, & illa ab hac viciſſim.

DE LINEARUM CURVARUM EVOLUTIONE.

Quæcunque vero problemata ad alterum è duobus hiſce reducuntur, quamlibet veræ proximam ſolutionem per numeros accipiunt, logarithmorum admirabili invento. Cum per hos hyperbolæ quadratura, ut olim invenimus, numeris quam proxime explicetur. Eſt autem regula hujusmodi.

TAB. XV. Fig. I.

Sit D A B portio hyperbolæ, cujus aſymptoti C S, C V, ductis D E, B V parallelis aſymptoto S C.

Accipiatur differentia logarithmorum qui conveniunt numeris, eandem inter ſe rationem habentibus quam rectæ D E, B V; ejusque differentiæ quæratur logarithmus. Cui addatur logarithmus hic, (qui ſemper eſt idem) 0, 36221, 56887. Summa erit logarithmus numeri qui ſpatium D E V B A D deſignabit, tribus rectis & curva D A B comprehenſi, in partibus qualium parallelogrammum D C eſt 100000, 00000. Unde porro facile quoque habebitur area portionis D A B.

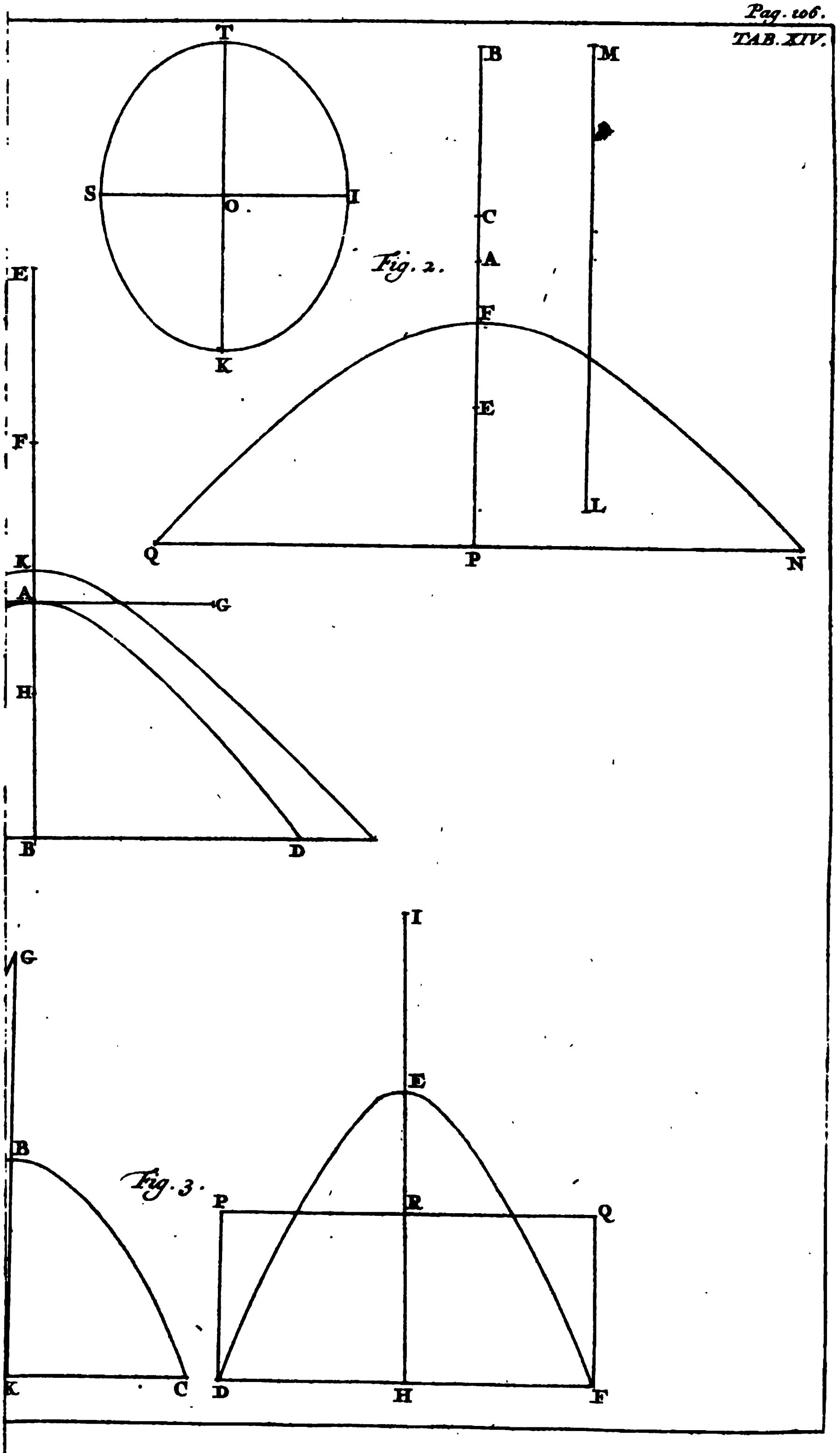
Sit ex. gr. proportio D E ad B V ea quæ 36 ad 5.

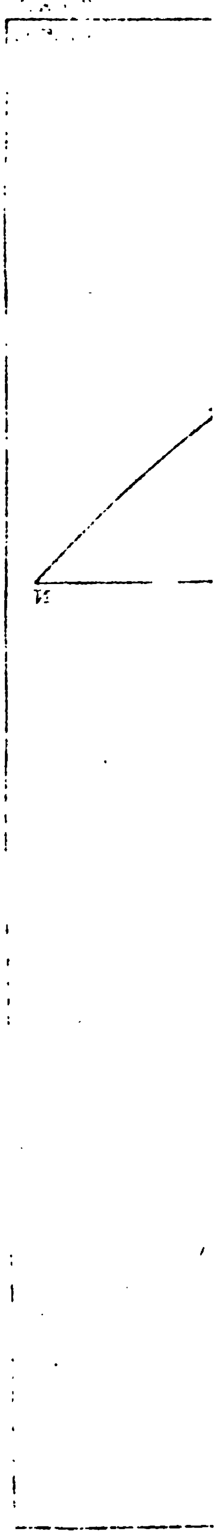
Ab	1, 55630, 25008,	logar^o. 36.
auferatur	0, 69897, 00043.	logar^us. 5.
Erit	0, 85733, 24965.	differ. logar^orum.
Et	9, 93314, 92856.	logar^us. differentiæ.
Cui addatur	0, 36221, 56887.	logar^us. ſemper addendus.
Fit	10, 29536, 49743.	logar^us. ſpatii D E V B A D.

Habebit hujus logarithmi numerus 11 characteres, quum characteriſtica ſit 10. Quæratur itaque primo numerus proxime minor, conveniens invento logarithmo, qui numerus eſt 19740. Deinde ex differentia logarithmi ejusdem, & proxime eum in tabula ſequentis, reliqui characteres eliciantur 81026, ſcribendi poſt priores, ut fiat 197408, 10260, addito ad finem zero, ut efficiatur numerus characterum 11. Eſt ergo area ſpatii D E V B A D proxime partium 197408, 10260, qualium partium parallelogrammum D C eſt 100000, 00000.

PRO-

Digitized by Google


Fig. 2.
Fig. 3.



Digitized by Google

PROPOSITIO X.

De linearum curvarum evolutione.

Lineas curvas exhibere quarum evolutione ellipſes & hyperbolæ deſcribantur, rectasque invenire iisdem curvis æquales.

Sit ellipſis vel hyperbole quælibet A B, cujus axis tranſverſus A C; centrum figuræ D; latus rectum duplum ipſius A E. Et ſumpto in ſectione quovis puncto, ut B, applicetur ordinatim ad axem recta B K, & ad dictum punctum B tangens ducatur quæ conveniat cum axe in F; ſitque B G ipſi F B perpendicularis, axique occurrat in G; & producatur B G usque ad H, ut B H ad H G habeat rationem eam quæ componitur ex rationibus G F ad F K, & A D ad D E. Tab. XV. Fig. 2. & 3.

Dico curvam E H M, cujus puncta omnia inveniuntur eodem modo quo punctum H, eſſe eam cujus evolutione, unà cum recta E A, deſcribetur ſectio A B. Ipſam autem B H tangere curvam in H, & eſſe toti H E A æqualem. Quamobrem, ſi ab H B auferatur E A, reliqua recta portioni curvæ H E æquabitur. Apparet autem, cum curvæ puncta quævis indifferenter, certaque ratione inveniantur, eſſe eam utrobique ex earum genere, quæ merè geometricæ cenſentur. Unde & relatio horum omnium punctorum ad puncta axis A C, æquatione aliqua exprimi poterit, quam æquationem ad ſextam dimenſionem aſcendere invenio; minimumque habere terminorum, ſi fuerit A B hyperbola cujus latera tranſverſum rectumque æqualia. Tunc enim ducta ex quovis curvæ puncto, ut H, ad axem C A N perpendiculari H N; vocatâque A C, a; C N, x; & N H, y; erit ſemper cubus ab $xx - yy - aa$ æqualis $27\, xxyyaa$. Sed hoc caſu brevius quoque multo, quam prædicta conſtructione, curvæ E H M puncta reperiri poſſunt, ut in ſequentibus oſtendetur.

Cæterum notandum eſt, in ellipſi ſingulos quadrantes ſingularum linearum evolutione deſcribi; ſicut quadrans A B L

DE LINEARUM CURVARUM EVOLUTIONE.

evolutione lineæ A E H M, quadrans C L evolutione ſimilis huic oppoſitæ C O M. Eſt enim hæc in ſectione utraque diverſitas, quod cum principium quidem curvæ E H M, tam in ellipſi quam in hyperbola, ſit punctum E, ſumpta A E æquali ½ lateris recti; in hyperbola in infinitum inde dicta linea extenditur, at in ellipſi finitur in puncto axis minoris M, ſumpta L M æquali ½ lateris recti, ſecundum quod poſſunt ordinatim applicatæ ad dictum minorem axem. Namque hos terminos eſſe hujus curvæ, facile apparebit ortum ejus conſideranti, quodque in ellipſi eſt ſicut A D ad D E, ita L M ad M D.

Horum autem demonſtrationi non immorabimur, ſed ad ipſam methodum tradendam pergemus, qua & hæ curvæ ex ſectionibus conicis, & aliæ innumeræ ex aliis quibuſcunque datis inveniuntur.

PROPOSITIO XI.

Datâ lineâ curvâ, invenire aliam cujus evolutione illa deſcribatur; & oſtendere quod ex unaquaque curva geometrica, alia curva itidem geometrica exiſtat, cui recta linea æqualis dari poſſit.

TAB. XV. Fig. 4. & 5.

Sit curva quæpiam, vel pars ejus, in partem unam inflexa A B F, & recta K L, ad quam puncta omnia referantur; & oporteat invenire curvam aliam, ut D E, cujus evolutione ipſa A B F deſcribatur.

Ponatur jam inventa; & quoniam tangentes omnes curvæ D E, neceſſe eſt occurrere lineæ A B F, ex evolutione deſcriptæ, ad angulos rectos; patet quoque viciſſim eas quæ ipſi A B F ad rectos angulos inſiſtunt, ut B D, F E, tacturas evolutam C D E.

Intelligantur autem puncta B, F, inter ſe proxima; & ſiquidem à parte A evolutio incipere ponatur, ulteriuſque inde diſtet F quam B, etiam contactus E ulterius quam D diſta-

ſtabit ab A; interſectio vero rectarum B D, F E, quæ eſt G, cadet ultra punctum D in recta B D. Nam concurrere ipſas B D, F E neceſſe eſt, cum curvæ B F ad partem cavam inſiſtant rectis angulis. DE LINEARUM CURVARUM EVOLUTIONE.

Quanto autem punctum F ipſi B propinquius fuerit, tanto propius quoque puncta D, G & E convenire apparet; ideoque, ſi interſtitium B F infinite parvum intelligatur, tria dicta puncta pro uno eodemque erunt habenda; ac præterea, ductâ rectâ B H, quæ curvam in B tangat, eadem quoque pro tangente in F cenſebitur. Sit B O parallela K L, & in hanc perpendiculares cadant B K, F L; ſecetque F L rectam B O in P, & ſint puncta notata M, N, in quibus rectæ, B D, F E, occurrant ipſi K L. Quia igitur ratio B G ad G M eſt eadem quæ B O ad M N, data hac dabitur & illa; & quia recta B M datur magnitudine ac poſitione, dabitur & punctum G in producta B M, ſive D in curva C D E, quia G & D in unum convenire diximus. Datur autem ratio B O ad M N, ſimpliciter quidem in Cycloide, ubi primùm omnium illam inveſtigavimus, invenimuſque duplam; in aliis vero curvis, quas hactenus examinavimus, per duarum datarum rationum compoſitionem. Nam quia ratio B O ad M N componitur ex rationibus B O ad B P, ſive N H ad L H, & ex B P ſive K L ad M N; patet, ſi rationes hæ utræque dentur etiam ex iis compoſitam rationem B O ad M N datum iri. Illas vero dari in omnibus curvis geometricis, in ſequentibus patebit; ac proinde iis ſemper curvas adſignari poſſe, quarum evolutione deſcribantur, quæque ideo ad rectas lineas ſint reducibiles.

Ponatur primò parabola eſſe A B F, cujus vertex A, axis A Q. Cum igitur lineæ B M, F N, ſint parabolæ ad angulos rectos; ductæque ſint ad axem A Q perpendiculares B K, F L; erunt, ex proprietate parabolæ, ſingulæ M K, N L dimidio lateri recto æquales; & ablata communi L M, æquales inter ſe K L, M N. Hinc, quum ratio B G ad G M componatur ex rationibus N H ad H L, & K L ad M N, uti dictum fuit, ſitque earum poſterior ratio TAB. XVI. Fig. 2.

Digitized by Google

De linearum curvarum evolutione.

æqualitatis, liquet rationem B G ad G M fore eandem quæ N H ad H L; & dividendo, B M ad M G, eandem quæ N L ad L H, ſive M K ad K H; nam L H, K H pro eadem habentur, propter propinquitatem punctorum B, F. Data autem eſt ratio M K ad K H, dato puncto B; quoniam tam M K, quam K H dantur magnitudine; nam M K æquatur dimidio lateri recto, K H vero duplæ K A. Dataque etiam eſt poſitione & magnitudine recta B M. Ergo & M G data erit, adeoque & punctum G, ſive D, in curva R D E; quod nempe invenitur productâ B M uſque in G, ut ſit B M ad M G ſicut $\frac{1}{2}$ lateris recti ad duplam K A.

Et ſic quidem, adſumptis in parabola A B F aliis quotlibet punctis præter B, totidem quoque puncta lineæ R D E, ſimili ratione, invenientur; atque hoc ipſo lineam R D E geometricam eſſe conſtat, unáque proprietas ejus innoteſcit, ex qua cæteræ deduci poſſunt. Ut ſi inquirere deinde velimus, quanam æquatione exprimatur relatio punctorum omnium curvæ C D E ad rectam A Q: ducta in hanc perpendiculari D Q, vocatoque latere recto parabolæ A B F, a; A K, b; A Q, x; Q D, y. Quoniam ratio B M ad M D, hoc eſt, K M ad M Q, eſt ea quæ $\frac{1}{2}a$ ad $2b$, eſtque ipſa K M $\infty \frac{1}{2}a$, erit & M Q æqualis $2b$. Eſt autem M A $\infty \frac{1}{2}a + b$. ergo A Q ſive x æqualis $3b + \frac{1}{2}a$. Unde $b \infty \frac{1}{3}x - \frac{1}{6}a$. Porro quoniam, ſicut quadratum M K, hoc eſt, $\frac{1}{4}aa$ ad quadratum K B, hoc eſt, ab, ita qu. M Q, hoc eſt, $4bb$ ad qu. Q D; erit qu. Q D, ſive $yy \infty \frac{16b^3}{a}$. Ubi, ſi in locum b ſubſtituatur $\frac{1}{3}x - \frac{1}{6}a$, quod illi æquale inventum eſt, fiet $yy \infty 16$. cub. $\frac{1}{3}x - \frac{1}{6}a$ diviſis per a. Ac proinde $\frac{27}{16}ayy \infty$ cubo ab $x - \frac{1}{2}a$. Accipiatur A R in axe parabolæ $\infty \frac{1}{2}a$; eritque R Q $\infty x - \frac{1}{2}a$. Curvam igitur C D ejus naturæ eſſe liquet, ut ſemper cubus lineæ R Q æquetur parallelepipedo, cujus baſis qu. Q D, altitudo $\frac{27}{16}a$; ac proinde ipſam paraboloidem eſſe, cujus evolutione deſcribi parabolam A B ſupra oſtendimus; cujus nimirum paraboloidis latus rectum æquetur $\frac{27}{16}$ lateris recti parabolæ A B. tunc enim hujus latus rectum æquale fit $\frac{16}{27}$ lateris recti paraboloidis, quemadmodum ibi fuit definitum.

Quo-

Digitized by Google

Quomodo porro ratio O B ad B P, ſive N H ad H L, non tantum cum A B F parabola eſt, ſed etiam alia quælibet curva geometrica, ſemper inveniri poſſit manifeſtum eſt. Quoniam tantum recta F H ducenda eſt, quæ curvam in adſumpto puncto F tangat, & F N ipſi F H perpendicularis: unde N H & H L datæ erunt, ac proinde ratio quoque earum data. DE LINEARUM CURVARUM EVOLUTIONE. TAB. XV. Fig 4. & 5.

At non æque liquet quo pacto ratio K L ad M N innoteſcat, quam tamen ſemper quoque reperiri poſſe ſic oſten-demus.

Sint rectæ K T, L V, perpendiculares ſuper K L, ſitque K T æqualis K M, & L V æqualis L N, & ducatur V X parallela L N, quæ occurrat ipſi K T in X. Quoniam ergo ſemper eadem eſt differentia duarum L K, N M, quæ duarum L N, K M, hoc eſt, quæ duarum L V, K T; eſt autem differentiæ ipſarum L V, K T æqualis X T, & X V ipſi L K; erit proinde N M æqualis duabus ſimul V X, X T, vel ei quo V X ipſam X T ſuperat. Atque adeo, ſi data fuerit ratio V X ad X T, data quoque erit ratio V X ad utramque ſimul V X, X T, vel ad exceſſum V X ſupra X T, hoc eſt, data erit ratio V X ſive L K ad N M.

Sciendum eſt autem, quoniam K T ipſi K M, & L V ipſi L N, æquales ſumptæ ſunt, locum punctorum T, V, fore lineam quandam vel rectam vel curvam datam, ut mox oſtendetur. Et ſiquidem ſit linea recta; ut contingit ſi A B F coni ſectio fuerit, & K L axis ejus; conſtat rationem V X ad X T datam fore, data poſitione ipſius lineæ V T, quæ locus eſt puuctorum V, T; ſemperque eandem tunc haberi dictam rationem, qualecunque fuerit intervallum K L.

At ſi locus alia linea curva fuerit, diverſa erit ratio V X ad X T; prout majus minuſve fuerit intervallum K L. Inquirendum eſt autem quænam futura ſit iſta ratio, cum K L infinite parvum imaginamur, quoniam & puncta B, F, proxima invicem poſuimus. Similiter itaque & puncta V, T, lineæ curvæ minimam particulam intercipere intelligendum eſt; unde recta V T, cum ea quæ in T curvam contingit, coincidet. Sit ergo tangens illa T Y; poteſt enim duci quo-

niam

De linearum curvarum evolutione.

niam curva, ad quam ſunt puncta T, V, geometrica eſt. Ratio igitur Y K ad K T data erit, adeoque & V X ad X T. ex qua etiam rationem L K ad N M dari oſtendimus.

Quænam vero ſit linea ad quam ſunt puncta T, V, invenitur ponendo certum punctum S in recta K L, & vocando S K, x; K T, y. Nam quia data eſt curva A B F, eique B M ad angulos rectos ducta, invenietur inde quantitas lineæ K M, per methodum tangentium à Carteſio traditam, quæ ipſi K T, ſive y æquabitur; & ex ea æquatione, natura curvæ T V innoteſcet, ad quam deinde tangens ducenda eſt. Sed clariora omnia fient ſequenti exemplo.

Tab. XVI. Fig. 3.

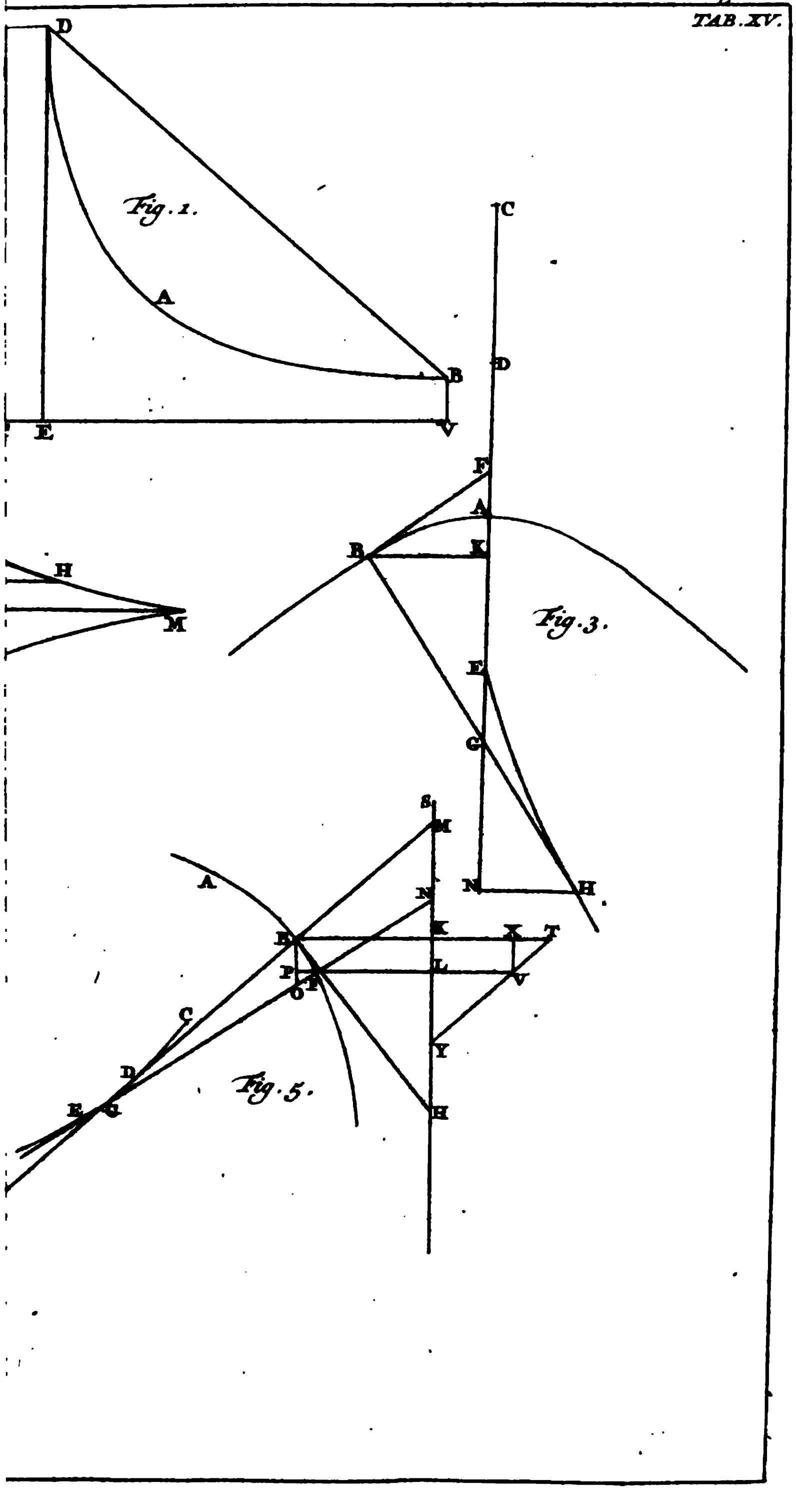
Sit A B F paraboloides illa, cui ſuperius rectam æqualem invenimus; in qua nempe cubi perpendicularium in rectam S K, ſint inter ſe ſicut quadrata ex ipſa S K abſciſſarum. Et oporteat invenire curvam C D E cujus evolutione paraboloides S B F deſcribatur.

Hic primum ratio B O ad B P facile invenitur, quia tangentem paraboloidis in puncto B duci ſcimus, ſumpta S H æquali $\frac{1}{2}$ S K. Cui tangenti cum B M ad angulos rectos inſiſtat, dantur jam lineæ M H, H K, ac proinde earum inter ſe ratio, quæ eſt eadem quæ O B ad B P.

Ut autem ratio B P, ſive K L ad M N innoteſcat, ponantur ad K L perpendiculares rectæ K T, L V, æquales ſingulis K M, L N, ſitque V X parallela L K. Jam quia ex duabus ſimul K L, L N, auferendo K M, relinquitur M N *; hoc eſt, auferendo ex duabus X V, V L, ſive

X V,

* *In Exemplari ſuo ad marginem ſcripſit Auctor.* ſupponitur hic rectam L N majorem eſſe quam K M. quod melius fuerat antea probari, etſi verum eſt. *Demonſtratio autem haud difficilis eſt, ſit abſciſſa* S K ∞ x; *perpendicularis* K B ∞ u; *latus rectum paraboloidis* ∞ a. *Quia* S H $\infty \frac{1}{2}$ SK, *eſt* H K $\infty \frac{3}{2}$SK ($\frac{3}{2}$x). *Propter angulum rectum* H B M, *triangula rectangula* H B K, K B M *ſimilia ſunt*, & H K ($\frac{1}{2}$x), K B (u), K M, *ſunt in continua proportione*; *ergo* K M $\infty \frac{2uu}{3x}$, *cujus quadratum eſt* $\frac{4u^4}{9xx} \infty \frac{4au^4}{9axx}$; *ſed ut notavit auctor ex natura Paraboloidis* A B F, $u^3 \infty axx$; *ergo quadratum lineæ* K M $\infty \frac{4au^4}{9axx} \infty \frac{4au^4}{9u^3} \infty \frac{4}{9}au$ *unde ſequitur ipſam* K M, *augeri ſi creſcat* B K (u). *Cum autem* L F *excedat* B K, L N *ſuperabit* K M, quod demonſtrandum erat.


Fig. 1.
D
A
B
E
V
C
D
F
A
B
K
H
M
Fig. 3.
E
G
N
H
S
M
A
N
E
K
X
T
P
L
V
O
F
C
Y
D
Fig. 5.
E
G
H

Digitized by Google

X V, X K, ipſam K T; hinc autem relinqui apparet V X & X T: erunt igitur hæ duæ V X, X T ipſi M N æquales, ac proinde ratio K L ad M N eadem quæ V X ad duas ſimul V X, X T. Ut autem hæc ratio innoteſcat cum intervallum K L eſt minimum; oportet ſecundum prædicta inquirere quis ſit locus, ſive linea ad quam ſunt puncta T, V. Quod ut fiat ſit latus rectum paraboloidis A B F ∞ *a*; S K ∞ *x*; K T ∞ *y*.

DE LINEARUM CURVARUM EVOLUTIONE.

Quia igitur proportionales ſunt K H, K B, K M, eſtque H K ∞ $\frac{1}{3}$ *x*: K B ex natura paraboloidis æqualis R. cub. *a x x*: fiet K M, hoc eſt K T ∞ $\frac{3}{2}$ R. cub. *a a x* ∞ *y*, ac proinde $\frac{8}{27}$ *a a x* ∞ y^3. Unde patet locum punctorum T, V, eſſe paraboloidem illam, quam cubicam vocant geometræ. Cui proinde ad T tangens ducetur, ſumptâ S Y duplâ ipſius S K, junctâque Y T. Et jam quidem ratio V X ad duas ſimul V X, X T, quam diximus eandem eſſe ac K L ad M N, erit ea quæ Y K ad utramque ſimul Y K, K T. Hæc autem ratio data eſt, ergo & ratio K L ad M N. Sed & rationem O B ad P B datam eſſe oſtenſum eſt. Ergo, cum ex duabus hiſce componatur ratio B D ad D M, ut ſupra patuit, dabitur & hæc; & dividendo, ratio B M ad M D; adeoque & punctum D in curva D E.

Ad conſtructionem autem breviſſimam hoc pacto hic perveniemus. K T ſive K M dicta fuit *y*. Itaque M H erit *y* + $\frac{1}{3}$ *x*. Et M H ad H K, ſive O B ad B P, ut *y* + $\frac{1}{3}$ *x* ad $\frac{1}{3}$ *x*. ſive, ſumptis omnium duplis, ut 2 *y* + 3 *x* ad 3 *x*. Deinde quia Y K ∞ 3 *x*, erit Y K ad Y K + K T, ſive per prædicta, K L ad M N, ut 3 *x* ad 3 *x* + *y*. Atqui ex rationibus O B ad B P, & K L ad M N, componi diximus rationem B D ad D M. Ergo ratio B D ad D M erit compoſita ex rationibus 2 *y* + 3 *x* ad 3 *x*, & 3 *x* ad 3 *x* + *y*; ideoque erit ea quæ 2 *y* + 3 *x* ad 3 *x* + *y*. & dividendo, ratio B M ad M D, eadem quæ *y* ad 3 *x* + *y*.

Sit S Z perpendicularis ad S K, eique occurrat M B producta in Z. Quia ergo ratio B M ad M D inventa eſt ea quæ *y* ad *y* + 3 *x*, hoc eſt quæ M K ad M K + 3 K S. Sicut au-

P tem

Digitized by Google

DE LINEARUM CURVARUM EVOLUTIONE.

tem M K ad M K + 3 K S, ita M B ad M B + 3 B Z: erit proinde M B ad M D ut M B ad M B + 3 B Z. Unde liquet M D æqualem ſumendam ipſi M B + 3 B Z. Atque ita quotlibet puncta curvæ C D E invenire licebit. Cujus curvæ portio quælibet ut D S, rectæ D B, quæ paraboloidi S A B ad angulos rectos occurrit, æqualis erit. Conſtat autem geometricam eſſe, & ſi velimus, poſſumus æquatione aliqua relationem exprimere punctorum omnium ipſius ad puncta axis S K.

TAB. XVII. Fig. 1.

Simili modo autem, ſi inquiramus in paraboloide illa ſive parabola cubica, in qua cubi ordinatim applicatarum ad axem, ſunt inter ſe ſicut portiones axis abſciſſæ, inveniemus curvam cujus evolutione deſcribitur, quæque proinde rectæ lineæ æquari poterit, nihilo difficiliori conſtructione per puncta determinari. Nam ſi fuerit illa S A B; axis S M; (dicitur autem improprie axis in hac curva, cum forma ejus ſit ejuſmodi, ut ductâ S Z, quæ ſecet S M ad angulos rectos, ea portiones ſimiles curvæ habeat ad partes oppoſitas;) agatur per punctum quodlibet B, in paraboloide ſumptum, recta B D, quæ curvam ad angulos rectos ſecet, axique ejus occurrat in M, rectæ vero S Z in Z. Deinde ſumatur B D æqualis dimidiæ B M, unà cum ſeſquialtera B Z. Eritque D unum è punctis curvæ quæſitæ R D vel R I, cujus evolutione, juncta tamen recta quadam R A, deſcribetur paraboloides S A B. Sunt autem hic, quod notatu dignum eſt, quodque in aliis etiam nonnullis harum paraboloidum contingit, duæ evolutiones in partes contrarias, quarum utraque à puncto certo A initium capit; ita ut evolutione ipſius A R D, in infinitum porro continuatæ, deſcribatur paraboloidis pars infinita A B F; evolutione autem totius A R I, ſimiliter in infinitum extenſæ, tantum particula A S. Punctum autem A definitur, ſumptâ S P quæ ſit ad latus rectum paraboloidis, ſicut unitas ad radicem quadrato-quadraticam numeri 91125, (is cubus eſt ex 45) applicatâque ordinatim P A. Unde porro punctum R, confinium duarum curvarum R D, R I, invenitur ſicut cætera omnia harum

TAB. XVI.

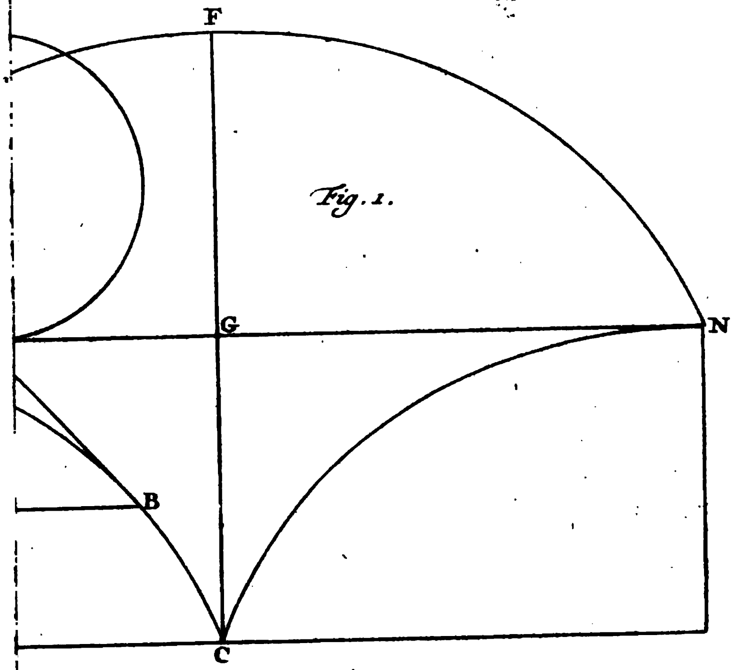
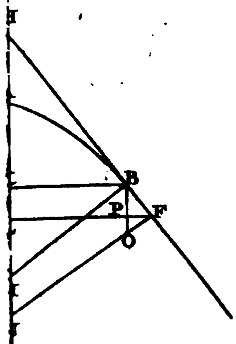


Fig. 1.



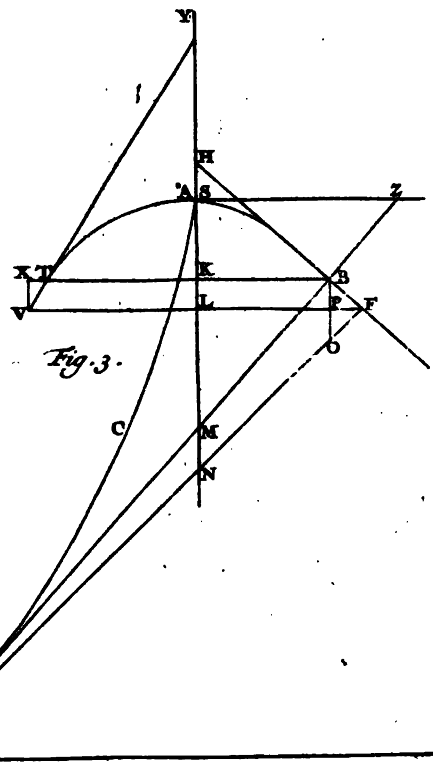


Fig. 3.

Digitized by Google

rum curvarum, hoc eſt, ſicut punctum D modo inventum fuit.

De lineis curvarum evolutione.

Denique, quæcunque fuerit ex paraboloidum genere curva S A B, ſemper æque facile curvam aliam, cujus evolutione ipſa deſcribatur, quæque propterea rectæ adæquari poſſit, per puncta inveniri comperimus. Atque adeo conſtructionem univerſalem ſequenti tabella exhibemus, quæ quouſque libuerit extendi poterit.

$$\text{Si}\left\{\begin{array}{l} a\,x \infty y^2 \\ a^2x \infty y^3 \\ a\,x^2 \infty y^3 \\ a\,x^3 \infty y^4 \\ a^3x \infty y^4 \end{array}\right. \quad \text{Erit}\left\{\begin{array}{l} BM + 2\,BZ \\ \tfrac{1}{2}BM + \tfrac{3}{2}BZ \\ 2\,BM + 3\,BZ \\ 3\,BM + 4\,BZ \\ \tfrac{1}{3}BM + \tfrac{4}{3}BZ \end{array}\right\} \infty BD.$$

TAB. XVII. Fig. 2.

Sit S B parabola, vel paraboloidum aliqua, cujus vertex S; recta S K vel axis, vel axi perpendicularis, ad quam referuntur æquatione puncta paraboloidis; & ipſa quidem S K ſemper ad partem cavam ducta intelligitur; cui perpendicularis S Z. Ponendo jam S K ∞ x; B K ∞ y, quæ à puncto quovis curvæ perpendicularis eſt ipſi S K; & latere recto curvæ ∞ a; prior pars tabellæ, quæ ad ſiniſtram eſt, naturam ſingularum paraboloidum ſingulis æquationibus explicat. Quibus reſpondent in parte dextra quantitates lineæ B D, quæ ſi curvæ S B inſiſtat ad angulos rectos, exhibitura ſit punctum D in curva quæſita C D. Exempli gratia, ſi S B eſt parabola quæ ex coni ſectione fit, ei ſcimus convenire æquationem tabellæ primam, $a\,x \infty y^2$; cui reſpondet ab altera parte B M + 2 B Z ∞ B D. Unde longitudo lineæ B D cognoſcitur, adeoque inventio quotlibet punctorum curvæ C D. Quam quidem, hoc caſu, paraboloidem eſſe ſupra demonſtratum fuit, eam nempe, cujus æquatio tertia eſt hujus tabellæ.

Conſtruitur autem tabella hoc pacto, ut B M ſumatur multiplex ſecundum numerum qui eſt exponens poteſtatis x in æquatione; B Z vero, multiplex ſecundum exponentem poteſtatis y; ex his autem utriſque compoſitæ accipiatur pars denominata ab exponente poteſtatis a.

P 2 Præ-

Digitized by Google

DE LINEARUM CURVARUM EVOLUTIONE.

Præter haſce autem paraboloides lineas, alias item invenimus, à quibus, non abſimili conſtructione, deducuntur curvæ rectis comparabiles. Aſſimilantur autem hyperbolis, eo quod aſymptotos ſuas habent, ſed tantum angulum rectum conſtituentes. Et harum primam quidem ſtatuimus hyperbolam ipſam, quæ eſt è coni ſectione.

TAB. XVII. Fig. 3.

Reliquarum vero naturam ut explicemus; ſunto P S, S K, aſymptoti curvæ A B, rectum angulum comprehendentes, & à curvæ puncto quolibet B ducatur B K parallela P S, ſitque S K ∞ x; K B ∞ y. Si igitur hyperbola ſit A B, ſcimus rectangulum linearum S K, K B, hoc eſt, rectangulum $x y$ ſemper eidem quadrato æquale eſſe, quod vocetur $a a$.

Proxima vero hyperboloidum erit, in qua ſolidum ex quadrato lineæ S K, in altitudinem K B ductum, hoc eſt, ſolidum $x x y$, cubo certo æquabitur, qui vocetur a^3. Atque ita innumeræ aliæ hujus generis hyperboloides exiſtunt, quarum proprietatem ſequens tabella ſingulis æquationibus exhibet, ſimulque rationem conſtruendi curvam D C, cujus evolutione quæque generetur.

$$\text{Si}\left\{\begin{array}{l} x\,y \infty a^2 \\ x^2 y \infty a^3 \\ x\,y^2 \infty a^3 \\ x^3 y \infty a^4 \\ x\,y^3 \infty a^4 \end{array}\right. \quad \text{Erit}\left\{\begin{array}{l} \frac{1}{2}BM + \frac{1}{2}BZ \\ \frac{2}{3}BM + \frac{1}{3}BZ \\ \frac{1}{3}BM + \frac{2}{3}BZ \\ \frac{3}{4}BM + \frac{1}{4}BZ \\ \frac{1}{4}BM + \frac{3}{4}BZ \end{array}\right\} \infty BD.$$

Recta D B M Z curvam A B, ut antea quoque, ſecat ad angulos rectos, occurritque aſymptotis S K, S P, in M & Z. Si igitur exempli gratia hyperbola fuerit A B, cujus æquatio eſt $x y \infty a^2$, ſumetur B D ∞ $\frac{1}{2}$ B M + $\frac{1}{2}$ B Z, quemadmodum tabella præcipit. Eritque punctum D in curva D C quæſita, cujus alia quotlibet puncta ſic inveniri poterunt, & portio ejus quælibet rectæ lineæ adæquari. Et hæc quidem eadem illa eſt curva, cujus relationem ad axem hyperbolæ ſuperius æquatione expreſſimus. Conſtructio autem tabellæ hujus plane eadem eſt quæ ſuperioris.

Cæterum, quoniam tum ad harum curvarum, tum ad earum

rum quæ ex paraboloidibus naſcuntur conſtructionem, ducendæ ſint lineæ D B Z, quæ ad datum punctum B ſecent curvas A B, ſive ipſarum tangentes B H, ad angulos rectos; dicemus in univerſum quomodo hæ tangentes inveniantur. In æquatione itaque, quæ cujusque curvæ naturam explicat, quales æquationes duabus tabellis præcedentibus exponuntur, conſiderare oportet quæ ſint exponentes poteſtatum x & y, & facere ut, ſicut exponens poteſtatis x ad exponentem poteſtatis y, ita ſit S K ad K H. Juncta enim H B curvam in B continget. Velut in tertia hyperboloide, cujus æquatio eſt $x y^2 \propto a^3$: quia exponens poteſtatis x eſt 1, poteſtatis autem y exponens 2; oportet eſſe ut 1 ad 2 ita S K ad K H. Horum autem demonſtrationem noverunt analyticæ artis periti, qui jam pridem omnes has lineas contemplari cœperunt; & non ſolum paraboloidum iſtarum, ſed & ſpatiorum quorundam infinitorum, inter hyperboloides & aſymptotos interjectorum, plana ſolidaque dimenſi ſunt. Quod quidem & nos, facili atque univerſali methodo, expedire poſſemus, ex ſola tangentium proprietate ſumpta demonſtratione. Sed illa non ſunt hujus loci.

DE LINEARUM CURVARUM EVOLUTIONE.

HOROLOGII OSCILLATORII

PARS QUARTA.

De centro Oſcillationis.

Centrorum Oſcillationis, ſeu Agitationis, inveſtigationem olim mihi, fere adhuc puero, aliiſque multis, doctiſſimus Merſennus propoſuit, celebre admodum inter illius temporis Geometras problema, prout ex litteris ejus ad me datis colligo, nec non ex Carteſii haud pridem editis, quibus ad Merſennianas ſuper his rebus reſponſum continetur. Poſtulabat autem centra illa ut invenirem in circuli ſectori-

Digitized by Google

DE CENTRO OSCILLATIONIS.

bus, tam ab angulo quam à medio arcu ſuſpenſis, atque in latus agitatis, item in circuli ſegmentis, & in triangulis, nunc ex vertice, nunc ex media baſi pendentibus. Quod eo redit, ut pendulum ſimplex, hoc eſt, pondus filo appenſum reperiatur ea longitudine, ut oſcillationes faciat temporum eorundem ac figuræ iſtæ, uti dictum eſt, ſuſpenſæ. Simul vero pretium operæ, ſi forte quæſitis ſatisfeciſſem, magnum ſane & invidioſum pollicebatur. Sed a nemine id quod deſiderabat tunc obtinuit. Nam me quod attinet, cùm nihil reperirem quo vel primus aditus ad contemplationem eam pateſceret; velut à limine repulſus, longiori inveſtigatione tunc quidem abſtinui. Qui vero rem ſeſe confeciſſe ſperabant viri inſignes, Carteſius, Honoratus Fabrius, aliique, nequaquam ſcopum attigerunt, niſi in paucis quibuſdam facilioribus, ſed quorum tamen demonſtrationem nullam idoneam, ut mihi videtur, attulerunt. Idque comparatione eorum quæ hic trademus manifeſtum fore ſpero, ſi quis forte quæ ab illis tradita ſunt, cum noſtris hiſce contulerit; quæ quidem & certioribus principiis demonſtrata arbitror, & experimentis prorſus convenientia reperi. Occaſio vero ad hæc denuo tentanda, ex pendulorum automati noſtri temperandorum ratione oblata eſt, dum pondus mobile, præter id quod in imo eſt, illis applico, ut in deſcriptione horologii fuit explicatum. Hinc melioribus auſpiciis atque à prima origine rem exorſus, tandem difficultates omnes ſuperavi, nec tantum problematum Merſennianorum ſolutionem, ſed alia quoque illis difficiliora reperi, & viam denique, qua in lineis, ſuperficiebus, ſolidiſque corporibus certa ratione centrum illud inveſtigare liceret. Unde quidem, præter voluptatem inveniendi quæ multum ab aliis quæſita fuerant, cognoſcendique in his rebus naturæ leges decretaque, utilitatem quoque eam cepi, cujus gratia primo animum ad hæc applicueram, reperta illa horologii temperandi ratione facili & expedita. Acceſſit autem hoc quoque, quod pluris faciendum arbitror, ut certæ, ſæculiſque omnibus duraturæ, menſuræ definitionem abſolutiſſimam per hæc tradere poſſem; qualis eſt ea quæ ad finem horum adjecta reperietur.

DE-

Digitized by Google

DEFINITIONES.

De centro oſcillationis.

I.

Pendulum dicatur figura quælibet gravitate prædita, ſive linea fuerit, ſive ſuperficies, ſive ſolidum, ita ſuſpenſa ut circa punctum aliquod, vel axem potius, qui plano horizontis parallelus intelligitur, motum reciprocum vi gravitatis ſuæ continuare poſſit.

II.

Axis ille horizontis plano parallelus, circa quem penduli motus fieri intelligitur, dicatur axis Oſcillationis.

III.

Pendulum ſimplex dicatur quod filo vel linea inflexili, gravitatis experte, conſtare intelligitur, ima ſui parte pondus affixum gerente; cujus ponderis gravitas, velut in unum punctum collecta, cenſenda eſt.

IV.

Pendulum verò compoſitum, quod pluribus ponderibus conſtat, immutabiles diſtantias ſervantibus, tum inter ſe, tum ab axe Oſcillationis. Hinc figura quælibet ſuſpenſa, ac gravitate prædita, pendulum compoſitum dici poteſt, quatenus cogitatu in partes quotlibet eſt diviſibilis.

V.

Pendula iſochrona vocentur, quorum Oſcillationes,

Digitized by Google

DE CENTRO OSCILLATIONIS.

nes, per arcus ſimiles, æqualibus temporibus peraguntur.

V I.

Planum Oſcillationis dicatur illud, quod per centrum gravitatis figuræ ſuſpenſæ duci intelligitur, ad axem oſcillationis rectum.

V I I.

Linea centri, recta quæ per centrum gravitatis figuræ ducitur, ad axem oſcillationis perpendicularis.

V I I I.

Linea perpendiculi, recta in plano oſcillationis, ducta ab axe oſcillationis, ad horizontis planum perpendicularis.

I X.

Centrum oſcillationis vel agitationis figuræ cujuslibet, dicatur punctum in linea centri, tantum ab axe oſcillationis diſtans, quanta eſt longitudo penduli ſimplicis quod figuræ iſochronum ſit.

X.

Axis gravitatis, linea quævis recta, per centrum gravitatis figuræ tranſiens.

X I.

Figura plana, vel linea in plano ſita, in planum agitari dicatur, cum axis oſcillationis in eodem cum figura lineave eſt plano.

XII.

Digitized by Google

De centro oſcillationis.

XII.

Eædem vero in latus agitari dicantur, cum axis oſcillationis ad figuræ lineæve planum rectus eſt.

XIII.

Quando pondera in rectas lineas duci dicentur, id ita eſt intelligendum, ac ſi numeri lineæve, quantitates ponderum rationemque inter ſe mutuam exprimentes, ita ducantur.

HYPOTHESES.

I.

SI pondera quotlibet, vi gravitatis ſuæ, moveri incipiant; non poſſe centrum gravitatis ex ipſis compoſitæ altius, quam ubi incipiente motu reperiebatur, aſcendere.

Altitudo autem in his ſecundum diſtantiam à plano horizontali conſideratur, graviaque ponuntur ad hoc planum, ſecundum rectas ipſi perpendiculares, deſcendere conari. Quod idem ab omnibus, qui de centro gravitatis egerunt, vel ponitur expreſſe, vel à legentibus ſupplendum eſt, cum abſque eo centri gravitatis conſideratio locum non habeat.

Ipſa vero hypotheſis noſtra quominus ſcrupulum moveat, nihil aliud ſibi velle eam oſtendemus, quam quod nemo unquam negavit, gravia nempe ſurſum non ferri. Nam primo, ſi unum quodpiam corpus grave proponamus, illud vi gravitatis ſuæ altius aſcendere non poſſe extra dubium eſt. aſcendere autem tunc intelligitur ſcilicet, cum ejus centrum gravitatis aſcendit. Sed & idem de quotlibet ponderibus, inter ſe per lineas inflexiles conjunctis, concedi neceſſe eſt, quoniam nihil vetat ipſa tanquam unum aliquod conſiderari.

Digitized by Google

DE CENTRO OSCILLATIONIS.

Itaque neque horum commune gravitatis centrum ultro aſcendere poterit.

Quod ſi jam pondera quotlibet non inter ſe connexa ponantur, illorum quoque aliquod commune centrum gravitatis eſſe ſcimus. Cujus quidem centri quanta erit altitudo, tantam ajo & gravitatis ex omnibus compoſitæ altitudinem cenſeri debere; ſiquidem omnia ad eandem illam centri gravitatis altitudinem deduci poſſunt, nullâ aliâ accerſitâ potentiâ quam quæ ipſis ponderibus ineſt, ſed tantum lineis inflexilibus ea pro lubitu conjungendo, ac circa gravitatis centrum movendo; ad quod nulla vi neque potentia determinata opus eſt. Quare, ſicut fieri non poteſt ut pondera quædam, in plano eodem horizontali poſita, ſupra illud planum, vi gravitatis ſuæ, omnia æqualiter attollantur; ita nec quorumlibet ponderum, quomodocunque diſpoſitorum, centrum gravitatis ad majorem quam habet altitudinem pervenire poterit. Quod autem diximus pondera quælibet, nulla adhibita vi, ad planum horizontale, per centrum commune gravitatis eorum tranſiens, perduci poſſe, ſic oſtendetur.

TAB. XVII. Fig. 4.

Sint pondera A, B, C, poſitione data, quorum commune gravitatis centrum ſit D. per quod planum horizontale ductum ponatur, cujus ſectio recta E F. Sint jam lineæ inflexiles D A, D B, D C, quæ pondera ſibi invariabiliter connectant; quæ porro moveantur, donec A ſit in plano E F ad E. Virgis vero omnibus per æquales angulos delatis, erunt jam B in G, & C in H.

Rurſus jam B & C connecti intelligantur virgâ H G, quæ ſecet planum E F in F; ubi neceſſario quoque erit centrum gravitatis binorum iſtorum ponderum connexorum, cum trium, in E, G, H, poſitorum, centrum gravitatis ſit D, & ejus quod eſt in E, centrum gravitatis ſit quoque in plano E D F. Moventur igitur rurſus pondera H, G, ſuper puncto F, velut axe, abſque vi ulla, ac ſimul utraque ad planum E F adducuntur, adeo ut jam tria, quæ prius erant in A, B, C, ad ipſam ſui centri gravitatis D altitudinem,

ſuo

Digitized by Google

Fig. 1.

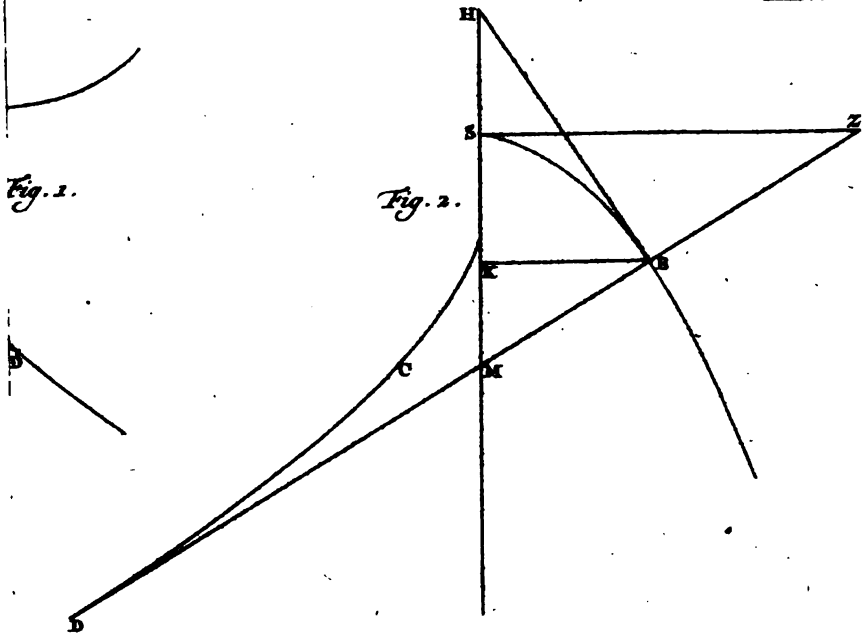
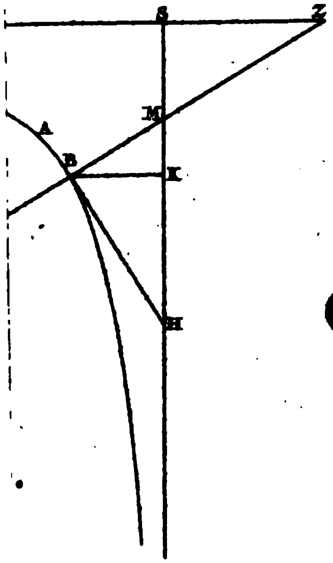


Fig. 2.



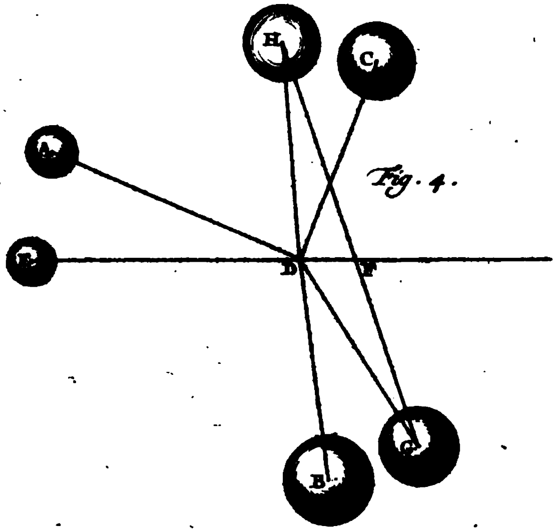


Fig. 4.

Digitized by Google

ſuo ipſorum æquilibrio, translata appareat. quod erat oſtendendum. Eademque de quotcunque aliis eſt demonſtratio. De centro oscillationis.

Hæc autem hypotheſis noſtra ad liquida etiam corpora valet, ac per eam non ſolum omnia illa, quæ de innatantibus habet Archimedes, demonſtrari poſſunt, ſed & alia pleraque Mechanicæ theoremata. Et ſanè, ſi hac eadem uti ſcirent novorum operum machinatores, qui motum perpetuum irrito conatu moliuntur, facile ſuos ipſi errores deprehenderent, intelligerentque rem eam mechanica ratione haudquaquam poſſibilem eſſe.

II.

Remoto aëris, alioque omni impedimento manifeſto, quemadmodum in ſequentibus demonſtrationibus id intelligi volumus, centrum gravitatis penduli agitati, æquales arcus deſcendendo ac aſcendendo percurrere.

De pendulo ſimplici hoc demonſtratum eſt propoſitione 9 de Deſcenſu gravium. Idem vero & de compoſito tenendum eſſe declarat experientia; ſiquidem, quæcunque fuerit penduli figura, æque apta continuando motui reperitur, niſi in quantum plus minuſve aëris objectu impeditur.

PROPOSITIO I.

Ponderibus quotlibet ad eandem partem plani exiſtentibus, ſi à ſingulorum centris gravitatis agantur in planum illud perpendiculares; hæ ſingulæ in ſua pondera ductæ, tantundem ſimul efficient, ac perpendicularis, à centro gravitatis ponderum omnium in planum idem cadens, ducta in pondera omnia.

Sint pondera A, B, C, ſita ad eandem partem plani, TAB. XVIII. Fig. 1.

Digitized by Google

DE CENTRO OSCILLATIONIS.

cujus ſectio recta D F, inque ipſum à ſingulis ponderibus ducantur perpendiculares A D, B E, C F. Sit autem G punctum centrum gravitatis ponderum omnium A, B, C, à quo ducatur perpendicularis in idem planum G H. Dico ſummam productorum, quæ fiunt à ſingulis ponderibus in ſuas perpendiculares, æquari producto ab recta G H in omnia pondera A, B, C.

Intelligantur enim perpendiculares, à ſingulis ponderibus eductæ, continuari in alteram partem plani D F, ſintque ſingulæ D K, E L, F M, ipſi H G æquales; omneſque lineæ, inflexiles virgas referant, ad horizontem parallelas; & ponantur in K, L, M, gravitates ejuſmodi, quæ ſingulæ cum ſibi oppoſitis A, B, C, æquilibrium faciant ad interſectionem plani D E F. Omnes igitur K, L, M, æquiponderabunt omnibus A, B, C. Erit autem, ſicut longitudo A D ad D K, ita pondus K ad pondus A, ac proinde D A ducta in magnitudinem A, æquabitur D K, ſive G H, ductæ in K. Similiter E B in B æquabitur E L, ſive G H, in L; & F C in C æquabitur F M, ſive G H, in M. Ergo ſumma productorum ex A D in A, B E in B, C F in F, æquabitur ſummæ productorum ex G H in omnes K, L, M. Quum autem K, L, M, æquiponderent ipſis A, B, C, etiam iiſdem A, B, C, ex centro ipſorum gravitatis G ſuſpenſis, æquiponderabunt. Unde, cum diſtantia G H æqualis ſit ſingulis D K, E L, F M, neceſſe eſt magnitudines A, B, C, ſimul ſumptas, æquari ipſis K, L, M. Itaque & ſumma productorum ex G H in omnes A, B, C, æquabitur productis ex D A in A, E B in B, & F C in C. quod erat demonſtrandum.

Etſi vero in demonſtratione poſitæ fuerint rectæ A K, B L, C M, horizonti parallelæ, & planum ad horizontem erectum; patet, ſi omnia ſimul in alium quemlibet ſitum tranſponantur, eandem manere productorum æqualitatem, cum rectæ omnes ſint eædem quæ prius. Quare conſtat propoſitum.

PRO-

Digitized by Google

PROPOSITIO II.

De centro oscillationis. TAB. XVIII. Fig. 1.

Poſitis quæ prius, ſi pondera omnia A, B, C, ſint æqualia; dico ſummam omnium perpendicularium A D, B E, C F, æquari perpendiculari, à centro gravitatis ductæ, G H, multiplici ſecundum ponderum numerum.

Quum enim ſumma productorum, à ponderibus ſingulis in ſuas perpendiculares, æquetur producto ex G H in pondera omnia; ſitque hic, propter ponderum æqualitatem, ſumma illa productorum æqualis producto ex uno pondere in ſummam omnium perpendicularium; itemque productum ex G H in pondera omnia, idem quod productum ex pondere uno in G H, multiplicem ſecundum ponderum numerum: patet ſummam perpendicularium neceſſario jam æquari ipſi G H, multiplici ſecundum ponderum numerum. quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO III.

Si magnitudines quædam deſcendant omnes, vel aſcendant, licet inæqualibus intervallis; altitudines deſcenſus vel aſcenſus cujusque, in ipſam magnitudinem ductæ, efficient ſummam productorum æqualem ei, quæ fit ex altitudine deſcenſus vel aſcenſus centri gravitatis omnium magnitudinum, ducta in omnes magnitudines.

Sunto magnitudines A, B, C, quæ ex A, B, C, deſcendant in D, E, F; vel ex D, E, F, aſcendant in A, B, C. Sitque earum centrum gravitatis omnium, dum ſunt in A, B, C, eadem altitudine cum puncto G; cum vero ſunt in D, E, F, eadem altitudine cum puncto H. Dico ſummam productorum ex altitudine A D in A, B E in B, C F in C, æquari producto ex G H in omnes A, B, C. TAB. XVIII. Fig. 2.

Digitized by Google

DE CENTRO OSCILLATIONIS.

Intelligatur enim planum horizontale cujus ſectio recta M P, atque in ipſum incidant productæ A D, B E, C F & G H, in M, N, O, P.

Quia igitur ſumma productorum ex A M in A, B N in B, C O in C, æqualis eſt facto ex G P in omnes A, B, C *. Similiterque ſumma productorum ex D M in A, E N in B, F O in C, æqualis facto ex H P in omnes A, B, C; ſequitur & exceſſum priorum productorum ſupra poſteriora, æquari facto ex G H in omnes magnitudines A, B, C. Dictum vero exceſſum æquari manifeſtum eſt productis ex A D in A, B E in B, C F in C. Ergo hæc ſimul etiam æqualia erunt producto ex G H in omnes A, B, C. quod erat demonſtrandum.

* Prop. 1. huj.

PROPOSITIO IV.

SI pendulum è pluribus ponderibus compoſitum, atque è quiete dimiſſum, partem quamcunque oſcillationis integræ confecerit, atque inde porro intelligantur pondera ejus ſingula, relicto communi vinculo, celeritates acquiſitas ſurſum convertere, ac quouſque poſſunt aſcendere; hoc facto, centrum gravitatis ex omnibus compoſitæ, ad eandem altitudinem reverſum erit, quam ante inceptam oſcillationem obtinebat.

TAB. XVIII. Fig. 3. 4.

Sit pendulum compoſitum ex ponderibus quotlibet A, B, C, virgæ, vel ſuperficiei pondere carenti, inhærentibus. Sitque ſuſpenſum ab axe per D punctum ducto, qui ad planum, quod hic conſpicitur, perpendicularis intelligatur. In quo eodem plano etiam centrum gravitatis E, ponderum A, B, C, poſitum ſit; lineaque centri D E, inclinetur ad lineam perpendiculi D F, angulo E D F: attracto, nimirum, eo uſque pendulo. Hinc vero dimitti jam ponatur, ac partem quamlibet oſcillationis conficere, ita ut pondera A, B, C, perveniant in G, H, K. Unde, relicto

ſto deinceps communi vinculo, ſingula intelligantur acquiſitas celeritates ſurſum convertere, (quod impingendo in plana quædam inclinata, fieri poterit,) & quouſque poſſunt aſcendere, nempe in L, M, N. Quo ubi pervenerint, ſit centrum gravitatis omnium punctum P. Dico hoc pari altitudine eſſe cum puncto E. De centro oscillationis.

Nam primum quidem, conſtat P non altius eſſe quam E, ex prima ſumptarum hypotheſium. Sed nec humilius fore ſic oſtendemus. Sit enim, ſi poteſt, P humilius quam E, & intelligantur pondera ex iiſdem, ad quas aſcenderunt, altitudinibus recidere, quæ ſunt L G, M H, N K. Unde quidem eaſdem celeritates ipſis acquiri conſtat, quas habebant ad aſcendendum ad iſtas altitudines *, hoc eſt, eas ipſas quas acquiſierant motu penduli ex C B A D in K H G D. Quare, ſi cum dictis celeritatibus ad virgam ſuperficiemve, cui innexa fuere, nunc referantur, eique ſimul adhæreſcant, motumque ſecundum inceptos arcus continuent; quod fiet, ſi priuſquam virgam attingant, à planis inclinatis Q Q repercuſſa intelligantur; abſolvet, hoc modo reſtitutum pendulum, oſcillationis partem reliquam, æquè ac ſi abſque ulla interruptione motum continuaſſet. Ita ut centrum gravitatis penduli, E, arcus æquales E F, F R, deſcendendo ac aſcendendo percurrat, ac proinde in R eadem ac in E altitudine reperiatur. Ponebatur autem E eſſe altius quam P centrum gravitatis ponderum in L, M, N, poſitorum. Ergo & R altius erit quam P: adeoque ponderum ex L, M, N; delapſorum centrum gravitatis, altius, quam unde deſcenderat, aſcendiſſet. quod eſt abſurdum *. Non igitur centrum gravitatis P humilius eſt quam E. Sed nec altius erat. Ergo æque altum ſit neceſſe eſt. quod erat demonſtrandum.

* Propoſ. 4. part. 2.

* Hypoth. 1. huj.

PROPOSITIO V.

Dato pendulo ex ponderibus quotlibet compoſito, ſi ſingula ducantur in quadrata diſtantiarum ſua-

Digitized by Google

DE CENTRO OSCILLATIONIS.

ſuarum ab axe oſcillationis, & ſumma productorum dividatur per id quod fit ducendo ponderum ſummam, in diſtantiam centri gravitatis communis omnium ab eodem axe oſcillationis; orietur longitudo penduli ſimplicis compoſito iſochroni, ſive diſtantia inter axem & centrum oſcillationis ipſius penduli compoſiti.

TAB. XIX. Fig. 1. 2.

Sint pondera pendulum componentia, (quorum nec figura nec magnitudo, ſed gravitas tantum conſideretur), A, B, C, ſuſpenſa ab axe, qui per punctum D, ad planum quod conſpicitur, rectus intelligitur. In quo plano ſit quoque eorum centrum commune gravitatis E; nam pondera in diverſis eſſe nihil refert. Diſtantia puncti E ab axe, nempe recta E D, vocetur d. Item ponderis A diſtantia A D, ſit e; B D, f; C D, g. Ducendo itaque ſingula pondera in quadrata ſuarum diſtantiarum, erit productorum ſumma $aee + bff + cgg$. Et rurſus, ducendo ſummam ponderum in diſtantiam centri gravitatis omnium, productum æquale erit $ad + bd + cd$*. Unde, productum prius per hoc dividendo, habebitur $\frac{aee+bff+cgg}{ad+bd+cd}$. Cui longitudini ſi æqualis ſtatuatur longitudo penduli ſimplicis F G, quæ etiam x vocabitur; dico hoc illi compoſito iſochronum eſſe.

* Prop. 1. huj.

Ponantur enim tum pendulum F G, tum linea centri D E, æqualibus angulis à linea perpendiculi remota, illud ab F H, hæc ab D K, atque inde dimiſſa librari, & in recta D E ſumatur D L æqualis F G. Itaque pondus G penduli F G, integra oſcillatione arcum G M percurret, quem linea perpendiculi F H medium ſecabit. punctum vero L arcum illi ſimilem & æqualem L N, quem medium dividet D K. Itemque centrum gravitatis E, percurret ſimilem arcum E I. Quod ſi in arcubus G M, N L, ſumptis punctis quibuslibet, ſimiliter ipſos dividentibus, ut O & P, eadem celeritas eſſe oſtendatur ponderis G in O, & puncti L in P; conſtabit inde æqualibus temporibus utros-

que

Digitized by Google

TAB. XVIII.

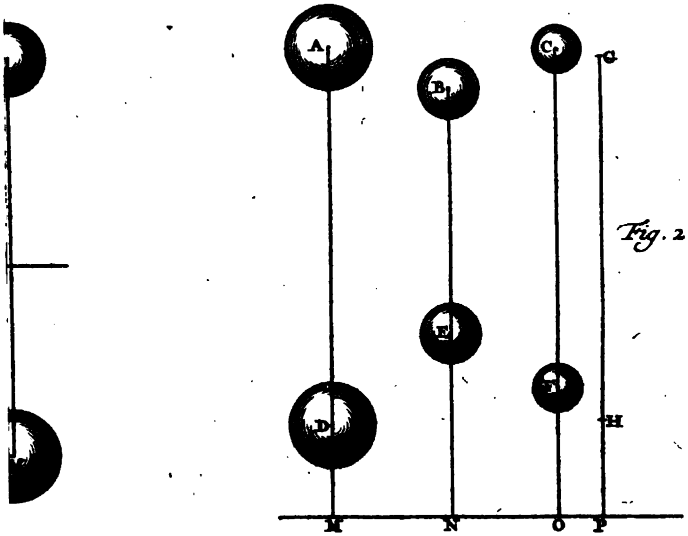


Fig. 2.

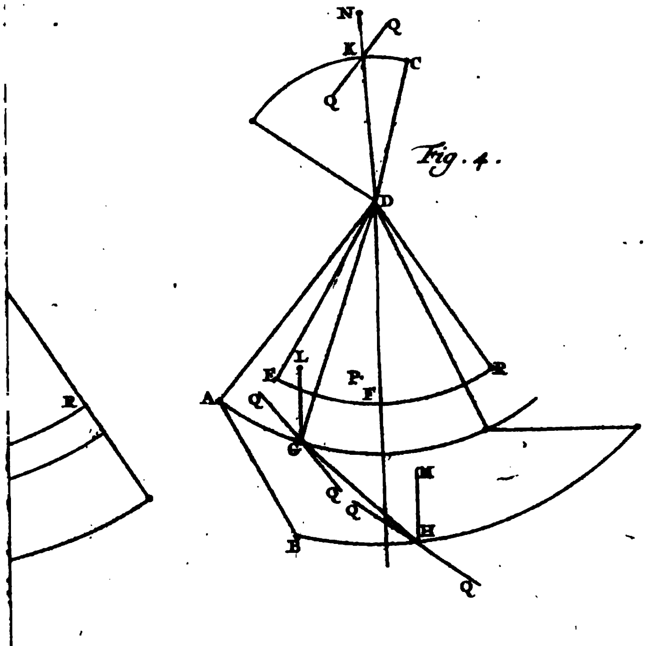


Fig. 4.

Digitized by Google

Digitized by Google

quæ arcus percurri, ac proinde pendulum F G, pendulo compoſito ex A, B, C, iſochronum eſſe. Oſtendetur autem hoc modo.

Sit primo, ſi poteſt, major celeritas puncti L, ubi in P pervenit, quam ponderis G in O. Conſtat autem, dum punctum L percurrit arcum L P, ſimul centrum gravitatis E percurrere arcum ſimilem E Q. Ducantur à punctis Q, P, O, perpendiculares ſurſum, quæ occurrant ſubtenſis arcuum E I, L N, G M, in R, S, Y. & S P vocetur y. Unde, cum ſit ut L D, x, ad E D, d, ita S P, y, ad R Q; erit R Q æqualis $\frac{dy}{x}$. Jam quia pondus G eam celeritatem habet in O, qua valet ad eandem unde deſcendit altitudinem aſcendere, nempe per arcum O M, vel perpendicularem O Y ipſi P S æqualem; punctum igitur L, ubi in P pervenerit, majorem ibi celeritatem habebit, quam qua aſcenditur ad altitudinem P S. Dum vero L tranſit in P, ſimul pondera A, B, C, ſimiles arcus percurrunt ipſi L P, nimirum A T, B V, C X. Eſtque puncti L celeritas in P, ad celeritatem ponderis A in T, quum vinculo eodem contineantur, ſicut diſtantia D L ad D A. Sed ut quadratum celeritatis puncti L, quam habet in P, ad quadratum celeritatis puncti A in T, ita eſt altitudo ad quam illa celeritate aſcendi poteſt, ad altitudinem quò hac celeritate aſcendi poteſt *. Ergo etiam, ut quadratum diſtantiæ D L, quod eſt xx, ad quadratum diſtantiæ D A, quod eſt ee, ita eſt altitudo quo aſcenditur celeritate puncti L, quum eſt in P, (quæ altitudo major dicta eſt quam P S ſive y,) ad altitudinem quo aſcenditur celeritate ponderis A in T; ſi nempe poſtquam in T pervenit, relicto pendulo, ſeorſim motum ſuum ſurſum converteret. Quæ proinde altitudo major erit quam $\frac{eey}{xx}$.

* Prop. 3. & 4. part. 2.

Eadem ratione, erit altitudo ad quam aſcenderet pondus B, celeritate acquiſita per arcum B V, major quam $\frac{ffy}{xx}$. Et altitudo ad quam aſcenderet pondus C, celeritate acquiſita per arcum C X, major quam $\frac{ggy}{xx}$. Unde, ductis ſingulis alti-

titudinibus iſtis in ſua pondera, erit ſumma productorum major quam $\frac{aeey+bffy+cggy}{xx}$. quæ proinde major quoque probatur quam $\frac{ady+bdy+cdy}{x}$. Nam quia poſita eſt longitudo x æqualis $\frac{aee+bff+gg}{ad+bd+cd}$; erit $adx+bdx+cdx$ æquale $aee+bff+cgg$. Et ductis omnibus in y, & dividendo per xx, erit $\frac{ady+bdy+cdy}{x}$ æquale $\frac{aeey+bffy+cggy}{xx}$. Unde quod dictum eſt conſequitur. Eſt autem ſumma iſta productorum æqualis ei, quod fit ducendo altitudinem, ad quam aſcendit centrum gravitatis commune ponderum A, B, C, in ſummam ipſorum ponderum, $a+b+c$; ſi nempe ſingula, uti dictum, ſeorſim quouſque poſſunt moveantur. Quantitas vero $\frac{ady+bdy+cdy}{x}$ producitur ex deſcenſu centri gravitatis eorundem ponderum, (qui deſcenſus eſt RQ, ſive $\frac{dy}{x}$, ut ſupra inventum fuit,) in eandem quoque ponderum ſummam $a+b+c$. Ergo quum prius productum altero hoc majus oſtenſum fuerit, ſequitur aſcenſum centri gravitatis ponderum A, B, C, ſi, relicto pendulo ubi pervenere in T, V, X, ſingula celeritates acquiſitas ſurſum convertant, majorem fore ejusdem centri gravitatis deſcenſu, dum ex A, B, C, moventur in T, V, X. quod eſt abſurdum, cum dictus aſcenſus deſcenſui æqualis eſſe debeat, per antecedentem.

Eodem modo, ſi dicatur celeritatem puncti L, ubi pervenerit in P, minorem eſſe celeritate ponderis G quum in O pervenerit; oſtendemus aſcenſum poſſibilem centri gravitatis ponderum A, B, C, minorem eſſe quam deſcenſum, quod eidem propoſitioni antecedenti repugnat. Quare relinquitur ut eadem ſit celeritas puncti L, ad P tranſlati, quæ ponderis G in O. Unde, ut ſuperius dictum, ſequitur pendulum ſimplex F G compoſito ex A, B, C, iſochronum eſſe.

PROPOSITIO VI.

Dato pendulo ex quotcunque ponderibus æqualibus compoſito; ſi ſumma quadratorum facto-

rum

Digitized by Google

rum à diſtantiis, quibus unumquodque pondus abeſt ab axe oſcillationis, applicetur ad diſtantiam centri gravitatis communis ab eodem oſcillationis axe, multiplicem ſecundum ipſorum ponderum numerum, orietur longitudo penduli ſimplicis compoſito iſochroni. DE CENTRO OSCILLATIONIS.

Sint poſita eadem quæ prius, ſed pondera omnia inter ſe æqualia intelligantur, & ſingula dicantur a. Rurſus vero nulla eorum magnitudo conſideretur, ſed pro minimis habeantur, quantum ad extenſionem.

Itaque penduli ſimplicis iſochroni longitudo, per propoſitionem antecedentem, erit $\frac{aee + aff + agg}{ad + ad + ad}$. Vel, quia quantitas diviſa ac dividens utraque per a dividitur, fiet nunc eadem longitudo, $\frac{ee + ff + gg}{3d}$. Quo ſignificatur ſumma quadratorum à diſtantiis ponderum ab axe oſcillationis, applicata ad diſtantiam centri gravitatis omnium ab eodem oſcillationis axe, multiplicem ſecundum numerum ipſorum ponderum, qui hic eſt 3. facile enim perſpicitur numerum hunc, in quem ducitur diſtantia d, reſpondere neceſſario ipſi ponderum numero. Quare conſtat propoſitum.

Quod ſi pondera æqualia in unam lineam rectam conjuncta ſint, atque ex termino ejus ſuperiore ſuſpenſa; conſtat diſtantiam centri gravitatis, ex omnibus compoſitæ, ab axe oſcillationis, multiplicem ſecundum ponderum numerum, æquari ſummæ diſtantiarum omnium ponderum ab eodem oſcillationis axe*; ac proinde, hoc caſu, habebitur quoque longitudo penduli ſimplicis, compoſito iſochroni, ſi ſumma quadratorum à diſtantiis ponderum ſingulorum ab axe oſcillationis, dividatur per ſummam earundem omnium diſtantiarum.

* Prop. 2. huj.

Digitized by Google

DEFINITIO XIV.

SI fuerint in eodem plano, figura quædam, & linea recta quæ ipſam extrinſecus tangat; & per ambitum figuræ alia recta, plano ejus perpendicularis, circumferatur, ſuperficiemque quandam deſcribat, quæ deinde ſecetur plano per dictam tangentem ducto & ad dictæ figuræ planum inclinato; ſolidum comprehenſum à duobus planis iſtis, & parte ſuperficiei deſcriptæ, inter utrumque planum intercepta, vocetur Cuneus ſuper figura illa, tanquam baſi, abſciſſus.

TAB. XXI. Fig. 3. In ſchemate adjecto, eſt A B E C figura data; recta eam tangens M D; quæ vero per ambitum ejus circumfertur, E F; cuneus autem figura ſolida planis A B E C, M F G, & parte ſuperficiei, à recta E F deſcriptæ, comprehenſa.

DEFINITIO XV.

DIſtantia inter rectam, per quam cuneus abſciſſus eſt, & punctum baſeos, in quod perpendicularis cadit à cunei centro gravitatis, dicatur cunei Subcentrica.

TAB. XIX. Fig. 3. Nempe in figura eadem, ſi K ſit centrum gravitatis cunei, recta vero K I ad baſin ejus A B E C perpendicularis ducta ſit, & rurſus I M perpendicularis ad M D; erit I M, quam ſubcentricam dicimus.

PROPOSITIO VII.

CUneus ſuper plana figura qualibet abſciſſus, plano inclinato ad angulum ſemirectum, æqualis

Digitized by Google

lis eſt ſolido, quod fit ducendo figuram eandem, in altitudinem æqualem diſtantiæ centri gravitatis figuræ; ab recta per quam abſciſſus eſt cuneus. DE CENTRO OSCILLATIONIS.

Sit, ſuper figura plana A C B, cuneus A B D abſciſſus plano ad angulum ſemirectum inclinato, ac transeunte per E E, rectam tangentem figuram A C B, inque ejus plano ſitam. Centrum vero gravitatis figuræ ſit F, unde in rectam E E ducta ſit perpendicularis F A. Dico cuneum A C B æqualem eſſe ſolido, quod fit ducendo figuram A C B in altitudinem ipſi F A æqualem. TAB. XIX. Fig. 4.

Intelligatur enim figura A C B diviſa in particulas minimas æquales quarum una G. Itaque conſtat, ſi harum ſingulæ ducantur in diſtantiam ſuam ab recta E E, ſummam productorum fore æqualem ei quod fit ducendo rectam A F in particulas omnes *, hoc eſt, ei quod fit ducendo figuram ipſam A C B, in altitudinem æqualem A F. Atqui particulæ ſingulæ ut G, in diſtantias ſuas G H ductæ, æquales ſunt parallelepipedis, vel priſmatibus minimis, ſuper ipſas erectis, atque ad ſuperficiem obliquam A D terminatis, quale eſt G K; quia horum altitudines ipſis diſtantiis G H æquantur, propter angulum ſemirectum inclinationis planorum A D & A C B. Patetque ex his parallelepipedis totum cuneum A B D componi. Ergo & cuneus ipſe æquabitur ſolido ſuper baſi A C B, altitudinem habenti rectæ F A æqualem. quod erat demonſtrandum.

* Prop. 1. huj.

PROPOSITIO VIII.

SI figuram planam linea recta tangat, diviſaque intelligatur figura in particulas minimas æquales, atque à ſingulis ad rectam illam perpendiculares ductæ: erunt omnium harum quadrata, ſimul ſumpta, æqualia rectangulo cuidam, multiplici ſecundum ipſarum particularum numerum; quod nem-

DE CENTRO OSCILLATIONIS.

nempe rectangulum ſit à diſtantia centri gravitatis figuræ ab eadem recta, & à ſubcentrica cunei, qui per illam ſuper figura abſcinditur.

TAB. XIX. Fig. 4.

Poſitis enim cæteris omnibus quæ in conſtructione præcedenti, ſit L A cunei A B D ſubcentrica in rectam E E. Oportet igitur oſtendere, ſummam quadratorum omnium à diſtantiis particularum figuræ A C B æquari rectangulo ab F A, L A, multiplici ſecundum particularum numerum.

Et conſtat quidem ex demonſtratione præcedenti, altitudines parallelepipedorum ſingulorum, ut G K, æquales eſſe diſtantiis particularum, quæ ipſorum baſes ſunt, ut G, ab recta A E. Quare, ſi jam parallelepipedum G K ducamus in diſtantiam G H, perinde eſt ac ſi particula G ducatur in quadratum diſtantiæ G H. Eodemque modo ſe res habet in reliquis omnibus. Atqui producta omnia parallelepipedorum in diſtantias ſuas ab recta A E, æquantur ſimul producto ex cuneo A B D in diſtantiam L A*, quia cuneus gravitat ſuper puncto L. Ergo etiam ſumma productorum à particulis ſingulis G, in quadrata ſuarum diſtantiarum ab recta A E, æquabitur producto ex cuneo A B D in rectam L A, hoc eſt, producto ex figura A C B in rectangulum ab F A, L A. Nam cuneus A B D, æqualis eſt producto ex figura A C B in rectam F A*. Rurſus quia figura A C B æqualis eſt producto ex particula una G, in numerum ipſarum particularum; ſequitur, dictum productum ex figura A C B in rectangulum ab F A, L A, æquari producto ex particula G in rectangulum ab F A, L A, multiplici ſecundum numerum particularum G. Cui proinde etiam æqualis erit dicta ſumma productorum, à particulis ſingulis G in quadrata ſuarum diſtantiarum ab recta A E, ſive à particula una G in ſummam omnium horum quadratorum. Quare, omiſſa utrinque multiplicatione in particulam G, neceſſe eſt ſummam eandem quadratorum æquari rectangulo ab F A, L A, multiplici ſecundum numerum particularum in quas figura A C B diviſa intelligitur. quod erat demonſtrandum.

* Prop. 1. huj.

* Prop. præced.

PRO-

Digitized by Google

PROPOSITIO IX.

De centro oscillationis.

Datâ figurâ planâ & in eodem plano lineâ rectâ, quæ vel ſecet figuram vel non, ad quam perpendiculares cadant à particulis ſingulis minimis & æqualibus, in quas figura diviſa intelligitur; invenire ſummam quadratorum ab omnibus iſtis perpendicularibus; ſive planum, cujus multiplex, ſecundum particularum numerum, dictæ quadratorum ſummæ æquale ſit.

Sit data figura plana A B C, & in eodem plano recta E D; diviſâque figurâ cogitatu in particulas minimas æquales, intelligantur ab unaquaque earum perpendiculares ductæ in rectam E D, ſicut à particula F ducta eſt F K. Oporteatque invenire ſummam quadratorum ab omnibus iſtis perpendicularibus. TAB. XIX. Fig. 5. 6.

Sit datæ E D parallela recta A L, quæ figuram tangat, ac tota extra eam poſita ſit. Poteſt autem figuram vel ab eadem parte ex qua eſt E D, vel à parte oppoſita contingere. Diſtantia vero centri gravitatis figuræ ab recta A L ſit recta G A, ſecans E D in E; & ſubcentrica cunei, ſuper figura abſciſſi plano per rectam A L, ſit H A. Dico ſummam quadratorum quæſitam æquari rectangulo A G H unà cum quadrato E G, multiplicibus ſecundum particularum numerum, in quas figura diviſa intelligitur.

Occurrat enim F K, ſi opus eſt producta, tangenti A L in L puncto. Itaque primum, eo caſu quo recta E D à figura diſtat, & tangens A L ad eandem figuræ partem ducta eſt, ſic propoſitum oſtendetur. Summa omnium quadratorum F K æquatur totidem quadratis K L, una cum bis totidem rectangulis K L F, & totidem inſuper quadratis L F. Sed quadrata K L æquantur totidem quadratis E A. Et rectangula K L F æqualia eſſe conſtat totidem rectangulis E A G,

Digitized by Google

E A G, quia omnes F L æquales totidem G A *. Et denique quadrata L F æquantur totidem rectangulis H A G*, hoc eſt, totidem quadratis A G cum totidem rectangulis A G H. Ergo quadrata omnia F K æqualia erunt totidem quadratis E A, cum totidem duplis rectangulis E A G, atque inſuper totidem quadratis A G cum totidem rectangulis A G H. Atqui tria iſta; nempe quadratum E A cum duplo rectangulo E A G & quadrato A G; faciunt quadratum E G. Ergo apparet quadrata omnia F K æquari totidem quadratis E G, una cum totidem rectangulis A G H. Quod erat oſtendendum.

* Prop. 2. huj.
* Prop. præced.

TAB. XX. Fig. 1. 2.

Porro in reliquis omnibus caſibus, quadrata omnia F K æquantur totidem quadratis K L, minus bis totidem rectangulis K L F, plus totidem quadratis L F; hoc eſt, totidem quadratis E A, minus totidem duplis rectangulis E A G, plus totidem quadratis A G, cum totidem rectangulis A G H. Atqui, omnibus hiſce caſibus, fit quadratum E A, plus quadrato A G, minus duplo rectangulo E A G, æquale quadrato E G. Ergo rurſus quadrata omnia F K æqualia erunt totidem quadratis E G, una cum totidem rectangulis A G H. Quare conſtat propoſitum.

Hinc ſequitur, rectangulum A G H eadem magnitudine eſſe, utriusvis cunei ſubcentrica fuerit A H; hoc eſt, ſive per hanc, ſive per illam tangentium parallelarum A L abſciſſi. Itaque A G unius caſus ad A G alterius, ut H G hujus ad H G illius. Sicut autem rectæ A G inter ſe, ita in utroque caſu cunei per A L abſciſſi, ut colligitur ex prop. 7. huj. Ergo ita quoque reciproce G H ad G H.

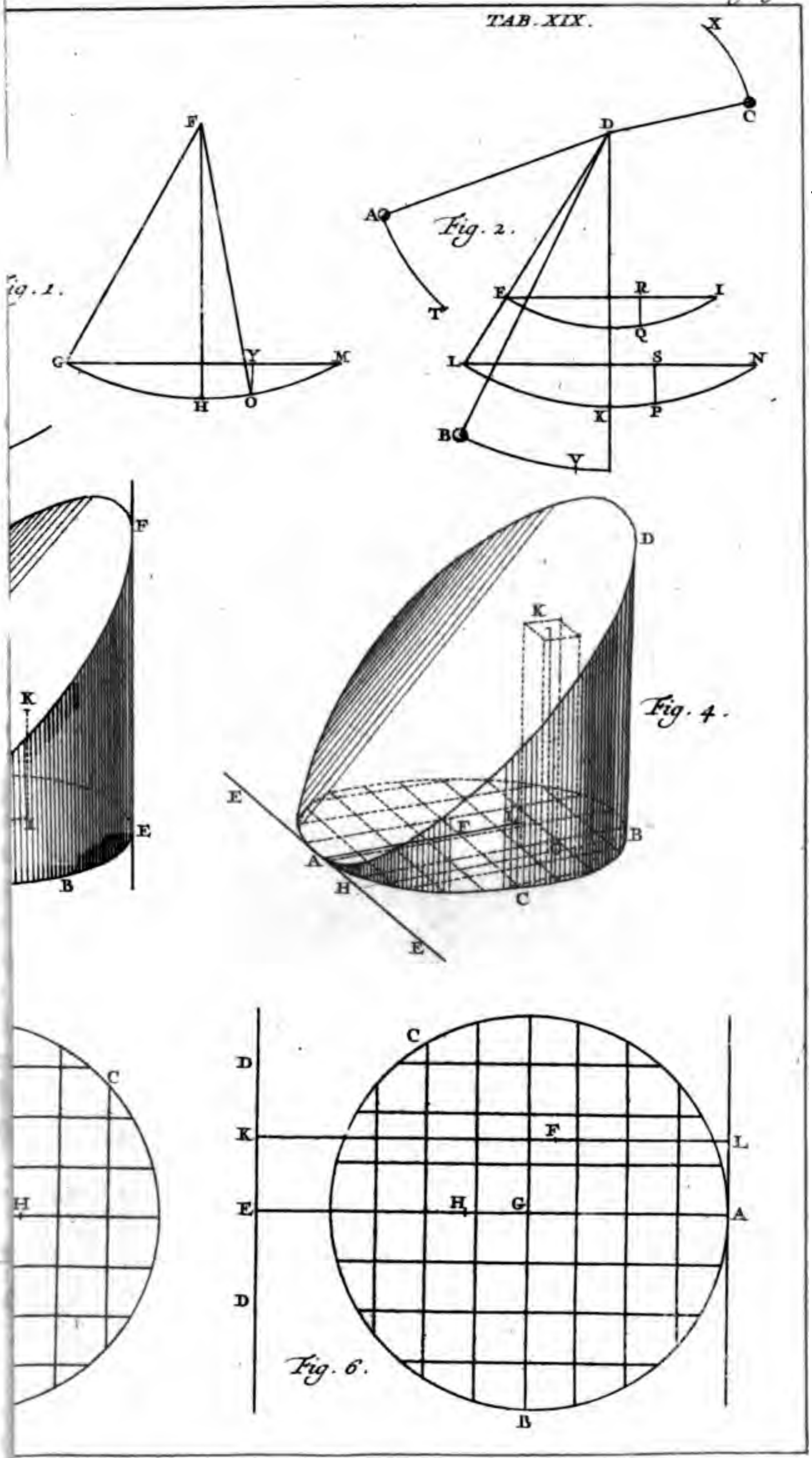
Apparet etiam, dato figuræ planæ centro gravitatis G, & ſubcentrica cunei, per alterutram tangentium parallelarum A L abſciſſi, dari quoque cunei, per tangentem alteram A L abſciſſi, ſubcentricam.

PROPOSITIO X.

TAB. XX. Fig. 3.

Poſitis quæ in propoſitione præcedenti; ſi data recta E D *tranſeat per* G, *centrum gravitatis*

TAB. XIX.



Digitized by Google

DE CENTRO OSCILLATIONIS. E A G, quia omnes F L æquales totidem G A *. Et denique quadrata L F æquantur totidem rectangulis H A G *, hoc eſt, totidem quadratis A G cum totidem rectangulis A G H. Ergo quadrata omnia F K æqualia erunt totidem quadratis E A, cum totidem duplis rectangulis E A G, atque inſuper totidem quadratis A G cum totidem rectangulis A G H. Atqui tria iſta; nempe quadratum E A cum duplo rectangulo E A G & quadrato A G; faciunt quadratum E G. Ergo apparet quadrata omnia F K æquari totidem quadratis E G, una cum totidem rectangulis A G H. Quod erat oſtendendum.

* Prop. 2. huj.

* Prop. præced.

TAB. XX. Fig. 1. 2. Porro in reliquis omnibus caſibus, quadrata omnia F K æquantur totidem quadratis K L, minus bis totidem rectangulis K L F, plus totidem quadratis L F; hoc eſt, totidem quadratis E A, minus totidem duplis rectangulis E A G, plus totidem quadratis A G, cum totidem rectangulis A G H. Atqui, omnibus hiſce caſibus, fit quadratum E A, plus quadrato A G, minus duplo rectangulo E A G, æquale quadrato E G. Ergo rurſus quadrata omnia F K æqualia erunt totidem quadratis E G, una cum totidem rectangulis A G H. Quare conſtat propoſitum.

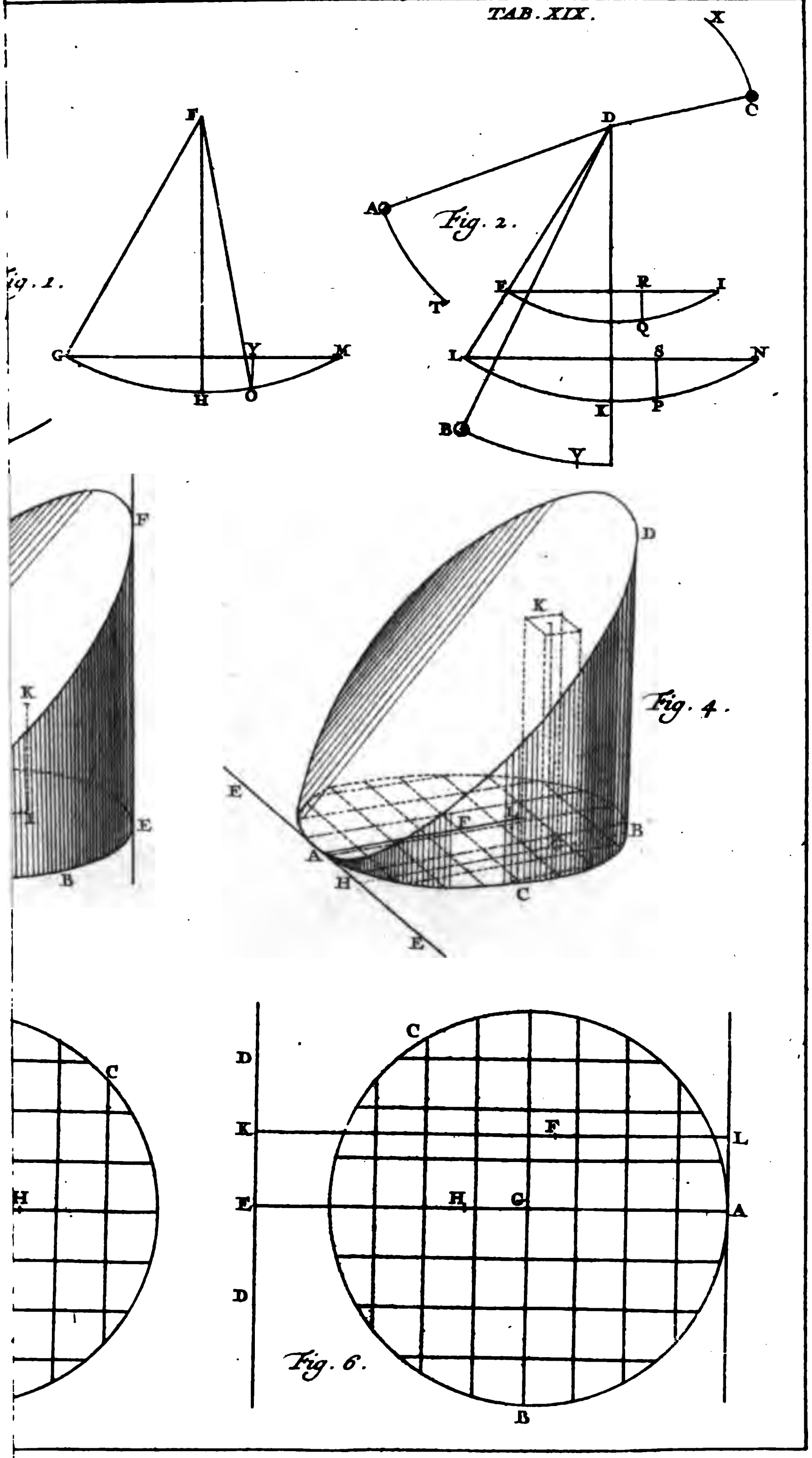
Hinc ſequitur, rectangulum A G H eadem magnitudine eſſe, utriusvis cunei ſubcentrica fuerit A H; hoc eſt, ſive per hanc, ſive per illam tangentium parallelarum A L abſciſſi. Itaque A G unius caſus ad A G alterius, ut H G hujus ad H G illius. Sicut autem rectæ A G inter ſe, ita in utroque caſu cunei per A L abſciſſi, ut colligitur ex prop. 7. huj. Ergo ita quoque reciproce G H ad G H.

Apparet etiam, dato figuræ planæ centro gravitatis G, & ſubcentrica cunei, per alterutram tangentium parallelarum A L abſciſſi, dari quoque cunei, per tangentem alteram A L abſciſſi, ſubcentricam.

PROPOSITIO X.

TAB. XX. Fig. 3. *Poſitis quæ in propoſitione præcedenti; ſi data recta* E D *tranſeat per* G, *centrum gravitatis*

TAB. XIX.


Fig. 1.
F
G
H
O
Y
M
Fig. 2.
X
C
D
A
T
E
R
I
Q
L
S
N
K
P
B
V
F
K
E
B
Fig. 4.
D
K
E
F
A
H
C
B
E
C
H
Fig. 6.
D
K
E
D
C
F
L
H
G
A
B

Digitized by Google

tis figuræ A B C; *erit ſumma quadratorum à diſtantiis particularum, in quas figura diviſa intelligitur, ab recta* E D, *æqualis rectangulo ſoli* A G H, *multiplici ſecundum ipſarum particularum numerum.* DE CENTRO OSCILLATIONIS.

Hoc enim manifeſtum eſt, quum nullum tunc ſit quadratum E G.

PROPOSITIO XI.

Poſitis rurſus cæteris ut in præcedentium penultima; ſi D E *ſit axis figuræ planæ* A B C, *in duas æquales ſimileſque portiones eam dividens, ſitque inſuper* V G *diſtantia centri gravitatis dimidiæ figuræ* D A D *ab recta* E D, *cunei vero, ſuper ipſam abſciſſi per ipſam* E D, *ſubcentrica* G X; *erit rectangulum* X G V *æquale rectangulo* A G H. TAB. XX. Fig. 4.

Eſt enim rectangulum X G V, multiplex ſecundum numerum particularum figuræ D A D, æquale quadratis omnibus perpendicularium à particulis ejuſdem figuræ dimidiæ in rectam E D cadentium *. Ac proinde idem rectangulum X G V, multiplex ſecundum numerum particularum totius figuræ A B C, æquale erit quadratis perpendicularium, ab omnibus particulis figuræ hujus in rectam E D demiſſarum; hoc eſt, rectangulo A G H multiplici ſecundum eundem particularum numerum, ut conſtat ex propoſ. præcedenti. Unde ſequitur rectangula X G V, A G H inter ſe æqualia eſſe. quod erat demonſtrandum.

* Prop. 8. huj.

PROPOSITIO XII.

Datis in plano punctis quotlibet; ſi ex centro gravitatis eorum circulus quilibet deſcribatur;

S *du-*

Digitized by Google

DE CENTRO OSCILLATIONIS.

ducantur autem ab omnibus datis punctis, ad punctum aliquod in circuli illius circumferentia lineæ rectæ; erit ſumma quadratorum ab omnibus ſemper eidem plano æqualis.

TAB. XX. Fig. 5.

Sint data puncta A B C D: centrumque gravitatis eorum, ſive magnitudinum æqualium ab ipſis ſuſpenſarum, ſit E; & centro E deſcribatur circulus quilibet F *f*, in cujus circumferentia ſumpto puncto aliquo, ut F, ducantur ad id, à datis punctis, rectæ A F, B F, C F, D F. Dico earum omnium quadrata, ſimul ſumpta, æqualia eſſe plano cuidam dato, ſemperque eidem, ubicunque in circumferentia punctum F ſumptum fuerit.

Ducantur enim rectæ G H, G K, angulum rectum conſtituentes, & quarum unicuique omnia data puncta ſint poſita ad eandem partem. Et à ſingulis in utramque harum perpendiculares agantur A L, A K; B M, B O; C N, C P; D H, D Q. A centro autem gravitatis E, & à puncto F, in alterutram duarum, G H vel G K, perpendiculares E R, F S. Et item, à datis punctis, in ipſam F S perpendiculares A V, B X, C Y, D Z. Et F T perpendicularis in ipſam E R. Porro ſit jam

A L ∞ *a*	A K ∞ *e*	radius E F ∞ *z*
B M ∞ *b*	B O ∞ *f*	G S ∞ *x*
C N ∞ *c*	C P ∞ *g*	
D H ∞ *d*	D Q ∞ *h*	

Quia autem E eſt centrum gravitatis punctorum A, B, C, D; ſi addantur in unum perpendiculares A L, B M, C N, D H, compoſitaque ex omnibus dividatur in tot partes, quot ſunt data puncta; earum partium uni æqualis erit E R *. Similiterque, diviſâ in totidem partes ſummâ perpendicularium A K, B O, C P, D Q, earum uni æqualis erit perpendicularis, ducta ex E in rectam G K, ſive ipſa R G *. Itaque, ſi ſumma omnium A L, B M, C N, D H, ſive $a + b + c + d$ vocetur l: ſumma vero omnium, A K, B O, C P, D Q, ſive $e + f + g + h$, vocetur m: & numerus, dato-

* Prop. 2. huj.

* Prop. 2. huj.

Digitized by Google

datorum punctorum multitudinem exprimens, dicatur θ; erit $ER \infty \frac{l}{\theta}$; & $RG \infty \frac{m}{\theta}$. Cumque GS ſit x, erit RS ſive $FT \infty x - \frac{m}{\theta}$; vel $\frac{m}{\theta} - x$, ſi GR major quam GS; & ſemper quadratum $FT \infty xx - 2\frac{xm}{\theta} + \frac{mm}{\theta\theta}$. quo ablato ab quadrato $FE \infty zz$, relinquetur quadratum $TE \infty zz - xx + 2\frac{xm}{\theta} - \frac{mm}{\theta\theta}$. Et proinde $TE \infty \sqrt{zz - xx + 2\frac{xm}{\theta} - \frac{mm}{\theta\theta}}$. Erat autem $ER \infty \frac{l}{\theta}$. Itaque $TR \infty \frac{l}{\theta}$ + vel − $\sqrt{zz - xx + 2\frac{xm}{\theta} - \frac{mm}{\theta\theta}}$. quæ TR, brevitatis gratia, dicatur y. Colligamus jam porro ſummam quadratorum omnium FA, FB, FC, FD. Quadratum AF æquatur quadratis AV, VF. Eſt autem AV æqualis differentiæ duarum VK, AK, ſive duarum SG, AK; ac proinde $AV \infty x - e$ vel $e - x$; & qu. $AV \infty xx - 2ex + ee$. VF vero æqualis eſt differentiæ duarum FS, VS ſive duarum FS, AL; ac proinde $VF \infty y - a$ vel $a - y$; & qu. $VF \infty yy - 2ay + aa$. Additisque quadratis AV, VF, fit quadratum $FA \infty xx - 2ex + ee + yy - 2ay + aa$. Eodemque modo invenientur quadrata reliquarum FB, FC, FD; atque omnia ordine diſpoſita erunt hæc;

qu. $FA \infty xx - 2ex + ee + yy - 2ay + aa$.
qu. $FB \infty xx - 2fx + ff + yy - 2by + bb$.
qu. $FC \infty xx - 2gx + gg + yy - 2cy + cc$.
qu. $FD \infty xx - 2hx + hh + yy - 2dy + dd$.

Horum vero ſumma; ſi ponamus quadrata $ee + ff + gg + hh \infty nn$; & quadrata $aa + bb + cc + dd \infty kk$, erit iſta, $\theta xx - 2mx + nn + \theta yy - 2ly + kk$. Siquidem θ erat numerus datorum punctorum ideoque & quadratorum, poſitumque fuerat $e + f + g + h \infty m$, & $a + b + c + d \infty l$.

In iſta vero ſumma, ſi in terminis θyy & $2ly$, pro y, ponatur id cujus loco poſitum erat, nempe $\frac{l}{\theta}$ + vel − $\sqrt{zz - xx + 2\frac{xm}{\theta} - \frac{mm}{\theta\theta}}$

fiet $+ \theta yy \infty \frac{ll}{\theta} + 2l\sqrt{zz - xx + 2\frac{xm}{\theta} - \frac{mm}{\theta\theta}} + \theta zz - \theta xx + 2xm - \frac{mm}{\theta}$.

$$\& -2ly \infty -2\frac{ll}{\theta} -2l\sqrt{zz - xx + 2\frac{xm}{\theta} - \frac{mm}{\theta\theta}}.$$

vel $+\theta yy \infty \frac{ll}{\theta} - 2l\sqrt{zz - xx + 2\frac{xm}{\theta} - \frac{mm}{\theta\theta}} + \theta zz - \theta xx\ x$ $xm - \frac{mm}{\theta}$.

$$+2\ \& -2ly \infty -2\frac{ll}{\theta} + 2l\sqrt{zz - xx + 2\frac{xm}{\theta} - \frac{mm}{\theta\theta}}.$$

Ac proinde, utroque caſu, pro $\theta yy - 2ly$ habebitur $-\frac{ll}{\theta} + \theta zz - \theta xx + 2xm - \frac{mm}{\theta}$. Quò appoſitis reliquis quantitatibus, ſumma prædicta contentis, $\theta xx - 2xm + nn + kk$, fiet tota ſumma, nempe quadratorum F A, F B, F C, F D, $\infty\ \theta zz + nn + kk - \frac{mm - ll}{\theta}$. Quod apparet eſſe planum datum, cum hæ quantitates omnes datæ ſint; ſemperque idem reperiri, ubicunque in circumferentia ſumptum fuerit punctum F. quod erat demonſtrandum.

Quod ſi puncta data diverſas gravitates habere ponantur, invicem commenſurabiles, ut ſi punctum A ponderet ut 2, B ut 3, C ut 4, D ut 7, eorumque reperto gravitatis centro, circulus rurſus deſcribatur, ad cujus circumferentiæ punctum, à datis punctis rectæ ducantur, ac ſingularum quadrata multiplicia ſumantur ſecundum numerum ponderis puncti ſui; ut quadratum A F duplum, B F triplum, C F quadruplum, D F ſeptuplum; dico rurſus ſummam omnium æqualem fore ſpatio dato, ſemperque eidem, ubicunque in circumferentia punctum ſumptum fuerit. Patet enim hoc ex præcedenti demonſtratione, ſi imaginemur puncta ipſa multiplicia ſecundum numeros attributæ cuique gravitatis; quaſi nempe in A duo puncta conjuncta ſint, in B tria, in C quatuor, in D ſeptem, atque illa omnia æqualiter gravia.

PROPOSITIO XIII.

SI figura plana, vel linea in plano exiſtens, aliter atque aliter ſuſpendatur à punctis, quæ, in eodem plano accepta, æqualiter à centro gravitatis ſuæ diſtent; agitata motu in latus, ſibi ipſi iſochrona eſt.

Sit

Digitized by Google

Sit figura plana, vel linea in plano exiſtens A B C, cujus centrum gravitatis D. quo eodem centro, circumferentia circuli in eodem plano deſcribatur, E C F. Dico, ſi à quovis in illa puncto, ut E, C, vel G, ſuſpenſa figura agitetur in latus; ſibi ipſi, ſive eidem pendulo ſimplici, iſochronam eſſe. DE CENTRO OSCILLATIONIS. TAB. XX. Fig. 6.

Sit prima ſuſpenſio ex E puncto, quando autem eſt extra figuram, ut hic, putandum eſt lineam E H, ex qua figura pendet, rigidam eſſe, atque immobiliter ipſi affixam.

Intelligatur figura A B C diviſa in particulas minimas æquales, à quarum omnium centris gravitatis, ad punctum E, rectæ ductæ ſint; quas quidem manifeſtum eſt, quum moveatur figura motu in latus, eſſe ad axem agitationis perpendiculares. Harum igitur omnium perpendicularium quadrata, diviſa per rectam E D, multiplicem ſecundum numerum particularum in quas figura diviſa eſt, efficiunt longitudinem penduli ſimplicis, figuræ iſochroni *, quæ ſit K L. * Prop. 6. huj. Suſpenſâ autem figurâ ex puncto G, rurſus longitudo penduli ſimplicis iſochroni invenitur, dividendo quadrata omnia linearum, quæ à particulis figuræ ducuntur ad punctum G, per rectam G D, multiplicem ſecundum earundem particularum numerum *. Quum igitur puncta G & E ſint in circumferentia deſcripta cetnro D, quod eſt centrum gravitatis figuræ A B C, ſive centrum gravitatis punctorum omnium, quæ centra ſunt particularum figuræ æqualium; erit proinde ſumma quadratorum à lineis, quæ à dictis particulis ad punctum G ducuntur, æqualis ſummæ quadratorum à lineis quæ ab iiſdem particulis ducuntur ad punctum E *. Hæ vero quadratorum ſummæ, utraque ſuſpenſione, applicantur ad magnitudines æquales: quippe, in ſuſpenſione ex E, ad rectam E D, multiplicem ſecundum numerum omnium particularum; in ſuſpenſione autem ex G, ad rectam D G, multiplicem ſecundum earundem particularum numerum. Ergo patet, ex applicatione hac poſteriori, quum nempe ſuſpenſio eſt ex G, fieri longitudinem penduli iſochroni eandem atque ex applicatione priori, hoc eſt, eandem ipſi K L. * Prop. 6. huj. * Prop. præced.

Eodem modo, ſi ex C, vel alio quovis puncto circumferentiæ E Ç F, figura ſuſpendatur, eidem pendulo K L iſochrona eſſe probabitur. Itaque conſtat propoſitum.

PROPOSITIO XIV.

Datâ figurâ ſolidâ, & lineâ rectâ interminatâ, quæ vel extra figuram cadat, vel per eam transeat; diviſâque figurâ cogitatu in particulas minimas æquales, à quibus omnibus ad datam rectam perpendiculares ductæ intelligantur; invenire ſummam omnium quæ ab ipſis fiunt quadratorum, ſive planum, cujus multiplex ſecundum particularum numerum, dictæ quadratorum ſummæ æquale ſit.

TAB. XXI. Fig. 1. Sit data figura ſolida A B C D, & linea recta quæ, per punctum E tranſiens, ad planum hujus paginæ erecta intelligatur: quæque vel ſecet figuram, vel tota extra cadat. Intellectoque, à ſingulis particulis minimis æqualibus, ſolidum A B C D conſtituentibus, velut F, rectas duci perpendiculares in datam rectam per E, quemadmodum hic F E, oporteat omnium quadratorum F E ſummam invenire.

Secetur figura plano E A C, per dictam datam lineam & per centrum gravitatis figuræ ducto. Item aliud planum intelligatur per eandem lineam datam, perque E G, quæ ipſi eſt ad angulos rectos.

Conſtat jam, quadratum rectæ cujuſque, quæ à particula dictarum aliqua, ad lineam datam per E perpendicularis ducitur; ſicut F E, æquari quadratis duarum F G, F H, quæ, ab eadem particula, in plana per E G & E C ante dicta, perpendiculares aguntur *. Quare, ſi cognoſcere poſſimus ſummam quadratorum, quæ fiunt ab omnibus perpendicularibus, quæ à particulis univerſis cadunt in plana dicta per E G & E C; habebimus etiam huic æqualem ſummam

* 47. lib. 1. Eucl.

mam

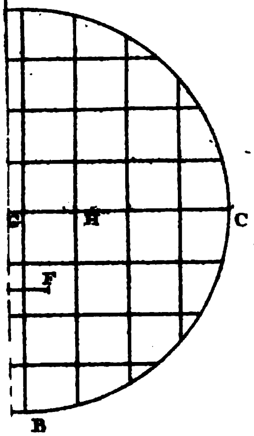
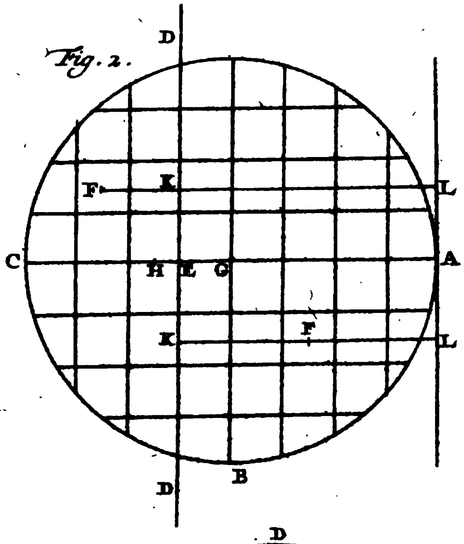


Fig. 2.



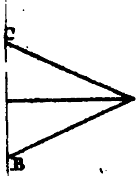
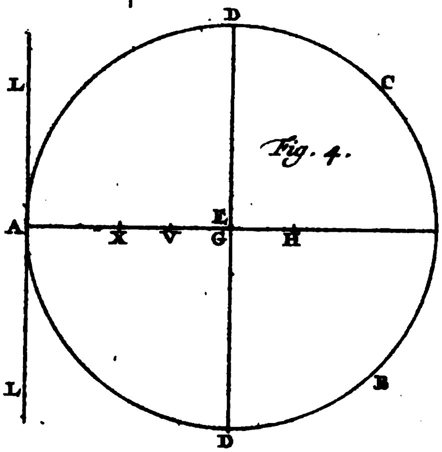


Fig. 4.



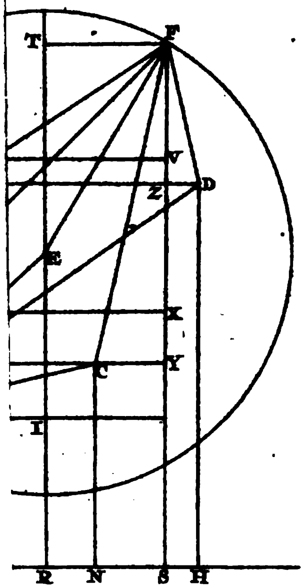
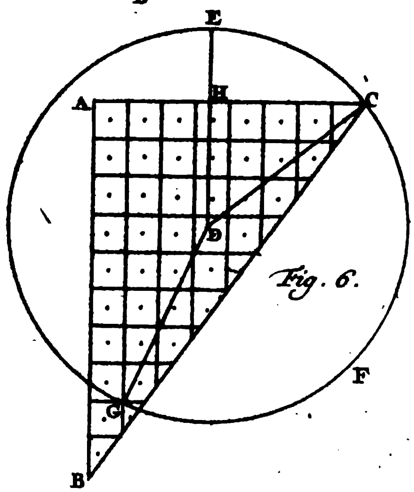
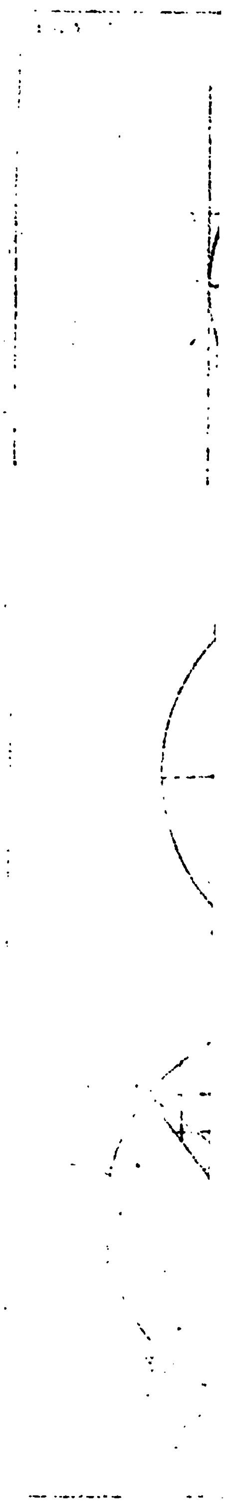




Fig. 6.



Digitized by Google



Digitized by Google

mam quadratorum à perpendicularibus, quæ ab univerſis iiſdem particulis cadunt in rectam datam per E punctum.

Illa vero prior quadratorum ſumma colligetur hoc modo. Ponatur primò figuram planam dari O Q P, ad latus figuræ ſolidæ A B C D, ejuſdem cum ipſa altitudinis, quæque ſit ejuſmodi, ut ſecta lineis rectis Q Q, R R, quæ reſpondeant planis figuram ſolidam A B C D ſecantibus M M, N N, & his parallelis; eadem ſit dictarum linearum inter ſe, quæ & planorum horum ratio, ſi nempe ſumantur utrinque quæ in ordine ſibi reſpondent. Ut ſi linea R R ſit ad Q Q quemadmodum planum N N ad M M. Quod ſi igitur figura plana O Q P, in totidem particulas minimas æquales diviſa intelligatur, quot intelliguntur in ſolido A B C D; erunt etiam in unoquoque ſegmento figuræ planæ, velut Q Q R R, tot numero particulæ, quot ſunt in figuræ ſolidæ ſegmento M M N N, iſti ſegmento reſpondente; ac proinde & ſumma quadratorum, à perpendicularibus omnium particularum figuræ O Q P in planum E G, æquabitur ſummæ quadratorum, à perpendicularibus omnium particularum figuræ ſolidæ, in idem planum E G productis. Iſla autem quadratorum ſumma data erit, ſi dentur in figura O Q P, cuneoque illius, quæ propoſ. 9. huj. requiri diximus. Ergo his datis, dabitur quoque ſumma quadratorum, à perpendicularibus quæ, à particulis omnibus ſolidi A B C D, ducuntur in planum E G.

Ponatur nunc alia item figura plana S Y T Z, ejuſdem cum ſolido A B C D latitudinis, hoc eſt, quam includant plana B Y, D Z ſolidum contingentia, ac parallela plano E A C, quæque ſit ejuſmodi, ut, ſecta lineis rectis V V, X X &c. quæ reſpondeant planis figuram A B C D ſecantibus, K K, L L, & his parallelis, faciat eandem inter ſe rationem linearum harum atque illorum planorum, ſi ſumantur quæ ſibi mutuo reſpondent. Itaque rurſus quadrata ſimul omnia perpendicularium, à particulis figuræ S Y T Z in rectam S T cadentium, æqualia erunt quadratis omnibus perpendicularium quæ, à particulis ſolidi A B C D, ducuntur in planum A C. Illorum

rum autem ſumma quadratorum data erit, ſi detur diſtantia centri gravitatis figuræ S Y T Z ab recta B Y vel D Z; nec non diſtantia indidem centri gravitatis cunei ſui abſciſſi plano per eandem rectam *. Vel, figura S Y T Z ordinata exiſtente, ut S T ſit axis ejus, eadem quadratorum ſumma dabitur, ſi detur diſtantia centri gravitatis figuræ dimidiæ S Z T ab axe S T, item centri gravitatis cunei, ſuper eadem dimidia figura, abſciſſi plano per axem ducto *. Ergo, his datis, dabitur quoque ſumma quadratorum à perpendicularibus quæ, à particulis omnibus ſolidi A B C D, ductæ intelliguntur in planum E A C. Invenimus autem & ſummam quadratorum, à perpendicularibus omnibus in planum per E G ductis. Ergo & aggregatum utriuſque ſummæ habebitur, hoc eſt, per ſuperius oſtenſa, ſumma quadratorum perpendicularium quæ, à particulis omnibus ſolidi A B C D, cadunt in rectam datam per E tranſeuntem, & ad paginæ hujus planum erectam. quod erat faciendum.

* Prop. 9. huj.

* Prop. 11. huj.

PROPOSITIO XV.

TAB. XXI. Fig. 1. & 2.

Iisdem poſitis, ſi ſolidum A B C D *ſit ejuſmodi, ut figura plana* S Y T Z, *ipſi proportionalis, non habeat notam diſtantiam centri gravitatis à tangentibus* B Y *vel* D Z, *vel, ut ſubcentrica cunei ſuper ipſa abſciſſi, plano per eaſdem* B Y *vel* D Z, *ignoretur; in figura tamen proportionali, quæ à latere eſt,* O Q P, *detur diſtantia* Φ P, *qua centrum gravitatis figuræ dimidiæ* O P V *abeſt ab axe* O P; *licebit hinc invenire ſummam quadratorum à diſtantiis particularum ſolidi* A B C D *à plano* E C. *Oportet autem ut ſectiones omnes,* N N, M M, *ſint plana ſimilia; utque per omnium centra gravitatis tranſeat planum* E C; *quemadmodum in priſmate, pyramide, cono, conoidibus, multiſque aliis figuris*

Digitized by Google

ris contingit. Atque eorum planorum diſtantias centri gravitatis, ſuper tangentibus axi oſcillationis parallelis, datas eſſe neceſſe eſt; uti & ſubcentricas cuneorum, qui ſuper ipſis abſcinduntur, ductis planis per eaſdem tangentes. DE CENTRO OSCILLATIONIS.

Veluti, ſi maxima dictarum ſectionum ſit B D, & in B intelligatur recta parallela axi E, hoc eſt, erecta ad planum quod hic conſpicitur, oportet datam eſſe diſtantiam centri gr. ſectionis B D à dicta linea in B, quæ ſit B C; itemque ſubcentricam cunei, ſuper ſectione B D abſciſſi, plano ducto per eandem lineam in B, quæ ſubcentrica ſit B K. Fig. 2.

Etenim his datis, diviſâque P V bifariam in Δ, ſi fiat ſicut Δ P ad P Φ, ita rectangulum B C K ad ſpatium quoddam Z; dico hoc ipſum, multiplex per numerum particularum ſolidi A B C D, æquari ſummæ quæſitæ quadratorum, à diſtantiis earundem particularum à plano E C.

Quadrata enim à diſtantiis particularum planæ ſectionis B D, à plano E C, quod per centrum gravitatis ſuæ tranſit, ſive quadrata à diſtantiis particularum ſolidarum ſegmenti B N N D à plano eodem, æquari conſtat rectangulo B C K, multiplici per numerum dictarum particularum *. Similiter, ſi planæ ſectionis N N diſtantia centri gravitatis, ab recta quæ in N intelligitur axi E parallela, ſit N X; ſubcentrica vero cunei ſuper ipſa abſciſſi, plano per eandem rectam, ſit N F; erunt quadrata à diſtantiis particularum planarum ſectionis N N à plano E C, ſive quadrata à diſtantiis particularum ſolidarum ſegmenti N M M N, à plano eodem, æqualia rectangulo N X F, multiplici per numerum particularum ipſarum ſectionis N N, vel ſegmenti N M M N. Eſt autem B D diviſa ſimiliter in C & K, atque N N in X & F. Ergo rectangulum B C K ad rectangulum N X F, ſicut quadratum B D ad quadratum N N.

* Prop. 10. huj.

Eſt autem & numerus particularum ſectionis B D, ad numerum particularum ſectionis N N, ſicut ſectiones ipſæ;

T hoc

Digitized by Google

hoc eſt, ſicut quadratum B D ad quadratum N N. Itaque rectangulum B C K, multiplex per numerum particularum ſectionis B D, ad rectangulum N X F, multiplex per numerum particularum ſectionis N N, duplicatam habebit rationem quadrati B D ad quadratum N N; hoc eſt, eam quam quadratum V V ad quadratum R R, in figura proportionali. Erit igitur & dicta prior ſumma quadratorum, à diſtantiis particularum ſegmenti B N N D à plano E C, ad ſummam alteram quadratorum, à diſtantiis particularum ſegmenti N M M N, ut qu. V V ad qu. R R. Eademque ratione oſtendetur, ſummas quadratorum à diſtantiis partilarum in reliquis ſegmentis ſolidi A B C D, eſſe inter ſe in ratione quadratorum quæ fiunt à rectis in figura O V V, quæ baſi cujusque ſegmenti reſpondent. Quare ſumma quadratorum, à diſtantiis particularum omnium ſegmentorum ſolidi A B C D à plano E C, erit ad ſummam quadratorum, à diſtantiis particularum ſegmentorum totidem, maximo ſegmento æqualium, hoc eſt, cylindri vel priſmatis B D S S, eandem cum ſolido A B C D baſin altitudinemque habentis, ſicut quadrata omnia rectarum V V, R R, Q Q, &c. ad quadrata totidem maximo V V æqualia, hoc eſt, ſicut ſolidum rotundum O V V circa axem O P, ad cylindrum V V Ω Ω, qui baſin & altitudinem habeat eandem. Hanc vero rationem ſolidi O V V ad cylindrum V V Ω Ω, componi conſtat ex ratione planorum quorum converſione generantur, hoc eſt, ex ratione plani O P V, ad rectangulum P Ω, & ex ratione diſtantiarum quibus horum planorum centra gravitatis abſunt ab axe O P; hoc eſt, & ex ratione P Φ ad P Δ. Et prior quidem harum rationum, nempe plani O P V ad rectangulum P Ω, eadem eſt quæ ſolidi A B C D ad cylindrum vel priſma B D S S, hoc eſt, eadem quæ numeri particularum ſolidi A B C D, ad numerum particularum cylindri vel priſmatis B D S S. Altera vero ratio, nempe P Φ ad P Δ, eſt eadem, ex conſtructione, quæ ſpatii Z ad rectangulum B C K. Habebit itaque dicta ſumma quadratorum, à diſtantiis omnium particularum

larum ſolidi A B C D à plano E C, ad ſummam quadratorum, à diſtantiis omnium particularum cylindri vel priſmatis B D S S ab eodem plano, rationem eam quæ componitur ex ratione numeri particularum ſolidi A B C D, ad numerum particularum cylindri vel priſmatis B D S S, & ex ratione ſpatii Z ad rectangulum B C K: hoc eſt, rationem quam habet rectangulum Z, multiplex per numerum particularum ſolidi A B C D, ad rectangulum B C K, multiplex per numerum particularum cylindri vel priſmatis B D S S. Atqui quarta harum magnitudinum æqualis eſt ſecundæ; nempe rectangulum B C K, multiplex per numerum particularum cylindri vel priſmatis B D S S, æquale ſummæ quadratorum, à diſtantiis particularum ejusdem priſmatis vel cylindri B D S S à plano E C; ſiquidem rectangulum idem B C K, multiplex per numerum particularum ſegmenti B N N D, æquatur quadratis diſtantiarum particularum ejusdem ſegmenti à plano E C *. Ergo & tertia primæ æquabitur; nempe planum Z, multiplex per numerum particularum ſolidi A B C D, ſummæ quadratorum, à diſtantiis particularum ſolidi ejusdem A B C D à plano E C *. quod erat demonſtrandum.

De centro oscillationis.

* Prop. 10 huj.

* Prop. 14. lib. 5. Eucl.

Notandum vero, quando ſolidum A B D rotundum eſt circa axem A C, fieri ſemper rectangulum B C K æquale quartæ parti quadrati B C; quoniam ſubcentrica cunei, abſciſſi ſuper circulo B D, plano per tangentem in B, nempe recta B K, æquatur $\frac{1}{4}$ radii B C. Unde, ſi P V æqualis poſita ſit B C, ſequitur, faciendo ut P Δ ad P Φ ita rectangulum B C K, hoc eſt, $\frac{1}{4}$ quadrati B C, hoc eſt, qu. P Δ ad planum aliud Z, fore hoc rectangulo Δ P Φ æquale. Ac proinde tunc ipſum rectangulum Δ P Φ, multiplex ſecundum numerum particularum ſolidi A B D, æquari ſummæ quæſitæ quadratorum à perpendicularibus omnibus, quæ à particulis iisdem cadunt in planum E C.

Digitized by Google

De centro oscillationis.

PROPOSITIO XVI.

Figura quævis, ſive linea fuerit, ſive ſuperficies, ſive ſolidum; ſi aliter atque aliter ſuſpendatur, agiteturque ſuper axibus inter ſe parallelis, quique à centro gravitatis figuræ æqualiter diſtent, ſibi ipſi iſochrona eſt.

Tab. XXI. Fig. 1.

Proponatur magnitudo quævis, cujus centrum gravitatis E punctum, ſitque primo ſuſpenſa ab axe, qui per F intelligitur hujus paginæ plano ad angulos rectos. Itaque idem planum erit & planum oſcillationis. In quo ſi centro E, radio E F, deſcribatur circumferentia F H G, ſumptoque in illa puncto quovis, ut H, magnitudo ſecundò ſuſpendi intelligatur ab axe in hoc puncto infixo, atque agitari, manente eodem oſcillationis plano. Dico iſochronam fore ſibi ipſi agitatæ circa axem in F.

Intelligatur enim dividi magnitudo propoſita in particulas minimas æquales. Itaque, quia in utraque illa ſuſpenſione idem manet oſcillationis planum, reſpectu partium magnitudinis; manifeſtum eſt, ſi ab omnibus particulis, in quas diviſa eſt magnitudo, perpendiculares cadere concipiantur in dictum oſcillationis planum, illas utraque ſuſpenſione occurrere ipſi in punctis iisdem. Sint autem hæc puncta ea quæ apparent in ſpatio A B C D.

Quum igitur E ſit centrum gravitatis magnitudinis propoſitæ, ipſaque proinde circa axem, qui per E punctum erectus eſt ad planum A B C D, quovis ſitu æquilibrium ſervet; facile perſpicitur, quod ſi punctis omnibus ante dictis, quæ in ſpatio A B C D ſignantur, æqualis gravitas tribuatur, eorum quoque omnium centrum gravitatis futurum eſt punctum E. Quod ſi vero, ut fieri poteſt, in puncta aliqua plures perpendiculares coincidant, illa puncta quaſi toties geminata intelligenda ſunt, gravitateſque toties multiplices accipiendæ. Atque ita conſideratorum, patet rurſus centrum gravitatis eſſe E punctum.

Porrò

Digitized by Google

Porrò ſummam quadratorum ab rectis, quæ ducuntur à dictis punctis omnibus ad punctum F, eandem eſſe patet cum ſumma quadratorum ab iis rectis, quæ à ſingulis particulis magnitudinis propoſitæ ducuntur perpendiculares in axem oſcillationis per F tranſeuntem; quippe cum lineæ ipſæ, quarum quadrata intelliguntur, utrobique eandem habeant longitudinem. Similiter etiam, cum ſuſpenſio eſt ex axe per H, patet ſummam quadratorum ab rectis, quæ ab omnibus punctis, in ſpatio A B C D ſignatis, ducuntur ad punctum H, eandem eſſe cum ſumma quadratorum, ab iis quæ, à particulis omnibus magnitudinis propoſitæ, ducuntur perpendiculares in axem oſcillationis per H tranſeuntem. Ergo utroque caſu, ſi ſumma quadratorum ab rectis quæ, à punctis omnibus prædictis, ducuntur ad puncta F vel H, dividatur per rectas E F vel E H, multiplices ſecundum numerum particularum in quas magnitudo propoſita diviſa intelligitur, orietur ex applicatione hac longitudo penduli ſimplicis, quod magnitudini ſuſpenſæ ex F vel H iſochronum ſit. Eſt autem ſumma quadratorum utroque caſu æqualis*; & rectæ quoque E F, E H, inter ſe æquales; & particularum idem numerus. Ergo, quum & applicatæ quantitates, & quibus illæ applicantur, utrobique æquales ſint, etiam longitudines ex applicatione ortæ æquales erunt, hoc eſt, longitudines pendulorum iſochronorum magnitudini propoſitæ ſuſpenſæ ex F vel ex H. Quare conſtat propoſitum.

DE CENTRO OSCILLATIONIS.

* Prop. 12. huj.

PROPOSITIO XVII.

Dato plano, cujus multiplex per numerum particularum, in quas ſuſpenſa figura diviſa intelligitur, æquetur quadratis omnium diſtantiarum ab axe oſcillationis; ſi illud applicetur ad rectam, æqualem diſtantiæ inter axem oſcillationis & centrum gravitatis ſuſpenſæ magnitudinis, orietur longitudo penduli ſimplicis ipſi iſochroni.

DE CENTRO OSCILLATIONIS.

TAB. XXII. Fig. 1.

Sit figura A B C, cujus centrum gravitatis E, ſuſpenſa ab axe qui, per F punctum ad planum quod conſpicitur, erectus ſit. Ponendoque diviſam figuram in particulas minimas æquales, à quibus omnibus, in dictum axem, perpendiculares cadere intelligantur: eſto, per ſuperius oſtenſa, inventum planum H, cujus multiplex per numerum dictarum particularum, æquetur quadratis omnibus dictarum perpendicularium. Applicatoque plano H ad rectam F E, fiat longitudo F G. Dico hanc eſſe longitudinem penduli ſimplicis, iſochronas oſcillationes habentis magnitudini A B C, agitatæ circa axem per F.

Quia enim ſumma quadratorum, à diſtantiis ab axe F, applicata ad diſtantiam F E, multiplicem ſecundum partium numerum, facit longitudinem penduli ſimplicis iſochroni *. Iſti vero quadratorum ſummæ æquale ponitur planum H, multiplex per eundem particularum numerum. Ergo & planum H, multiplex per eundem particularum numerum, ſi applicetur ad diſtantiam F E, multiplicem ſecundum particularum numerum; ſive, omiſſa communi multiplicitate, ſi planum H applicetur ad diſtantiam F E; orietur quoque longitudo penduli ſimplicis iſochroni. Quam proinde ipſam longitudinem F G eſſe conſtat. quod erat demonſtrandum.

* Prop. 6. huj.

PROPOSITIO XVIII.

SI ſpatium planum, cujus multiplex ſecundum numerum particularum ſuſpenſæ magnitudinis, æquetur quadratis diſtantiarum ab axe gravitatis, axi oſcillationis parallelo; id, inquam, ſpatium ſi applicetur ad rectam, æqualem diſtantiæ inter utrumque dictorum axium, orietur recta æqualis intervallo, quo centrum oſcillationis inferius eſt centro gravitatis ejusdem magnitudinis.

TAB. XXII. Fig. 2.

Eſto magnitudo A B C D, cujus centrum gravitatis E; quæ-

quæque ſuſpenſa ab axe, qui per punctum F ad planum hujus paginæ erectus intelligitur, habeat centrum oſcillationis G. Porrò axi per F intelligatur axis alius, per centrum gravitatis E transiens, parallelus. Diviſaque magnitudine cogitatu in particulas minimas æquales, ſit quadratis diſtantiarum, ab axe dicto per E, æquale planum I, multiplex nempe ſecundum numerum dictarum particularum; applicatoque plano I ad diſtantiam F E, fiat recta quædam. Dico eam æqualem eſſe intervallo E G, quo centrum oſcillationis inferius eſt centro gravitatis magnitudinis A B C D. De centro oscillationis.

Ut enim univerſali demonſtratione quod propoſitum eſt comprehendamus: intelligatur plana figura, magnitudini A B C D analoga, ad latus adpoſita, O Q P; quæ nempe, ſecta planis horizontalibus iiſdem cum magnitudine A B C D, habeat ſegmenta intercepta inter bina quæque plana, in eadem inter ſe ratione cum ſegmentis dictæ magnitudinis, quæ ipſis reſpondent; ſintque ſegmenta ſingula figuræ O Q P, diviſa in tot particulas æquales, quot continentur ſegmentis ipſis reſpondentibus in figura A B C D. Hæc autem intelligi poſſunt fieri, qualiſcunque fuerit magnitudo A B C D, ſive linea, ſive ſuperficies, ſive ſolidum. Semper vero centrum gravitatis figuræ O Q P, quod ſit T, eadem altitudine eſſe manifeſtum eſt cum centro gravitatis magnitudinis A B C D; ideoque, ſi planum horizontale, per F ductum, ſecet lineam centri figuræ O Q P, velut hic in S, æquales eſſe diſtantias S T, F E.

Porrò autem conſtat quadrata diſtantiarum, ab axe oſcillationis F, applicata ad diſtantiam F E, multiplicem ſecundum numerum particularum, efficere longitudinem penduli iſochroni*; quæ longitudo poſita fuit F G. Illorum vero quadratorum ſummam, æqualem eſſe perſpicuum eſt, quadratis diſtantiarum à plano horizontali per F, unà cum quadratis diſtantiarum à plano verticali F E, per axem F & centrum gravitatis E ducto*. Atqui quadrata diſtantiarum magnitudinis A B C D à plano horizontali per F, æquantur quadratis diſtantiarum figuræ O Q P ab recta S F. Quæ

* Prop. 6. huj.

* Prop. 47. lib. 1. Eucl.

qua-

DE CENTRO OSCILLATIONIS. quadrata (ſi O ſit punctum ſupremum figuræ O Q P, & O H ſubcentrica cunei ſuper ipſa abſciſſi, plano per rectam O V, parallelam S F) æqualia ſunt rectangulo O T H & quadrato S T, multiplicibus ſecundum numerum particularum dictæ figuræ *, ſive magnitudinis A B C D. Quadrata vero diſtantiarum magnitudinis A B C D à plano F E, quantumcunque axis oſcillationis F diſtet à centro gravitatis E, ſemper eadem ſunt: quæ proinde putemus æquari ſpatio Z, multiplici ſecundum numerum particularum magnitudinis A B C D.

* Prop. 9. huj.

Itaque quoniam quadrata diſtantiarum magnitudinis A B C D, ab axe oſcillationis F, æquantur iſtis, quadrato nimirum S T, rectangulo O T H, & plano Z, multiplicibus per numerum particularum ejusdem magnitudinis; ſi applicentur hæc omnia ad diſtantiam F E ſive S T, orietur longitudo F G penduli iſochroni magnitudini A B C D*. Sed ex applicatione quadrati S T ad latus ſuum S T, orietur ipſa S T, ſive F E. Ergo reliqua E G eſt ea quæ oritur ex applicatione rectanguli O T H, & plani Z, ad eandem S T vel F E.

* Prop. 6. huj.

Quare ſupereſt ut demonſtremus rectangulum O T H, cum plano Z, æquari plano I. Tunc enim conſtabit, etiam planum I, applicatum ad diſtantiam F E, efficere longitudinem ipſi E G æqualem. Illud autem ſic oſtendetur. Rectangulum O T H, multiplex ſecundum numerum particularum figuræ O Q P, ſive magnitudinis A B C D, æquatur quadratis diſtantiarum figuræ ab recta X T *, quæ per centrum gravitatis T ducitur ipſi S F parallela; ac proinde etiam quadratis diſtantiarum magnitudinis A B C D, à plano horizontali K K, ducto per centrum gravitatis E; cum diſtantiæ utrobique ſint eædem. At vero planum Z, ſimiliter multiplex, æquale poſitum fuit quadratis diſtantiarum magnitudinis A B C D à plano verticali F E. Ac patet quidem quadrata hæc diſtantiarum à plano F E, una cum dictis quadratis diſtantiarum à plano horizontali per E, æqualia eſſe quadratis diſtantiarum ab axe gravitatis per E, qui

* Prop. 10. huj.

Digitized by Google

qui ſit axi F parallelus *. Itaque rectangulum O T H una cum plano Z, multiplicia ſecundum numerum particularum magnitudinis A B C D, æqualia erunt quadratis diſtantiarum ejusdem magnitudinis à dicto axe per E. Sed & planum I, multiplex ſecundum eundem particularum numerum, æquale poſitum fuit iisdem diſtantiarum quadratis. Ergo planum I æquale eſt rectangulo O T H & plano Z ſimul ſumptis. quod oſtendendum ſupererat. DE CENTRO OSCILLATIONIS. * Prop. 47. lib. 1. Eucl.

Hinc rurſus manifeſtum fit, quod propoſitione 16 demonſtratum fuit; nempe magnitudinem quamlibet, ſi aliter atque aliter ſuſpendatur atque agitetur, ab axibus parallelis, qui à centro gravitatis ſuæ æqualiter diſtent, ſibi ipſi iſochronam eſſe.

Sive enim magnitudo A B C D ſuſpendatur ab axe F, ſive ab axe L illi parallelo; patet eadem utrobique eſſe quadrata diſtantiarum ab axe per E, qui ſit axibus F vel L parallelus. Unde & planum I, cujus multiplex, ſecundum numerum particularum, æquatur quadratorum ſummæ, utroque caſu idem erit. Hoc vero planum, applicatum ad diſtantiam centri gravitatis ab axe oſcillationis, quæ utroque caſu eadem ponitur, efficit diſtantiam qua centrum oſcillationis inferius eſt centro gravitatis; Ergo etiam hæc diſtantia utroque caſu eadem erit. Velut ſi, facta ſuſpenſione ex L, fuerit dicta diſtantia E Y, erit ipſa æqualis E G; & tota Y L æqualis G F; adeoque, in ſuſpenſione utraque, idem pendulum ſimplex iſochronum fit magnitudini A B C D.

PROPOSITIO XIX.

SI magnitudo eadem, nunc brevius nunc longius ſuſpenſa, agitetur; erunt, ſicut diſtantiæ axium oſcillationis à centro gravitatis inter ſe, ita contraria ratione diſtantiæ centrorum oſcillationis ab eodem gravitatis centro.

Sit magnitudo, cujus centrum gravitatis A, ſuſpenſa primum TAB. XXII. Fig. 1.

V

Digitized by Google

DE CENTRO OSCILLATIONIS. mum atque agitata ab axe in B, deinde vero ab axe in C; ſitque in prima ſuſpenſione centrum oſcillationis D, in poſteriori vero centrum oſcillationis E. Dico eſſe ut B A ad C A ita E A ad D A.

Quum enim, in ſuſpenſione ex B, efficiatur diſtantia A D, qua nempe centrum oſcillationis inferius eſt centro gravitatis, applicando ad diſtantiam B A ſpatium quoddam, cujus multiplex ſecundum numerum particularum minimarum æqualium, in quas magnitudo diviſa intelligitur, æquatur quadratis diſtantiarum ab axe per A, parallelo axi in B *; erit proinde rectangulum B A D dicto ſpatio æquale. Item, in ſuſpenſione ex C, quum fiat diſtantia A E, applicando idem dictum ſpatium ad diſtantiam C A; erit & rectangulum C A E eidem ſpatio æquale. Itaque æqualia inter ſe rectangula B A D, C A E; ac proinde ratio B A ad C A eadem quæ A E ad A D. quod erat demonſtrandum.

* Prop. præced.

Hinc patet, dato pendulo ſimplici, quod magnitudini ſuſpenſæ iſochronum ſit in una ſuſpenſione, datoque ejus centro gravitatis; etiam in alia omni ſuſpenſione, longiori vel breviori, dummodo idem maneat planum oſcillationis, longitudinem penduli iſochroni datam eſſe.

PROPOSITIO XX.

Centrum Oſcillationis & punctum ſuſpenſionis inter ſe convertuntur.

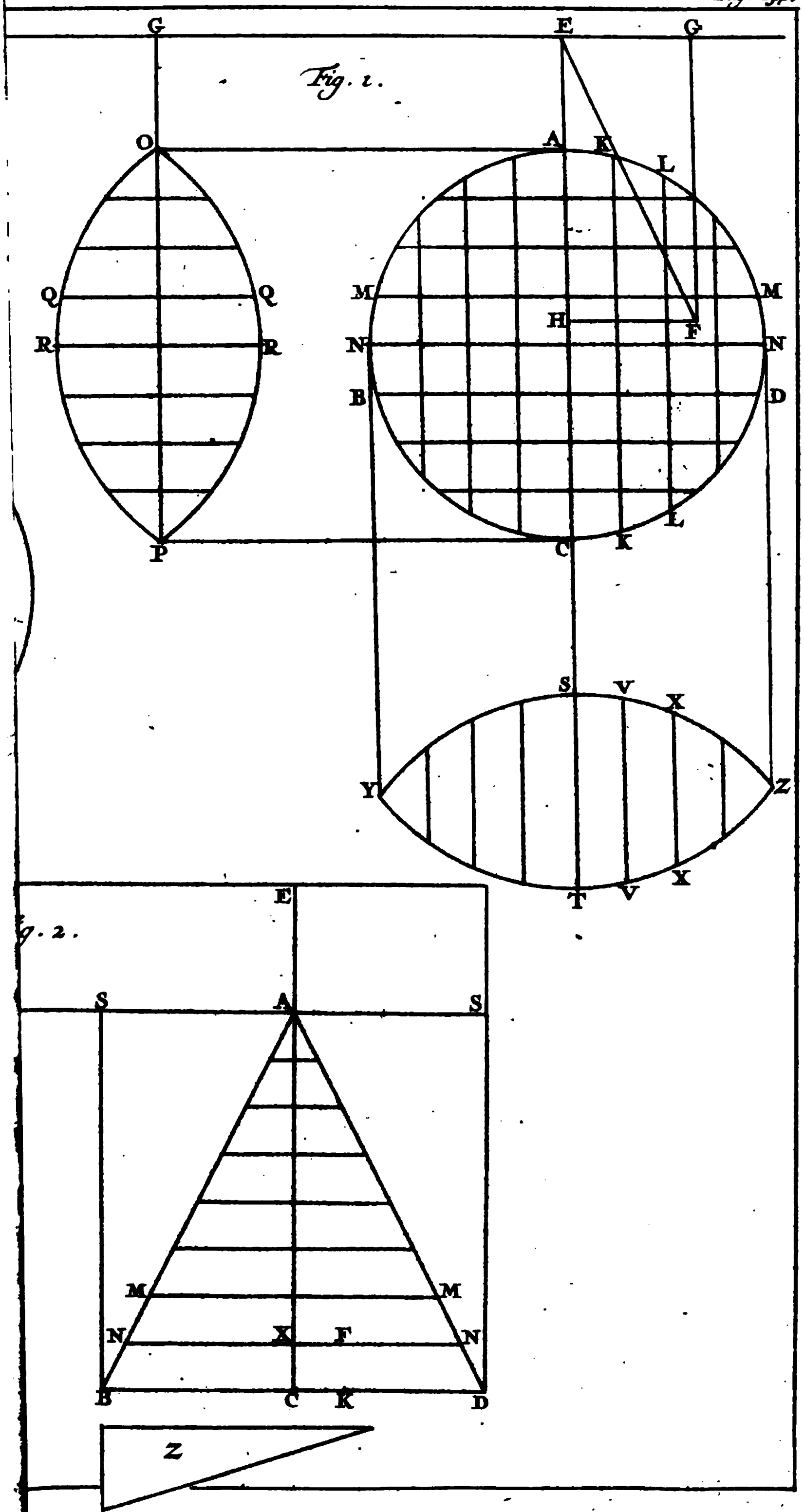
TAB. XXII. Fig. 3. In figura ſuperiori, quia, poſita ſuſpenſione ex B, centrum oſcillationis eſt D; etiam invertendo omnia, ponendoque ſuſpenſionem ex D, erit tunc centrum oſcillationis B. Hoc enim ex ipſa propoſitione præcedenti manifeſtum eſt.

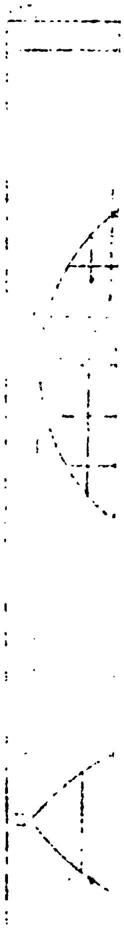
PROPOSITIO XXI.

Quomodo in figuris planis centra oſcillationis inveniantur.

Intellectis quæ hactenus demonſtrata ſunt, facile jam erit in

Digitized by Google


Fig. 1.
G E G
O A K L
Q Q M M
R R N N H F
B D
P C K L
S V X
Y Z
T V X
g. 2.
E
S A S
M M
N X F N
B C K D
Z



Digitized by Google

in pleriſque figuris, quæ in Geometria conſiderari conſueverunt, definire oſcillationis centra. Atque ut de planis figuris primum dicamus; duplicem in iis oſcillationis motum ſupra definivimus; nempe, vel circa axem in eodem cum figura plano jacentem, vel circa eum qui ad figuræ planum erectus ſit. Quorum priorem vocavimus agitationem in planum, alterum agitationem in latus. De centro oscillationis.

Quod ſi priore modo agitetur, nempe circa axem in eodem plano jacentem, ſicut figura B C D circa axem E F; hic, ſi cuneus ſuper figura intelligatur abſciſſus, plano quod ita ſecet planum figuræ, ut interſectio, quæ hic eſt D D, ſit parallela oſcillationis axi; deturque diſtantia centri gravitatis figuræ ab hac interſectione, ut hic A D; itemque ſubcentrica cunei dicti ſuper eadem interſectione, quæ hic ſit D H. Habebitur centrum oſcillationis K, figuræ B D C, applicando rectangulum D A H ad diſtantiam F A; quoniam ex applicatione hac orietur diſtantia A K, qua centrum oſcillationis inferius eſt centro gravitatis. Eſt enim rectangulum D A H, multiplex ſecundum numerum particularum figuræ B C D, æquale quadratis diſtantiarum ab recta B A C, quæ per centrum gravitatis A parallela ducitur axi oſcillationis E F*. Quare, applicando idem rectangulum ad diſtantiam F A, orietur diſtantia A K, qua centrum oſcillationis inferius eſt centro gravitatis A*. TAB. XXII. Fig. 4. & 5.

* Prop. 10. huj.

* Prop. 18. huj.

Hinc manifeſtum eſt, ſi axis oſcillationis ſit D D, fieri centrum oſcillationis H punctum; adeoque longitudinem D H, penduli ſimplicis iſochroni figuræ B C D, eſſe tunc ipſam ſubcentricam cunei, abſciſſi plano per D D, ſuper ipſam D D. Quod unum ab aliis ante animadverſum fuit, non tamen demonſtratum.

Quomodo autem centra gravitatis cuneorum ſuper figuris planis inveniantur, perſequi non eſt inſtituti noſtri, & jam in multis nota ſunt. Velut, quod ſi figura B C D ſit circulus, erit D H æqualis $\frac{5}{8}$ diametri. Si rectangulum, erit D H ∞ $\frac{2}{3}$ diametri. Unde & ratio apparet cur virga, ſeu linea gravitate prædita, altero capite ſuſpenſa, iſochrona ſit pen-

 dulo

Digitized by Google

DE CENTRO OSCILLATIONIS.

dulo longitudinis ſubſeſquialteræ. Conſiderando nempe lineam ejusmodi, ac ſi eſſet rectangulum minimæ latitudinis.

Quod ſi figura triangulum fuerit, vertice ſurſum converſo, fit D H $\frac{1}{4}$ diametri. Si deorſum, $\frac{1}{2}$ diametri.

Quod autem propoſitione 16 demonſtratum fuit, id ad hujusmodi figuræ planæ motum ita pertinere ſciendum. Nempe, ſi aliam atque aliam poſitionem demus figuræ B C D, invertendo eam circa axem B A C, ut vel horizonti parallela jaceat, vel oblique inclinetur, manente eodem agitationis axe F E, etiam longitudo penduli iſochroni F K eadem manebit. Hoc enim ex propoſitione illa manifeſtum eſt.

TAB. XXIII. Fig. 1. & 2.

Porro quando figura plana, circa axem ad planum figuræ erectum, agitatur; quam vocavimus agitationem in latus; velut ſi figura B C D moveatur circa axem, qui per punctum F intelligitur ad planum D B C erectus; hic jam habenda eſt ſumma quadratorum a diſtantiis particularum omnium ab recta quæ per centrum gravitatis A intelligitur axi oſcillationis parallela; ſecundum ea quæ prop. 18. expoſita fuere. Hoc eſt ſumma quadratorum a diſtantiis ab ipſo A centro gravitatis, quoniam figura plana eſt. Sive etiam ſummæ quadratorum a diſtantiis tam ab recta B A C quam ab recta D A. Conſtat enim quadratum rectæ O A, quam pono eſſe diſtantiam unius cujusdam particulæ a centro A, æquari quadratis diſtantiarum O N, O V, quibus eadem particula abeſt a rectis B A C, D A *. Atqui ſumma quadratorum a diſtantiis ab recta B A C æquatur rectangulo D A H, ſi D H ſit ſubcentrica cunei ſuper figura abſciſſi per tangentem D D, parallelam B A *. item ſumma quadratorum a diſtantiis ab recta D A æquatur rectangulo B A L, ſi B L ſit ſubcentrica cunei abſciſſi per tangentem B D parallelam A D. Oportetque dari, præter figuræ centrum gravitatis A, ſubcentricamque H D cunei prioris, etiam ſubcentricam L B cunei poſterioris. Ita enim nota erunt rectangula D A H, B A L, quæ ſimul ſumpta faciunt hic ſpatium applicandum, quod deinceps etiam rectangulum oſcillationis vocabitur. Quod nempe, applicatum ad diſtantiam

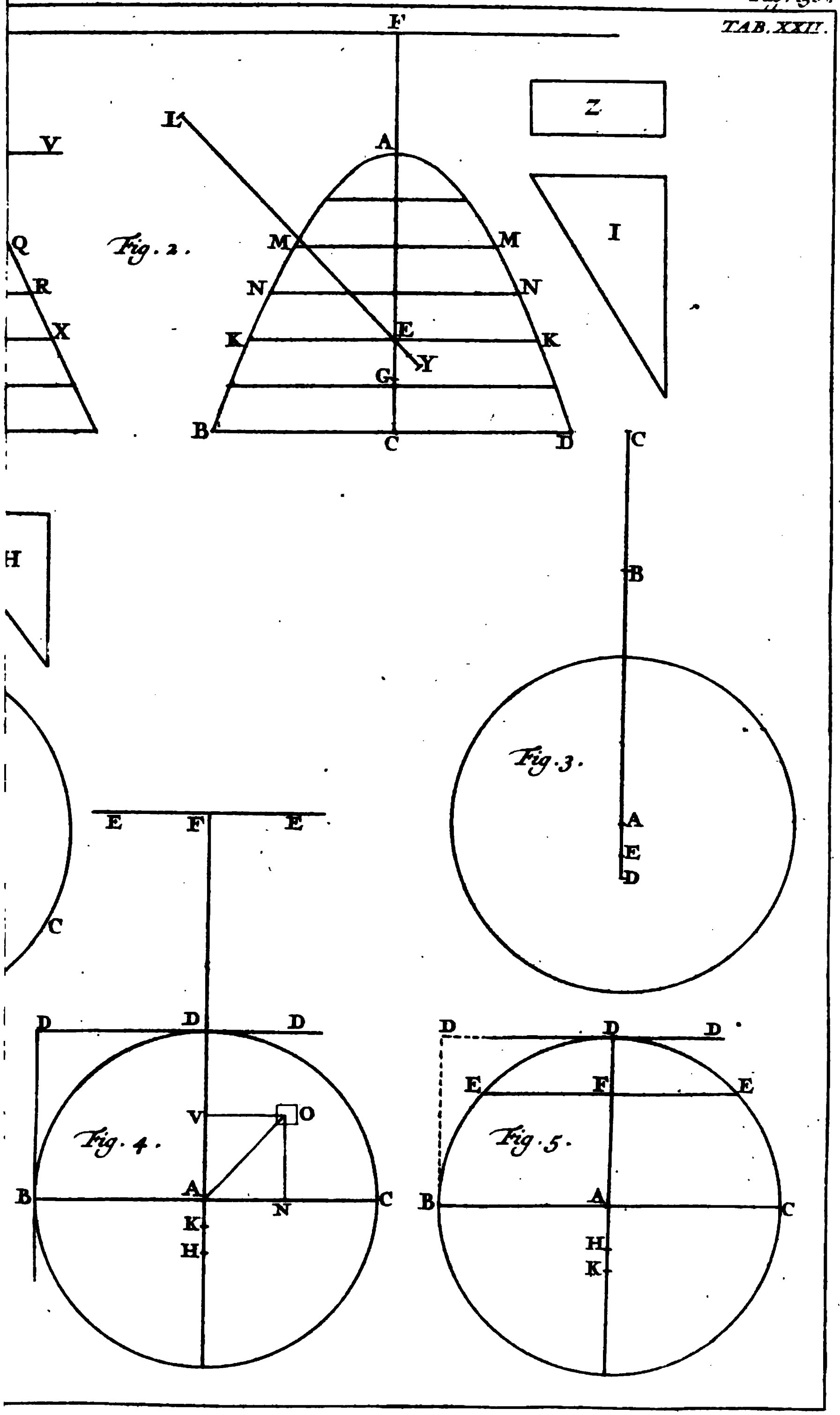
* Per 47. lib. 1. Elem.

* Prop. 10. huj.

F A,

Digitized by Google

TAB. XXII.



Digitized by Google

Digitized by Google

F A, dabit diſtantiam A K, qua centrum oſcillationis K inferius eſt centro gravitatis A. De centro oscillationis.

Si vero F A ſit axis figuræ B C D, poteſt, pro cuneo abſciſſo per B D ſuper figura tota, adhiberi cuneus ſuper figura dimidia D B M abſciſſus plano per D M. Nam, ſi cunei hujus ſubcentrica ſuper D M ſit O A, diſtantia vero centri gr. figuræ planæ D B M ab eadem D M ſit N A, æquale eſſe conſtat rectangulum O A N rectangulo B A L *. Itaque rectangulum O A N, additum rectangulo D A H, conſtituet quoque planum applicandum ad diſtantiam F A, ut fiat diſtantia A K. Tab. XXIII. Fig. 1. * Prop. 18. huj.

Et horum quidem manifeſta eſt demonſtratio ex præcedentibus, quippe cum rectangula D A H, B A L, vel D A H, O A N, multiplicia ſecundum numerum particularum figuræ, æqualia ſint quadratis diſtantiarum à centro gravitatis A; ſive, quod idem hic eſt, ab axe gravitatis axi oſcillationis parallelo; ac proinde rectangula dicta, ad diſtantiam F A applicata, efficiant longitudinem intervalli A K *. * Prop. 18. huj.

Centrum oſcillationis Circuli.

Et in circulo quidem rectangula D A H, B A L, inter ſe æqualia eſſe liquet, ſimulque efficere ſemiſſem quadrati à ſemidiametro. Unde, ſi fiat ut F A ad ſemidiametrum A B, ita hæc ad aliam, ejus dimidium erit diſtantia A K, à centro gravitatis ad centrum oſcillationis. Si igitur circulus ab axe D, in circumferentia ſumpto, agitetur, erit D K æqualis tribus quartis diametri D M.

Ad hunc modum & in ſequentibus figuris planis centra oſcillationis quæſivimus, quæ ſimpliciter adſcripſiſſe ſufficiet. Nempe,

Centrum oſcillationis Rectanguli.

In rectangulo omni, ut C B, ſpatium applicandum, ſive rectangulum oſcillationis, invenitur æquale tertiæ parti quadrati à ſemidiagonio A C. Unde ſequitur, ſi rectangulum Tab. XXIII. Fig. 3.

Digitized by Google

DE CENTRO OSCILLATIONIS.

ab aliquo angulorum ſuſpendatur, motuque hoc laterali agitetur, pendulum illi iſochronum eſſe $\frac{2}{3}$ diagonii totius.

Centrum oſcillationis Trianguli iſoſcelis.

TAB. XXIII. Fig. 4.

In triangulo iſoſcele, cujuſmodi C B D, ſpatium applicandum æquatur parti decimæ octavæ quadrati à diametro B E, & vigeſimæ quartæ quadrati baſeos C D. Unde, ſi ab angulo baſeos ducatur D G, perpendicularis ſuper latus D B, quæ occurrat productæ diametro B E in G; ſitque A centrum gravitatis trianguli; diviſoque intervallo G A in quatuor partes æquales, una earum A K apponatur ipſi B A; erit B K longitudo penduli iſochroni, ſi triangulum ſuſpendatur ex vetrice B. Cum autem ex puncto mediæ baſis E ſuſpenditur, longitudo penduli iſochroni E K æquabitur dimidiæ B G.

Atque hinc liquet, triangulum iſoſceles rectangulum, ſi ex puncto mediæ baſis ſuſpendatur, iſochronum eſſe pendulo longitudinem diametro ſuæ æqualem habenti. Similiterque, ſi ſuſpendatur ab angulo ſuo recto, eidem pendulo iſochronum eſſe.

Centrum oſcillationis Parabolæ.

In parabolæ portione recta, ſpatium applicandum æquatur $\frac{12}{175}$ quadrati axis, una cum quinta parte quadrati dimidiæ baſis. Cumque parabola ex verticis puncto ſuſpenſa eſt, invenitur penduli iſochroni longitudo $\frac{5}{7}$ axis, atque inſuper $\frac{1}{3}$ lateris recti. Cum vero ex puncto mediæ baſis ſuſpenditur, erit ea longitudo $\frac{4}{7}$ axis, & inſuper $\frac{1}{2}$ lateris recti.

Centrum oſcillationis Sectoris circuli.

TAB. XXIII. Fig. 5.

In circuli ſectore B C D, ſi radius B C vocetur r: ſemi arcus C F, p: ſemiſubtenſa C E, b: fit ſpatium applicandum æquale $\frac{1}{2} rr - \frac{4bbrr}{9pp}$, hoc eſt, dimidio quadrati B C, minus quadrato B A; ponendo A eſſe centrum gravitatis ſectoris. Tunc enim B A $\infty \frac{2br}{3p}$. Si autem ſuſpendatur ſector

ex

Digitized by Google

ex B, centro circuli ſui, ſit pendulum ipſi iſochronum $\frac{3pr}{4b}$, DE CENTRO OSCILLATIONIS.
hoc eſt, trium quartarum rectæ, quæ ſit ad radium B F ut arcus C F D ad ſubtenſam C D. Hæc autem inveniuntur cognitis ſubcentricis cuneorum; tum illius qui ſuper ſectore toto abſcinditur, plano ducto per B K parallelam ſubtenſæ C D, cujus cunei ſubcentricam ſuper B K invenimus eſſe $\frac{3}{4}r - \frac{3}{8}a + \frac{3pr}{8b}$, vocando a ſinum verſum E F; tum illius qui ſuper dimidio ſectore B F C abſcinditur plano per B F, cujus nempe cunei ſubcentricam ſuper B F invenimus $\frac{3}{8}b - \frac{3br}{8a} + \frac{3pr}{8a}$.

Sed & alia via, ſectoris centrum oſcillationis, facilius invenitur, quæ eſt hujuſmodi. Intelligatur ſectoris B C D TAB. XXIII. Fig. 6.
pars minima ſector B C P, qui trianguli loco haberi poteſt. Quadrata autem, à diſtantiis particularum ejus à puncto B, æqualia ſunt quadratis diſtantiarum ab recta B R, bifariam ſectorem dividente, una cum quadratis diſtantiarum ab recta B Q, quæ ipſi B R eſt ad angulos rectos. Sed, horum quadratorum ad illa, ratio quavis data eſt major, quoniam angulus C B P minimus; ideoque illa pro nullis habenda ſunt.

Poſitâ vero B O duarum tertiarum B R, hoc eſt, poſito O centro gravitatis trianguli B C P; & B N trium quartarum B R: ut nempe N ſit centrum gravitatis cunei, ſuper triangulo B C P abſciſſi plano per B Q. His poſitis, conſtat quadrata, à diſtantiis particularum trianguli B C P ab recta B Q, æquari rectangulo N B O multiplici ſecundum particularum ejuſdem trianguli numerum. Itaque rectangulum N B O, ita multiplex, æquale cenſendum quadratis diſtantiarum à puncto B particularum trianguli B C P. Sunt autem quadrata diſtantiarum harum, ad quadrata diſtantiarum totius ſectoris B C D, ſicut ſector B C P ad ſectorem B C D, hoc eſt, ſicut numerus particularum ſectoris B C P, ad numerum particularum ſectoris B C D; hoc enim facile intelligitur, eo quod ſector B C D dividatur in ſectores qualis B C P. Ergo rectangulum N B O, multiplex ſecundum nume-

Digitized by Google

De centro oscillationis.

numerum particularum ſectoris B C D, æquale erit quadratis diſtantiarum particularum ejus à puncto B. Ideoque rectangulum N B O, applicatum ad B A, diſtantiam inter ſuſpenſionem & centrum gravitatis ſectoris, dabit longitudinem penduli iſochroni, cum ſector ex B ſuſpenditur *. Eſt autem rectangulum N B O $\infty \frac{1}{2} rr$: diſtantia autem B A, ut jam ante diximus, $\infty \frac{2br}{3p}$. Unde, facta applicatione, oritur $\frac{3pr}{4b}$, longitudo penduli iſochroni, ut ante quoque inventa fuit.

* Prop. 17. huj.

Centrum oſcillationis Circuli, aliter quam ſupra.

Tab. XXIV. Fig. 1.

Eodem modo etiam ſimpliciſſime, in circulo, centrum oſcillationis invenire licet. Sit enim circulus G C F, cujus centrum B; ſectorque in eo minimus intelligatur B C P, ſicut ante in ſectore B C D.

Cum igitur, ſecundum modo expoſita, quadrata, à diſtantiis particularum ſectoris B C P ad centrum B, æquentur rectangulo N B O, hoc eſt, dimidio quadrato radii, multiplici ſecundum ſectoris ipſius particularum numerum; circulus autem ex ejusmodi ſectoribus componatur; erunt proinde quadrata, à diſtantiis particularum circuli totius ad centrum B, æqualia dimidio quadrato radii, multiplici ſecundum numerum earundem circuli particularum.

Eſt autem B centrum gravitatis circuli. Ergo dictum dimidium quadratum radii, hic erit ſpatium applicandum diſtantiæ inter ſuſpenſionem & centrum B, ut habeatur intervallum, quo centrum oſcillationis inferius eſt ipſo centro B *. quod & ſupra ita ſe habere oſtendimus.

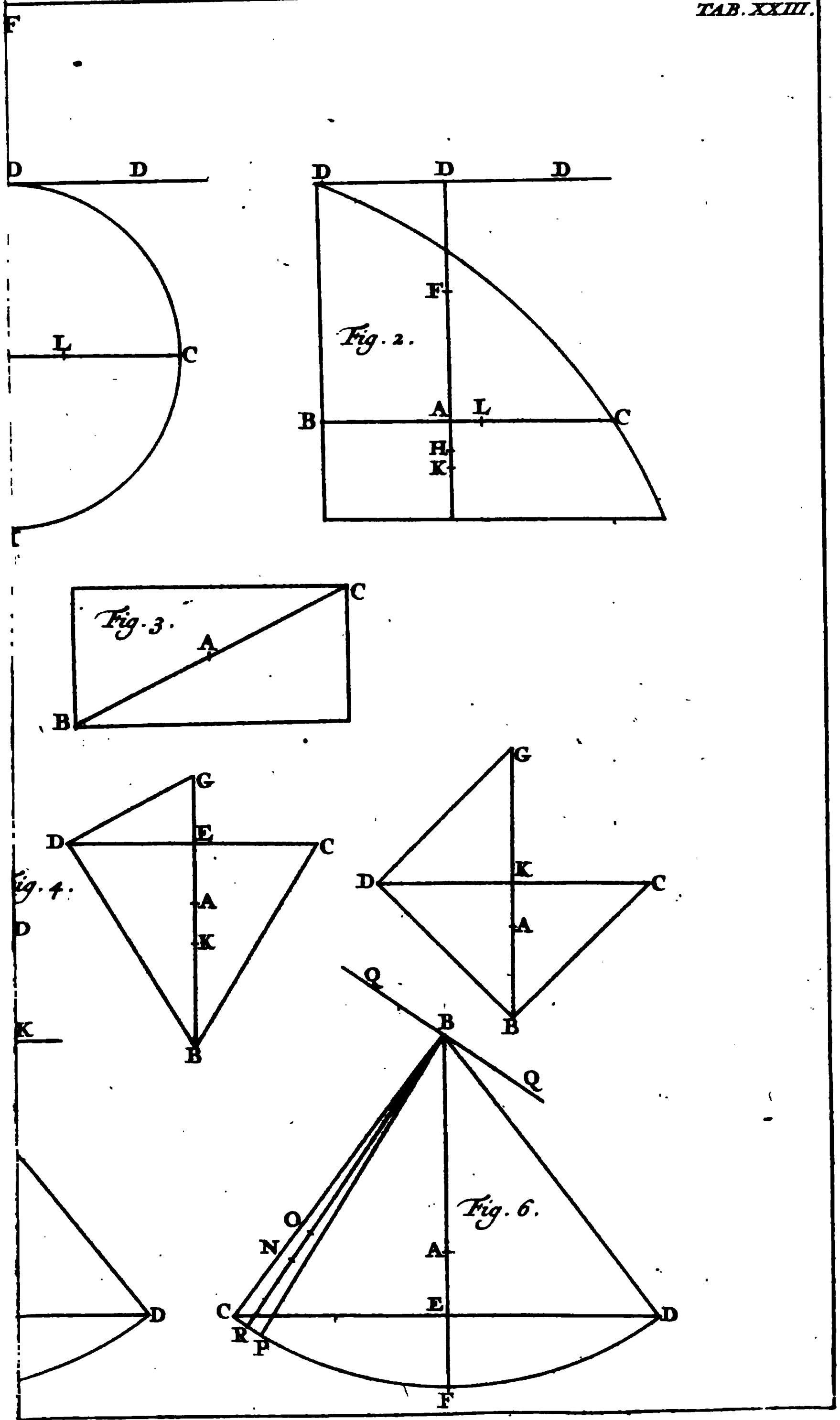
* Prop. 18. huj.

Centrum oſcillationis Peripheriæ circuli.

Tab. XXIV. Fig. 2.

Facilius etiam, centrum oſcillationis circumferentiæ circuli, hoc pacto reperitur. Eſto enim circumferentia deſcripta centro B, radio B R. Quadratum igitur B R, multiplex ſecundum numerum particularum in quas circumferentia diviſa intelligitur, æquatur quadratis à diſtantiis omnium earum

TAB. XXIII.



Digitized by Google

Digitized by Google

earum particularum ad centrum B. Quare quadratum B R erit hic ſpatium applicandum*. Patetque hinc, ſi ſuſpenſio ſit ex G, puncto circumferentiæ, penduli iſochroni longitudinem æquari diametro G F. DE CENTRO OSCILLATIONIS. * Prop. 18. huj.

Centrum oſcillationis Polygonorum ordinatorum.

Haud abſimiliter & polygono cuivis ordinato, ut A B C, pendulum iſochronum invenitur. Fit enim, ſpatium applicandum, æquale ſemiſſi quadrati perpendicularis ex centro in latus polygoni, una cum vigeſima quarta parte quadrati lateris. At, ſi perimetro polygoni pendulum iſochronum quæratur, fit ſpatium applicandum æquale quadrato perpendicularis à centro in latus, cum duodecima parte quadrati lateris. TAB. XXIV. Fig. 3.

Loci plani & ſolidi uſus in hac Theoria.

Eſt præterea & Locorum contemplatio in his non injucunda. Ut ſi propoſitum ſit, dato puncto ſuſpenſionis A, & longitudine A B, invenire locum duorum ponderum æqualium C, D, æqualiter ab A & à perpendiculari A B diſtantium, quæ agitata circa axem in A, perpendicularem plano per A C D, iſochrona ſint pendulo ſimplici longitudinis A B. TAB. XXIV. Fig. 4.

Ponatur A B ∞ a, ductâque C D, quæ ſecet A B ad angulos rectos in E, ſit A E indeterminata ∞ x: E C vel E D ∞ y. Ergo quadratum A C ∞ $xx + yy$. Hoc vero multiplex ſecundum numerum particularum ponderum C, D, quæ hic minima intelliguntur, æquatur quadratis diſtantiarum earundem particularum ab axe ſuſpenſionis A. Ergo quadratum A C, ſive $xx + yy$, applicatum ad diſtantiam A E, quæ nempe eſt inter axem ſuſpenſionis & centrum gravitatis ponderum C, D, efficiet $\frac{xx+yy}{x}$, longitudinem penduli iſochroni*; quam propterea oportet æqualem eſſe A B ſive a. Itaque $\frac{xx+yy}{x}$ ∞ a. Et yy ∞ $ax - xx$. Unde patet, locum punctorum C & D, eſſe circumferentiam circuli, cu- * Prop. 17. huj.

jus centrum F, ubi A B bifariam dividitur, radius autem $\propto \frac{1}{2} a$, ſive F A. Ergo, ubicunque in circumferentia A C B D duo pondera æqualia, æqualiter ab A diſtantia, ponentur, ea, ex A agitata, iſochrona erunt pendulo longitudinem habenti æqualem diametro A B.

Atque hinc manifeſtum quoque, & circumferentiam A C B D, ſi gravitas ei tribuatur, & quamlibet ejus portionem, æqualiter in A vel B diviſam, & ab axe per A ſuſpenſam, eidem pendulo A B iſochronam eſſe.

Tab. XXIV. Fig. 5. Loci vero ſolidi exemplum eſto hujusmodi. Sit A N linea inflexilis ſine pondere. Propoſitumque ſit, ad punctum in ea acceptum, ut M, affigere ipſi ad angulos rectos lineam, ſeu virgam, pondere præditam O M L, ad M bifariam diviſam, cujus in latus agitatæ oſcillationes, ex ſuſpenſione A, iſochronæ ſint pendulo ſimplici longitudinis A N.

Ducatur O H parallela A N, & A H parallela O M, & ſit O R æqualis $\frac{2}{3}$ O L. Itaque cunei ſuper recta O L, abſciſſi plano per O H ducto, ſubcentrica erit O R. Sed cunei alterius ſuper eadem O L, abſciſſi plano per rectam A H, (eſt autem cuneus hic nihil aliud quam rectangulum) ſubcentrica erit ipſa A M. Quare rectangulum illud, quod ſupra Oſcillationis vocavimus, erit ſolum rectangulum O M R. quod nempe, applicatum ad longitudinem A M, dabit diſtantiam centri oſcillationis lineæ O L, ex A ſuſpenſæ, infra punctum M.

Sit jam A N $\propto a$: A M $\propto x$: M O vel M L $\propto y$. Eſt ergo rectangulum O M R $\propto \frac{1}{3} yy$. quo applicato ad A M, fit $\frac{1yy}{3x}$. quæ longitudo itaque ipſi M N æqualis eſſe debebit, cum velimus centrum oſcillationis virgæ O L eſſe in N. Fit ergo æquatio $\frac{1yy}{3x} + x \propto a$. Unde $y \propto \sqrt{3ax - 3xx}$. Quod ſignificat puncta O & L eſſe ad Ellipſin, cujus axis minor A N; latus rectum vero, ſecundum quod poſſunt ordinatim ad axem hunc applicatæ, ipſius A N triplum.

Hinc vero manifeſtum fit, cum omnis virga ipſi O L parallela, & ad Ellipſin hanc terminata, oſcillationes iſochronas

Digitized by Google

nas habeat pendulo ſimplici A N, etiam totum Ellipſeos planum, ex A ſuſpenſum & in latus agitatum, ipſi A N pendulo iſochronum fore. Sed & partem Ellipſeos quamlibet, quæ lineis una vel duabus, ad A N perpendicularibus, abſcindetur. DE CENTRO OSCILLATIONIS.

Cæterum adſcribemus & aliud loci plani exemplum, in quo nonnulla notatu digna occurrunt.

Sit virga A B ponderis expers, ſuſpenſa ex A; oporteatque, ad datum in ea punctum B, affigere triangula duo paria, & paribus angulis ab axe A B recedentia, quorum anguli ad B minimi, ſive infinite parvi exiſtimandi, quæque, ita ſuſpenſa ab A, oſcillationes iſochronas faciant pendulo ſimplici datæ longitudinis A L. TAB. XXIV. Fig. 6.

Hic, ducta C G perpendiculari in B G, & ponendo A B $\propto a$; A L $\propto b$; B G $\propto x$; C G $\propto y$: invenitur æquatio $y \propto \sqrt{2ab - 2aa - \frac{8}{3}ax + \frac{4}{3}bx - xx}$. ex qua patet, baſes triangulorum C, & D, quæ baſes hic ut puncta conſiderantur, eſſe ad circuli circumferentiam; quia nempe habetur terminus ſimplex $-xx$.

Licet autem hic animadvertere, quod ſi a ſit nihilo æqualis, hoc eſt, ſi punctum, ubi affiguntur trianguli B C, B D, ſit idem cum puncto A; tum futura ſit æquatio $y \propto \sqrt{\frac{4}{3}bx - xx}$. Ac proinde, hoc caſu, ſi ſumatur A O $\propto \frac{2}{3}b$, hoc eſt, $\propto \frac{2}{3}$ A L, centroque O per A circulus deſcribatur A D N; erunt baſes triangulorum A C, A D, ad illius circumferentiam. Cum igitur quælibet duo triangula acutiſſima, quæ ex A ad circumferentiam A C N D conſtituuntur, magnitudine & ſitu ſibi reſpondentia, centrum oſcillationis habeant punctum L, poſitâ A L $\propto \frac{3}{4}$ diametri A N; cumque circulus totus ex ejuſmodi triangulorum paribus componatur; uti & portio ejus quælibet, ut A C N D, latera A C, A D æqualia habens; manifeſtum eſt, tum circuli totius, tum portionis qualem diximus, centrum oſcillationis eſſe in L. TAB. XXV. Fig. 1.

Rurſus, ſi in æquatione inventa ponatur $\frac{8}{3}a \propto \frac{4}{3}b$, ſeu TAB. XXV. Fig. 2.

DE CENTRO OSCILLATIONIS. $z\,a \propto b$; hoc eſt, ſi triangula affigi intelligantur in B, quod longitudinem A L ſecet bifariam, erit $y \propto \sqrt{2aa - xx}$. quæ æquatio docet, quod ſi centro B, radio qui poſſit duplum B A, circumferentia deſcribatur, ea erit locus baſium triangulorum acutiſſimorum B C, B D, quorum nempe, ex A ſuſpenſorum, centrum oſcillationis erit L punctum. Cumque & circulus totus, & ſector ejus quilibet, axem habens in recta A L, ex hujuſmodi triangulorum paribus componatur, manifeſtum eſt & horum, ex A ſuſpenſorum, centrum oſcillationis eſſe punctum L.

Adeoque quilibet circuli ſector, ſuſpenſus à puncto quod diſtet, à centro circuli ſui, ſemiſſe lateris quadrati circulo inſcripti, pendulum iſochronum habebit toti eidem lateri æquale. Atque ita, hoc uno caſu, abſque poſita dimenſione arcus, pendulum ſectori iſochronum invenitur.

TAB. XXV. Fig. 3. & 4. Porro, ad univerſalem conſtructionem æquationis primæ, $y \propto \sqrt{2ab - 2aa - \frac{2}{3}ax + \frac{4}{3}bx - xx}$, dividatur A L bifariam in E, & adponatur ad B E pars ſui tertia E F; eritque F centrum deſcribendi circuli; radius autem F O æqualis ſumendus ei, quæ poteſt duplum differentiæ quadratorum A E, E F.

Si itaque, ex puncto B, ad deſcriptam circumferentiam triangula duo paria acutiſſima conſtituantur, ut B C, B D; illorum, ex A ſuſpenſorum, centrum oſcillationis erit L. Quare & portionis cujuslibet deſcripti circuli, cujus portionis vertex ſit in B, axis vero in recta A L, quales ſunt utraque C B D; poſita ſuſpenſione ex A; centrum oſcillationis idem punctum L eſſe conſtat. Atque adeo etiam circuli ſegmentorum K O N, K M N, quæ facit recta K B N perpendicularis ad A B.

Et hæc quidem de motu laterali planorum, ac linearum, animadvertiſſe ſufficiat. Quibus hoc tantum addimus; inventis centris oſcillationis figurarum rectarum, ſeu quæ æqualiter ad axem utrinque conſtitutæ ſunt; ut trianguli iſoſcelis, vel parabolicæ ſectionis rectæ; etiam obliquarum,

quæ

Digitized by Google

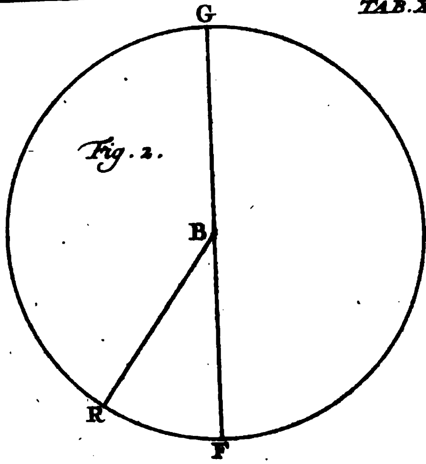


Fig. 2.

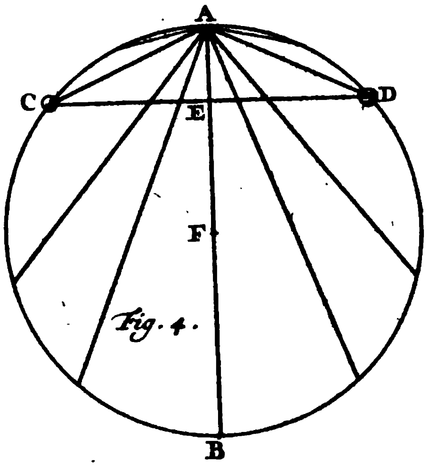


Fig. 4.

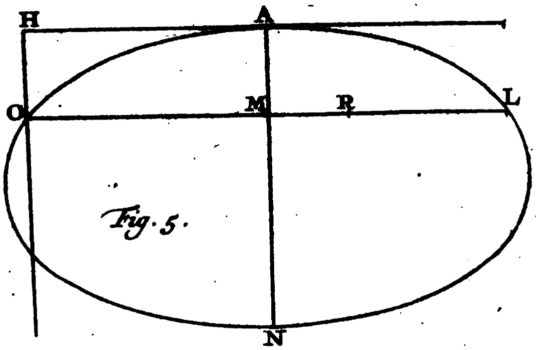
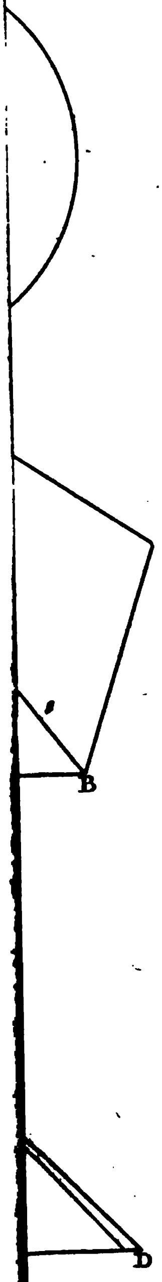


Fig. 5.



Digitized by Google

quæ velut luxatione illarum efficiuntur, ut trianguli ſcaleni, & parabolæ non rectæ, centra oſcillationis haberi. Ut ſi, exempli gratia, triangulum B A C iſoſceles, cujus axis A D, à puncto E ſuſpenſum intelligatur; ſit vero & aliud triangulum ſcalenum F A G, axem eundem habens A D, & baſin F G æqualem baſi B C; etiam hoc triangulum, ex E ſuſpenſum, priori B A C iſochronum eſſe dico. De centro oscilla-tionis. TAB. XXVII. Fig. 1.

Quia enim virga, ſeu linea gravis, F G, affixa virgæ ſine pondere E D in D, ſitu obliquo, ſuſpenſaque ex E, iſochrona eſt virgæ B C, ſimiliter in D affixæ *; idemque evenit in virgis cæteris trianguli utriusque, quæ axem A D ſecant in iisdem punctis, atque inter ſe æquales ſunt: neceſſe eſt tota triangula, quæ ex lineis, ſeu virgis iisdem compoſita intelligi poſſunt, iſochrona eſſe. In aliis figuris ſimilis eſt demonſtratio. * Prop. 16. huj.

PROPOSITIO XXII.

Quomodo, in ſolidis figuris, oſcillationis centra inveniantur.

In ſolidis porro figuris facile quoque, per ante demonſtrata, centrum oſcillationis invenire licebit. Si enim ſit ſolidum A B C, ſuſpenſum ab axe, qui, per punctum E, intelligitur hujus paginæ plano ad rectos angulos; centrum autem gravitatis ſit F: ductis jam per F planis E F D, G F H, quorum poſterius ſit horizonti parallelum, alterum vero per axem E transeat; inventisque, per propoſitionem 14, ſummis quadratorum à diſtantiis particularum ſolidi A B C à plano G F H, itemque à plano E F D; hoc eſt, inventis rectangulis utrisque, quæ, multiplicia ſecundum numerum dictarum particularum, æqualia ſint dictis quadratorum ſummis; rectangula hæc applicata ad diſtantiam E F, qua nempe axis ſuſpenſionis diſtat à centro gravitatis, dabunt intervallum F K, quo centrum agitationis K inferius eſt centro gravitatis F. Hoc enim patet ex propoſitione 18. Dabimus autem & horum exempla aliquot. TAB. XXVII. Fig. 5.

 Cen-

DE CENTRO OSCILLATIONIS.

Centrum oſcillationis in Pyramide.

TAB. XXVI. Fig. 1.

Sit primum A B C pyramis, verticem habens A, axem A D, baſin vero quadratum, cujus latus B C. ponaturque agitari circa axem qui, per verticem A, ſit hujus paginæ plano ad angulos rectos.

Hic figura plana proportionalis O V V, à latere adponenda, ſecundum propoſitionem 14, conſtabit ex reſiduis parabolicis O P V, quæ nempe ſuperſunt, cum, à rectangulis Ω P, auferuntur ſemiparabolæ O V Ω, verticem habentes O.

Sicut enim inter ſe ſectiones pyramidis B C, N N, ita quoque rectæ V V, R R, ipſis in figura plana reſpondentes. & ſicut centrum gravitatis E diſtat, à vertice pyramidis, tribus quartis axis A D, ita quoque centrum gravitatis F, figuræ O V V, diſtabit tribus quartis diametri O P à vertice O.

Intellecto porro horizontali plano N E, per centrum gravitatis pyramidis A B C, quod idem figuram O V V ſecet ſecundum R F; inventâque ſubcentricâ cunei, ſuper figura O V V abſciſſi plano per O Ω, quæ ſubcentrica ſit O G, (eſt autem $\frac{4}{5}$ diametri O P) erit rectangulum O F G, multiplex per numerum particularum figuræ O V V, æquale quadratis diſtantiarum ab recta R F *, ac proinde quoque quadratis diſtantiarum à plano N E, particularum ſolidi A B C. Fit autem rectangulum O F G æquale $\frac{3}{80}$ quadrati O P, vel quadrati A D.

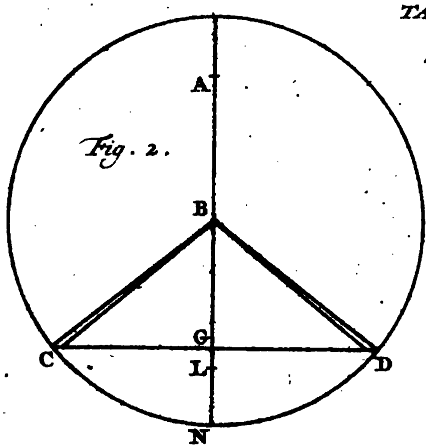
* Prop. 10. huj.

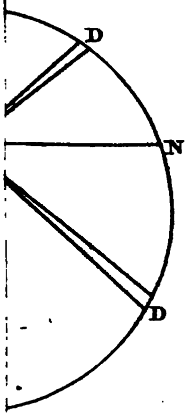
Deinde, ad inveniendam ſummam quadratorum à diſtantiis à plano A D, noſcenda primo ſubcentrica cunei, ſuper quadratâ baſi pyramidis B C abſciſſi, plano per rectam quæ in B intelligitur axi A parallela; quæ ſubcentrica ſit B K; eſtque $\frac{2}{3}$ B C. Noſcenda item diſtantia centr. gr. dimidiæ figuræ O P V ab O P; quæ ſit Φ P; eſtque $\frac{3}{10}$ P V. Inde, diviſà bifariam P V in Δ, ſi fiat ut Δ P ad P Φ, hoc eſt, ut 5 ad 3, ita rectangulum B D K, quod eſt $\frac{1}{12}$ quadrati B C, ad aliud ſpatium Z; erit hoc, multiplex ſecundum nu-

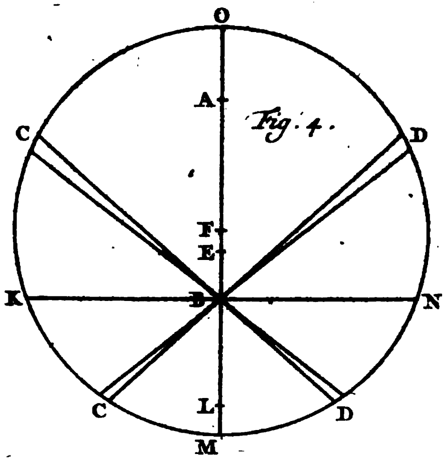
Digitized by Google

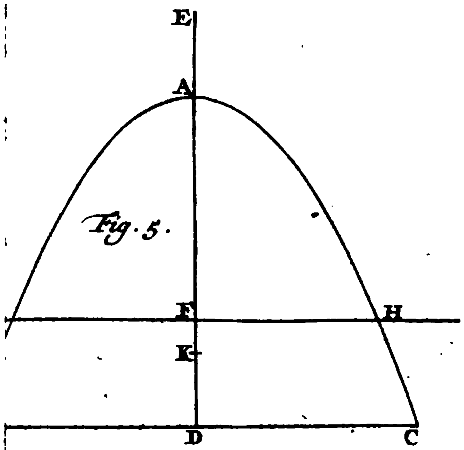
TAB. XXV.











Digitized by Google

Digitized by Google

numerum particularum ſolidi A B C, æquale quadratis diſtantiarum à plano A D*. Apparet autem, fieri ſpatium Z æquale $\frac{1}{20}$ quadrati B C.

* Prop. 15. huj.

Itaque, totum ſpatium applicandum, æquatur hic $\frac{3}{80}$ quadrati A D, cum $\frac{1}{20}$ quadrati B C. Unde, ſi ſuſpenſio, ut hic, poſita fuerit in A, vertice pyramidis, ideoque diſtantia, ad quam applicatio facienda, A E æqualis $\frac{3}{4}$ A D; fiet hinc E S, intervallum quo centrum agitationis inferius eſt centro gravitatis, æquale $\frac{1}{20}$ A D, atque inſuper $\frac{1}{15}$ tertiæ proportionalis duabus A D, B C. ſive tota A S æqualis $\frac{4}{5}$ A D, præter dictam $\frac{1}{15}$ tertiæ proportionialis.

Centrum oſcillationis Coni.

Quod ſi A B C conus fuerit, omnia eodem modo ſe habebunt, niſi quod ſpatium Z hic ſit æquale rectangulo $\Delta P \Phi$ *, hoc eſt $\frac{3}{20}$ quadrati P V vel B D, ſive $\frac{3}{80}$ quadrati B C. Quare, totum ſpatium applicandum, in cono erit $\frac{3}{80}$ quadrati A D, una cum $\frac{3}{80}$ quadrati B C. Ac proinde, poſita ſuſpenſione ex vertice A, fiet E S, qua centrum agitationis inferius eſt centro gravitatis, æqualis $\frac{1}{20}$ A D, & $\frac{1}{20}$ tertiæ proportionalis duabus A D, B C. ſive tota A S æqualis $\frac{4}{5}$ A D, una cum $\frac{1}{5}$ tertiæ proportionalis duabus A D, D B. Atque hinc manifeſtum eſt, ſi A D, D B æquales ſint, hoc eſt, ſi conus A B C ſit rectangulus, fieri A S æqualem axi A D.

* Prop. 15. huj.

Sequitur quoque porro, ex propoſitione 20, conum hunc rectangulum, ſi ex D centro baſeos ſuſpendatur, iſochronum fore ſibi ipſi ex vertice A ſuſpenſo, quemadmodum & de triangulo rectangulo ſupra oſtenſum fuit.

Centrum oſcillationis Sphæræ.

Si A B C ſit ſphæra, erit figura plana proportionalis, à latere adponenda, O V H, ex parabolis compoſita, quarum baſis communis O H, æqualis ſphæræ diametro A D. Sectâ vero ſphærâ planis per centrum E, quorum B C ſit

Tab. XXVI. Fig. 2.

horiſ-

DE CENTRO OSCILLATIONIS. horizonti parallelum, A D vero verticale: ut inveniatur ſumma quadratorum à diſtantiis à plano A D, noſcenda eſt diſtantia centri gr. parabolæ O V H ab O H, quæ ſit Φ P, eſtque $\frac{2}{5}$ V P. Deinde, diviſâ P V biſariam in Δ, conſtat rectangulum Δ P Φ, multiplex per numerum particularum ſphæræ A B C, æquari quadratis diſtantiarum à plano A D *. Eſt autem rectangulum Δ P Φ æquale $\frac{1}{5}$ quadrati P V, vel quadrati B E.

* Prop. 15. in fine.

Atqui, quadrata diſtantiarum à plano B C, æqualia eſſe liquet quadratis diſtantiarum à plano A D, ac proinde eidem rectangulo Δ P Φ, multiplici per dictum particularum numerum. Ergo ſpatium applicandum, in ſphæra A B C, erit duplum rectanguli Δ P Φ; ideoque æquale $\frac{2}{5}$ quadrati à radio E B.

Itaque, ſi ſphæra ſuſpenſa ſit ex puncto in ſuperficie ſua A, erit E S, à centro ſphæræ E ad centrum agitationis S, æqualis $\frac{2}{5}$ ſemidiametri A E. Totaque A S æqualis $\frac{7}{10}$ diametri A D. Si vero ex puncto alio, ut L, ſphæra ſuſpenſa ſit; erit E S æqualis $\frac{2}{5}$ tertiæ proportionalis duabus L E, E B.

Centrum oſcillationis Cylindri.

In cylindro, invenimus ſpatium applicandum æquari $\frac{1}{12}$ quadrati altitudinis, una cum $\frac{1}{4}$ quadrati à ſemidiametro baſis. Unde, ſi cylindrus à centro baſis ſuperioris ſuſpendatur, fit longitudo penduli iſochroni æqualis $\frac{2}{3}$ altitudinis, una cum ſemiſſe ejus, quæ ſit ad ſemidiametrum baſis ut hæc ad altitudinem.

Centrum oſcillationis Conoidis Parabolici.

In conoide parabolico, rectangulum oſcillationis eſt $\frac{1}{18}$ quadrati altitudinis, cum $\frac{1}{6}$ quadrati à ſemidiametro baſis. Unde, ſi à puncto verticis fuerit ſuſpenſum, fit longitudo penduli iſochroni $\frac{3}{4}$ axis, cum $\frac{1}{4}$ ejus quæ ſit ad ſemidiametrum baſis, ſicut hæc ad axem, id eſt, una cum $\frac{1}{4}$ lateris recti parabolæ genitricis.

Cen-

Digitized by Google

Centrum oſcillationis Conoidis Hyperbolici.

In conoide quoque hyperbolico centrum oſcillationis inveniri poteſt. Si enim, exempli gratia, ſit conoides cujus ſectio per axem, hyperbola B A B; axem habens A D, latus tranſverſum A F: erit figura plana ipſi proportionalis B K A K B, contenta baſi B B, & parabolicæ lineæ portionibus ſimilibus A K B, quæ parabolæ per verticem A tranſeunt, axemque habent G E, dividentem biſariam latus tranſverſum A F, ac parallelum baſi B B. Et hujus quidem figuræ B K A K B, centrum gravitatis L, tantum diſtat à vertice A, quantum centrum gravitatis conoidis A B B; eſtque axis A D ad A L, ſicut tripla F A cum dupla A D, ad duplam F A cum ſeſquialtera A D. Deinde & diſtantia centri gr. figuræ dimidiæ A D B K, ab A D, inveniri poteſt, atque etiam ſubcentrica cunei ſuper figura B K A K B, abſciſſi plano per A P, parallelam B B; hujus inquam cunei ſubcentrica, ſuper ipſa A P, inveniri quoque poteſt; atque ex his conſequenter centrum agitationis conoidis, in quavis ſuſpenſione; dummodo axis, circa quem movetur, ſit baſi conoidis parallelus. Atque invenio quidem, ſi axis A D lateri tranſverſo A F æqualis ponatur, ſpatium applicandum æquari $\frac{1}{20}$ quadrati A D, cum $\frac{31}{100}$ quadrati D B. Tunc autem A L eſt $\frac{7}{10}$ A D. TAB. XXVI. Fig. 3.

Unde, ſi conoides hujuſmodi ex vertice A ſuſpendatur, invenitur longitudo penduli iſochroni, A S, æqualis $\frac{27}{35}$ A D, cum $\frac{31}{175}$ tertiæ proportionalis duabus A D, D B.

Centrum oſcillationis dimidii Coni.

Denique & in ſolidis dimidiatis quibuſdam, quæ fiunt ſectione per axem, centrum agitationis invenire licebit. Ut ſi ſit conus dimidiatus A B C, verticem habens A, diametrum ſemicirculi baſeos B C: ejus quidem centrum gravitatis D notum eſt, quoniam A D eſt $\frac{3}{4}$ rectæ A E, ita dividentis B C in E, ut, ſicut quadrans circumferentiæ circuli TAB. XXVII. Fig. 2.

Digitized by Google

DE CENTRO OSCILLATIONIS.

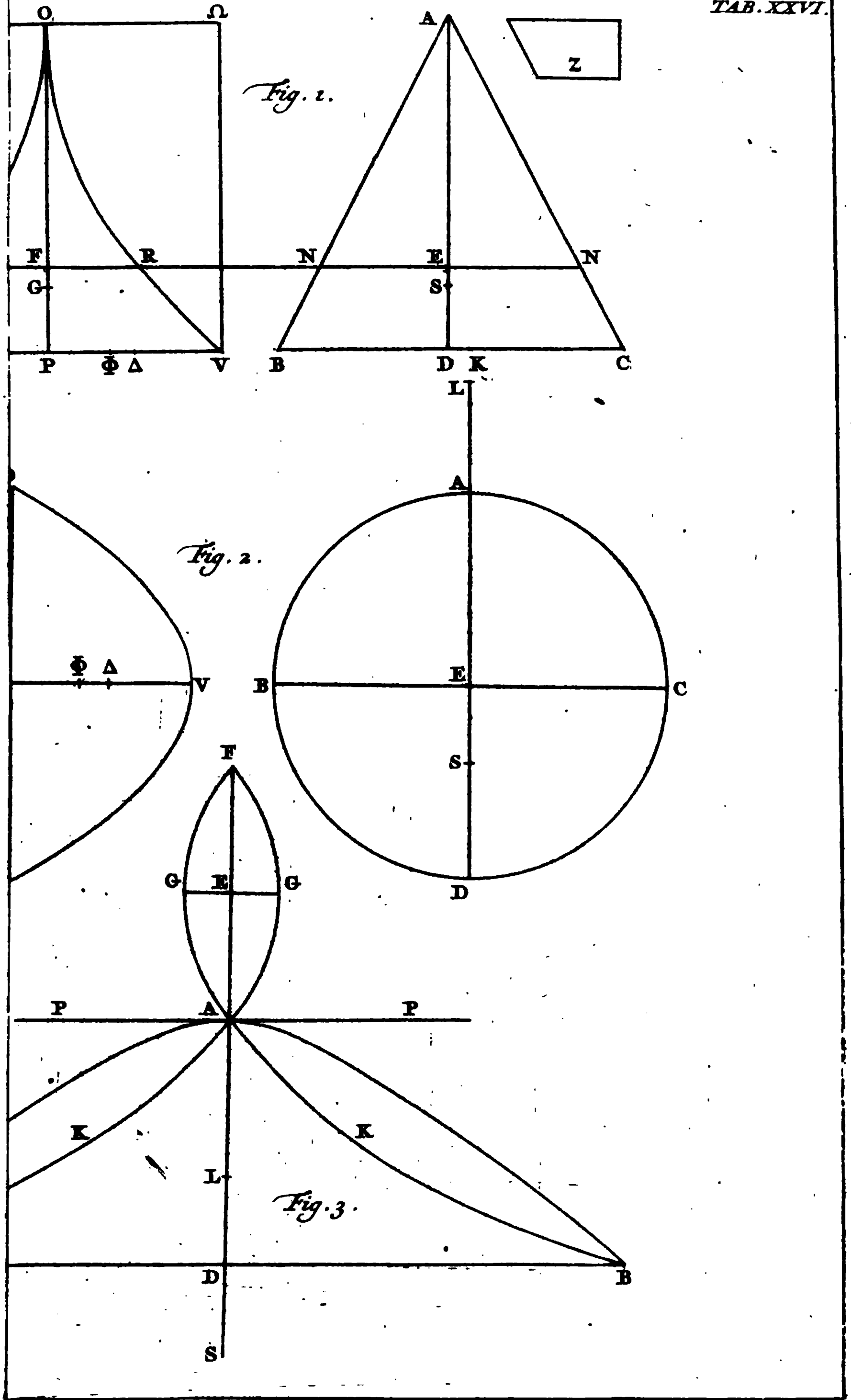
ad radium, ita ſint $\frac{2}{3}$ C B ad B E. Tunc enim E eſt centrum gravitatis ſemicirculi baſeos, ideoque in A E centra gravitatis omnium ſegmentorum ſemiconi A B D, baſi parallelorum.

Et figura quidem porro proportionalis à latere ponenda, O V V, eadem eſt quæ in cono toto ſupra deſcripta fuit: per quam nempe invenietur ſumma quadratorum, à diſtantiis particularum ſemiconi à plano horizontali N D, per centrum gravitatis ducto. Verum quadrata diſtantiarum, à plano verticali M D O, ut colligantur, altera quoque figura proportionalis S Y Z, ſicut ſupra prop. 14. adhibenda eſt, cujus nempe ſectiones verticales, exhibeant lineas proportionales ſectionibus ſibi reſpondentibus in ſemicono A B C. & hujus figuræ cognoſcenda eſt diſtantia centri gr. F ab S Y, quam æqualem eſſe conſtat diſtantiæ D N, centri gr. ſemiconi à plano trianguli A B. poſitâque H G ſubcentricâ cunei abſciſſi ſuper figura S Z Y, ducto plano per S Y, noſcendum eſt rectangulum G F H, cujus nempe multiplex, ſecundum numerum particularum ſemiconi A B C, æquabitur quadratis diſtantiarum ſemiconi in planum M D O. Licebit vero cognoſcere rectangulum illud G F H, etiamſi ſubcentricæ H G longitudo ignoretur, hoc modo.

Diximus ſupra, cum de cono ageremus, quadrata diſtantiarum à plano per axem ejus, æquari $\frac{3}{80}$ quadrati à diametro baſis, ſive $\frac{3}{20}$ quadrati à ſemidiametro, multiplicis per numerum particularum coni totius. Unde & hic, in ſemicono A B C, quadrata diſtantiarum à plano A B æqualia erunt $\frac{3}{20}$ quadrati B C, multiplicis per numerum particularum ipſius ſemiconi. Sed & rectangulum H G F, multiplex per numerum particularum ſemiconi A B C, æquatur quadratis diſtantiarum à plano A B, ut patet ex propoſitione 9. Ergo rectangulum H G F æquale $\frac{3}{20}$ quadrati B C. Ponendo autem A B ∞ a; B C ∞ b; & quadrantem circumferentiæ, radio B C deſcriptæ, ∞ q; fit E B ∞ $\frac{2bb}{3q}$. Cujus cum N D tribus quartis æquetur, fiet proinde N D, ſive G F ∞ $\frac{1bb}{2q}$.

Cujus

TAB. XXVI.


O
Ω
A
Z
Fig. 1.
F
R
N
E
N
G
S
P
Φ Δ
V
B
D K
C
L
A
Fig. 2.
Φ Δ
V
B
E
C
S
F
D
G
E
G
P
A
P
K
K
L
Fig. 3.
D
B
S

Digitized by Google

Cujus quadratum auferendo à rectangulo H G F, quod erat $\frac{3}{20}$ quadrati B C, fiet rectangulum G F H ∞ $\frac{3}{20} bb - \frac{1 b^4}{4qq}$. Hoc autem rectangulum, multiplex per numerum particularum ſemiconi A B C, æquatur quadratis diſtantiarum à plano M D O. At quadratis diſtantiarum à plano N D æquantur, ut in cono, $\frac{3}{80}$ quadrati A B, ſive $\frac{3}{80} aa$, multiplices per numerum particularum ſemiconi A B C. Itaque, totum ſpatium applicandum, æquabitur hic $\frac{3}{80} aa + \frac{3}{20} bb - \frac{1 b^4}{4qq}$.

De centro oscillationis.

Unde quidem centrum agitationis invenitur in omni ſuſpenſione ſemiconi, dummodo ab axe qui ſit parallelus baſi trianguli à ſectione A B. Notandum vero, cum figura S Z Y ſit ignotæ prorſus naturæ, ſubcentricam tamen G H, cunei ſuper ipſa abſciſſi plano per S Y, hinc inveniri. Nam, quia rectangulum H G F æquale erat $\frac{3}{20} bb$, ſive quadrati B C, & G F æqualis $\frac{1 bb}{2 q}$, fit inde G H æqualis $\frac{3}{10} q$.

Porro, etiam ſemicylindri, & ſemiconoidis parabolici, centra agitationis inveniri poſſunt, atque aliorum inſuper ſemiſolidorum; quæ aliis inveſtiganda relinquimus.

Quemadmodum autem in figuris planis, ita & hic in ſolidis figuris locum habet, quod de obliquarum centris agitationis illic diximus, quæ veluti luxatione rectarum conſtituuntur, quarum centra oſcillationis non differunt à centris oſcillationis rectarum. Sic, ſi coni duo fuerunt A B C, A F G, alter rectus, alter ſcalenus; quorum & diametri & baſes æquales; hi ex vertice ſuſpenſi, vel à quibuſcunque axibus, æqualiter à centris eorum gravitatis diſtantibus, iſochroni erunt; dummodo axis, unde conus ſcalenus ſuſpenſus eſt, rectus ſit ad planum trianguli per diametrum, quod planum baſi eſt ad angulos rectos.

Tab. XXVII. Fig. 1.

Digitized by Google

De centro oscillationis.

PROPOSITIO XXIII.

Horologiorum motum temperare, addito pondere exiguo ſecundario, quod ſuper virga penduli, certa ratione diviſa, ſurſum deorſumque moveri poſſit.

Tab. XXVII. Fig. 3.

Ut hoc expediamus, primo penduli ipſius, ex virga gravitate prædita, & appenſo parte ima pondere, compoſiti, centrum oſcillationis inveniendum eſt.

Sit virga, cum appenſo pondere, A C, cujus longitudo dicatur *a*. Intelligantur autem, tum virga ipſa, tum pondus appenſum C, in particulas minimas æquales diviſa, earumque particularum virga habeat numerum *b*, pondus vero C numerum *c*, ponendo nempe *b* ad *c*, ſicut gravitas virgæ ad gravitatem appenſi ponderis. Longitudo igitur penduli ſimplicis, dato iſochroni, habebitur, ſi ſumma quadratorum à diſtantiis particularum omnium à puncto ſuſpenſionis A, dividatur per ſummam earundem diſtantiarum *. Secetur A C bifariam in M; tum vero in T, ut A T ſit dupla T C. Quia ergo M eſt centrum gravitatis lineæ A C, & A T ſubcentrica cunei ſuper ipſa abſciſſi plano per A D, perpendicularem ad A C; qui cuneus hîc revera triangulum eſt; erit ſumma quadratorum, à diſtantiis particularum virgæ à puncto A, æqualis rectangulo A M T, una cum quadrato A M; hoc eſt, rectangulo T A M, multiplici ſecundum numerum particularum *b*; hoc eſt, $\frac{1}{3}$ *aab*; quia M A eſt $\frac{1}{2}$ *a*, & T A $\frac{2}{3}$ *a*, ac proinde rectangulum T A M = $\frac{1}{3}$ *aa*. Summa vero quadratorum, à diſtantiis particularum ponderis C ab eodem puncto A, æquabitur quadrato A C, multiplici ſecundum numerum particularum ipſius ponderis; hoc eſt, *aac*. Adeoque ſumma quadratorum omnium, tam à diſtantiis particularum virgæ, quam ponderis C, erit $\frac{1}{3}$ *aab* + *aac*.

* Prop. 6. huj. in fine.

Porro, diſtantiæ omnes particularum virgæ A C à puncto A, æquantur $\frac{1}{2}$ *ba*; longitudini ſcilicet virgæ ipſius, quæ eſt

eſt a, multiplici ſecundum ſemiſſem numeri particularum DE CENTRO
quas continet. Et diſtantiæ omnes particularum ponderis C, OSCILLATIONIS.
ab eodem puncto A, ſunt ac. Ita ut ſumma utrarumque diſtantiarum ſit $\frac{1}{2}ab + ac$. Per quam dividendo ſummam quadratorum prius inventam, $\frac{1}{3}aab + aac$, fit $\frac{\frac{1}{3}aab + aac}{\frac{1}{2}ab + ac}$ ſive $\frac{\frac{1}{3}ab + ac}{\frac{1}{2}b + c}$, longitudo penduli iſochroni. Quæ itaque habebitur, ſi fiat, ut dimidia gravitas virgæ, una cum gravitate appenſi ponderis, ad trientem gravitatis virgæ, una cum gravitate ejuſdem appenſi ponderis, ita longitudo A C ad aliam. Oportet autem ſumere longitudinem A C, à puncto ſuſpenſionis A ad centrum gravitatis ponderis C; cum magnitudinis ejus ratio hic non habeatur, ac veluti minimum conſideretur.

Quod ſi jam, præter pondus C, alterum inſuper D virgæ TAB. XXVII. Fig. 4.
inhærere intelligatur, cujus gravitas, ſeu particularum numerus ſit d: diſtantia vero A D ſit f. Ut pendulum ſimplex huic ita compoſito iſochronum inveniatur, addenda ſunt ad ſummam ſuperiorem quadratorum, quadrata diſtantiarum particularum ponderis D à puncto A, quæ quadrata apparet eſſe dff. Adeo ut ſumma omnium jam ſit futura $\frac{1}{3}aab + aac + ffd$. Item, ad ſummam diſtantiarum, addendæ diſtantiæ particularum ponderis D, quæ faciunt df. Ac ſumma proinde diſtantiarum omnium erit $\frac{1}{2}ba + ca + df$; per quam dividenda eſt iſta quadratorum ſumma, & fit $\frac{\frac{1}{3}aab + aac + ffd}{\frac{1}{2}ab + ac + fd}$, longitudo penduli iſochroni.

Quod ſi vero, hæc longitudo penduli iſochroni, datæ æqualis poſtuletur, quæ ſit p, & reliqua omnia quæ prius data ſint, præter diſtantiam A D ſeu f, quæ determinat locum ponderis D: ſitque invenienda hæc diſtantia, id fiet hoc modo.

Nempe, cum poſtuletur $\frac{\frac{1}{3}aab + aac + ffd}{\frac{1}{2}ab + ac + fd}$ æquale p, orietur ex hac æquatione $ff \infty pf + \frac{\frac{1}{2}abp + cap - \frac{1}{3}aab - aac}{d}$. Et $f \infty \frac{1}{2}p$

$+$ vel $-$ $\sqrt{\frac{1}{4}pp + \frac{\frac{1}{2}abp + cap - \frac{1}{3}aab - aac}{d}}$. Ubi animadvertendum, duas eſſe veras radices, ſi $\frac{1}{2}abp + cap$ minus ſit quam $\frac{1}{3}aab + aac$; hoc eſt, ſi longitudo p minor ſit quam $\frac{\frac{1}{3}ab + ac}{\frac{1}{2}b + c}$, quæ antea inventa fuit longitudo penduli iſochroni, ſive diſtantia centri oſcillationis à ſuſpenſione, in pendulo compoſito ex virga A C & pondere C.

Unde patet, ſi velimus efficere, ut, applicato pondere D, acceleretur penduli motus; poſſe duobus locis, inter A & C, illud diſponi, quorum utrolibet eadem celeritas pendulo concilietur: velut in D vel E. Quæ loca æqualiter diſtabunt à puncto N, quod abeſt ab A, ſemiſſe longitudinis p, hoc eſt, ſemiſſe penduli ſimplicis, cui compoſitum hoc iſochronum poſtulabatur. Apparet autem, quando hæc longitudo p tantum exiguo minor ponitur quam A C, etiam punctum N exiguo ſuperius eſſe puncto medio virgæ A C.

Porro, ex æquatione ſuperiori, $f \infty \frac{1}{2}p +$ vel $-$ $\sqrt{\frac{1}{4}pp + \frac{\frac{1}{2}abp + acp - \frac{1}{3}aab - aac}{d}}$ habetur determinatio longitudinis p. Patet enim, $\frac{1}{4}pp + \frac{\frac{1}{2}abp + acp}{d}$ non minus eſſe debere quam $\frac{\frac{1}{3}aab + aac}{d}$. Unde non debebit eſſe minor quam $\frac{a}{d}\sqrt{\frac{4}{3}bd + 4cd + bb + 4bc + 4cc} - \frac{ab - 2ac}{d}$. Quod ſi p æquetur huic quantitati, hoc eſt, ſi $\frac{1}{4}pp + \frac{\frac{1}{2}abp + acp}{d}$ fuerit æquale $\frac{\frac{1}{3}aab + aac}{d}$, erit jam, in eadem ſuperiori æquatione, $f \infty \frac{1}{2}p$, hoc eſt, $\frac{a}{2d}\sqrt{\frac{4}{3}bd + 4cd + bb + 4bc + 4cc} - \frac{ab - 2ac}{2d}$. Quo determinatur diſtantia ponderis D à puncto A, ex qua maxime omnium acceleret motum penduli.

Atque hæc ad horologiorum uſum ſic porro adhibentur. Sit, exempli gratia, pendulum horologii, quod ſingulis oſcillationibus ſcrupula ſecunda notet. Virgæ autem gravitas ſit $\frac{1}{50}$ gravitatis appenſi ponderis in imo pendulo: &, præter hoc, ſit aliud exiguum pondus mobile ſecundum virgæ longitudinem, cujus gravitas eadem ponatur quæ ipſius virgæ.

gæ. Quæritur jam, quo loco hoc virgæ imponendum, ut uno ſcrupulo primo acceleretur horologii motus, ſpatio 24 horarum. Item, ubi collocandum, ut duorum ſcrupulorum primorum ſit acceleratio; item, ut trium, quatuor, atque ita porro. DE CENTRO OSCILLATIONIS.

Ductis viginti quatuor horis ſexagies, fiunt 1440, quot nempe ſcrupula prima una die continentur. Ex his unum aufer, quando unius ſcrupuli acceleratio quæritur: ſuperſunt 1439. Ratio autem 1440 ad 1439 duplicata, proxime eſt ea quæ 1440 ad 1438. Ergo, ſi penduli ſimplicis, ſecunda ſcrupula notantis, longitudo diviſa intelligatur in partes æquales 1440, earumque 1438 alii pendulo tribuantur, hoc præcedet alterum illud, in 24 horis, uno ſcrupulo primo. Adeo ut hic p valeat partes 1438.

Quia autem pendulum horologii, ex virga metallica & pondere appenſo compoſitum, iſochronum ponitur pendulo ſimplici partium 1440; invenienda primum eſt virgæ illius longitudo, ex æquatione ſuperius poſita. Erat nempe $\frac{\frac{1}{3}ab + ac}{\frac{1}{2}b + c}$ æquale longitudini penduli ſimplicis, quod iſochronum compoſito ex virga habente longitudinem a, gravitatem b, & pondere affixo cujus gravitas c. Ergo ſi longitudo penduli ſimplicis iſochroni dicatur f. Erit $\frac{\frac{1}{2}bf + cf}{\frac{1}{3}b + c} = a$. poſitoque, ut hic, $c = 50$; $b = 1$; $f = 1440$; fiet, $a = 1444\frac{4}{5}$, longitudo virgæ.

Jam, quia erat $f = \frac{1}{2}p + \text{vel} - \sqrt{\frac{1}{4}pp + \frac{\frac{1}{2}abp + acp - \frac{1}{3}aab - aac}{d}}$, fiet $f = \frac{1}{2}p + \text{vel} - \sqrt{\frac{1}{4}pp + 72962p - 105061210}$. Unde porro, ſi p ſit, uti diximus, partium 1438; invenietur $f = 1331\frac{1}{2}$, qualium nempe f, ſeu pendulum ſimplex, ſecunda ſcrupula oſcillationibus deſignans, continet 1440. Cujus longitudo ſi pedum trium ſtatuatur, quos horarios vocavimus, habebit f uncias 33, & 3 unciarum uncias, quas lineas vocant. Vel, auferendo hanc longitudinem f à tota trium pedum longitudine, ſupererunt unciæ duæ, lineæ 9;

À

Digitized by Google

De centro oscillationis.

à centro oſcillationis penduli compoſiti ſurſum ſumendæ, ut habeatur locus ponderis D, unius ſcrupuli primi accelerationem præſtans tempore 24 horarum. Eodem modo reliquas diſtantias, quibus virga dividenda eſt, calculo inveſtigavimus, aliam atque aliam ponendo longitudinem *p*: easque ſubjecta tabella exhibemus, ſecundum cujus numeros etiam virga penduli diviſa eſt, quæ ſuperius in deſcriptione horologii fuit exhibita. Procedunt autem accelerationes diurnæ, ut jam illic advertimus, per 15 ſcrupula ſecunda, ſeu primorum ſcrupulorum quadrantes. Ex. gr. ſi, pondere mobili D hærente in parte 73, 4, inveniatur horologium tardius juſto incedere, in 24 horis, differentiâ 15 ſecundorum ſcrupulorum; oportebit ſurſum adducere pondus D, usque ad numerum 85, 6, ut corrigatur.

Acceleratio horologii ſpatio 24 horarum.		Partes, à centro oſc. ſurſum accipiendæ.
Scrup. pr.	*Sec.*	*Lineæ & decimæ linearum pedis horarii.*
0,	15	7, 0
0,	30	15, 2
0,	45	23, 7
1,	0	32, 6
1,	15	41, 9
1,	30	51, 7
1,	45	62, 2
2,	0	73, 4
2,	15	85, 6
2,	30	99, 0
2,	45	114, 1
3,	0	131, 8
3,	15	154, 3
3,	30	192, 6

Centrum oſcillationis altius eſt centro gravitatis C partibus 1, 4.

PRO-

PROPOSITIO XXIV.

De centro oscillationis.

Centri oſcillationis rationem haberi non poſſe, in pendulis inter Cycloides ſuſpenſis; & quomodo hinc orta difficultas tollatur.

Si quis, ſubtili examine, contulerit ea quæ in ſuperioribus, de pendulo inter cycloides ſuſpenſo, demonſtravimus, cum his quæ ad centrum oſcillationis pertinent; videbitur ei deeſſe aliquid ad perfectam illam, quam præferimus, oſcillationum æqualitatem. Ac primo dubitabit, an, ad inveniendum circulum cycloidis genitorem, penduli longitudo accipienda ſit à puncto ſuſpenſionis ad centrum gravitatis appenſi plumbi, an vero ad centrum oſcillationis; quod, ab altero illo, ſæpe ſenſibili intervallo diſtat, atque eo majore, quo major fuerit ſphæra aut lens plumbea. Quid enim, ſi ſphæræ diameter quartam, aut tertiam partem, penduli longitudinis æquet? Quod ſi ad centrum oſcillationis illam longitudinem accipiendam dicamus, non tamen expediet quo pacto ea, quæ de centro oſcillationis oſtenſa ſunt, conveniant pendulo continue longitudinem ſuam immutanti, quale illud quod inter cycloides movetur. Poſſet enim videri, etiam centrum oſcillationis mutari, ad ſingulas diverſas longitudines; quod tamen hoc modo intelligendum non eſt. Res ſane explicatu difficillima, ſi omnimodam ἀκρίβειαν ſectemur. Nam in demonſtratione temporum æqualium in cycloide, mobile, per eam delatum, veluti punctum gravitate præditum conſideravimus. Sed, ſi ad effectum ſpectemus, non magni facienda eſt difficultas hæc; cum ponderis, quo pendulum conſtat, magnitudo in horologiis tanta non requiratur (etſi quo majus eo melius) ut differentia centrorum gravitatis, & oſcillationis, aliquid hic turbare poſſit. Quod ſi tamen effugere prorſus has tricas velimus, id ita conſequemur, ſi ſphæram lentemve penduli, circa axem ſuum horizontalem, mobilem efficiamus: axis extrema utrinque, virgæ penduli imæ, inſerendo: quæ idcirco ut bifida hac parte ſit neceſſe

Digitized by Google

eſt. Fit enim hoc modo, ex motus natura, ut eandem perpetuo poſitionem, reſpectu horizontalis plani, ſphæra penduli ſervet, atque ita puncta ejus quævis, æque ac centrum ipſum, cycloides eaſdem percurrant. Unde ceſſat hic jam centrorum oſcillationis conſideratio; nec minus perfectam temporum æqualitatem tale pendulum conſequitur, quam ſi puncto unico omnis ejus gravitas contineretur.

PROPOSITIO XXV.

De menſuræ univerſalis, & perpetuæ, conſtituendæ ratione.

Certa, ac permanens magnitudinum menſura, quæ nullis caſibus obnoxia ſit, nec temporum injuriis, aut longinquitate aboleri aut corrumpi poſſit, res eſt & utiliſſima, & à multis pridem quæſita. Quæ ſi priſcis temporibus reperta fuiſſet, non tam perplexæ nunc forent, de pedis Romani, Græci, Hebræique veteris modulo, diſceptationes. Hæc vero menſura, Horologii noſtri opera, facile conſtituitur; cum ſine illo nequaquam, aut ægre admodum, haberi poſſit. Etſi enim, ſimplici pendulorum oſcillatione, hoc à quibuſdam tentatum fuerit, numerando recurſus qui tota cæli converſione continentur, vel parte ejus cognita, per fixarum ſtellarum diſtantias, ſecundum aſcenſionem rectam; nec certitudo eadem hoc modo, quæ adhibitis horologiis, contingit, & labor longe eſt moleſtiſſimus ac tædioſiſſimus, propter numerandi ſolicitudinem. Quia autem, præter horologia, aliquid, ad exactiſſimam hujus menſuræ inquiſitionem, etiam centrorum oſcillationis notitia confert; ideo hic demum, poſt eorum tractationem, hanc determinationem ſubjicimus.

Aptiſſima huic rei ſunt horologia, quorum oſcillationes ſingulæ ſecunda ſcrupula, vel eorum ſemiſſes, notant, quæque indicibus etiam, ad ea demonſtranda, inſtructa ſunt. Poſtquam enim, ad mediocrem dierum longitudinem, ejuſmodi

Digitized by Google

modi horologium, fixarum ſtellarum obſervationibus, compoſitum fuerit, methodo illa quam in horologii deſcriptione oſtendimus: aliud pendulum ſimplex, hoc eſt, ſphæra plumbea, aut alia materia gravi conſtans, ex tenui filo religata, juxta ſuſpendenda eſt, motuque exiguo impellenda; ac tantiſper producenda, aut contrahenda fili longitudo, donec recurſus ejus, per quadrantem horæ, aut ſemiſſem, una ferantur cum reciprocationibus penduli horologio aptati. Dixi autem exiguo motu impellendum pendulum, quia oſcillationes exiguæ, puta 5 vel 6 partium, ſatis æqualia tempora habent, magnæ vero non item. Tunc, acceptâ menſurâ diſtantiæ, à puncto ſuſpenſionis ad centrum oſcillationis penduli ſimplicis; eâque, ſi recurſus ſinguli ſcrupula ſecunda valeant, in tres partes diviſâ; facient hæ ſingulæ longitudinem pedis, quem HORARIUM in ſuperioribus vocavimus: quique, hoc pacto, non ſolum ubique gentium conſtitui poſſit, ſed & venturo ævo redintegrari. Adeo ut & moduli pedum omnium aliorum, ſemel ad hunc proportionibus ſuis expreſſi, certò quoque in poſterum cognoſci poſſint. Sicut jam ſupra, pedem Pariſienſem ad hunc horarium eſſe diximus, ut 864 ad 881; quod idem eſt ac ſi, poſito prius pede Pariſienſi, dicamus tribus hujuſmodi pedibus, cum octo lineis & dimidia, conſtitui pendulum ſimplex, cujus oſcillationes ſcrupulis ſecundis horariis reſponſuræ ſint. Pes autem Pariſienſis ad Rhenanum, quo in Patria noſtra utuntur, ſe habet ut 144 ad 139; hoc eſt, quinque lineis ſuis diminutus, alterum illum relinquit. Atque ita & hic pes, & alii quilibet, perpetuo duraturas menſuras accipiunt.

DE CENTRO OSCILLATIONIS.

Quomodo autem centrum oſcillationis in ſphæra, ex qualibet longitudine ſuſpenſa, inveniatur, in ſuperioribus demonſtratum eſt. Nempe, ſi fiat ut diſtantia inter punctum ſuſpenſionis & ſphæræ centrum, ad ſemidiametrum ejus, ita hæc ad aliam; ejus duas quintas, à centro deorſum acceptas, terminari in quæſito oſcillationis centro. Facile autem apparet cur neceſſaria ſit hujus centri conſideratio, ad accuratam pedis Horarii conſtitutionem. Nam, ſi à pun-

Digitized by Google

cto ſuſpenſionis ad ſphæræ centrum diſtantia accipiatur, ſphæræ autem magnitudo non definiatur proportione ad fili longitudinem, non erit certa menſura penduli cujus recurſus ſecunda ſcrupula metiantur; ſed quo major erit ejus ſphæra, hoc minor invenietur menſura illa, inter centrum ſphæræ & punctum ſuſpenſionis intercepta. Quia in iſochronis pendulis, centra quidem oſcillationis à punctis ſuſpenſionum æqualiter diſtant; amplius autem deſcendit centrum oſcillationis infra centrum ſphæræ majoris, quam minoris.

Hinc neceſſe fuit illis, qui, ante hanc centri oſcillatorii determinationem, menſuræ univerſalis conſtituendæ rationem inierunt; quod, jam inde à prima Horologii noſtri inventione, nobilis illa Societas Regia Anglicana ſibi negotium ſumpſit, & recentius doctiſſimus Aſtronomus Lugdunenſis, Gabriel Moutonus; his, inquam, neceſſe fuit deſignare globuli ſuſpenſi diametrum, vel proportione certa ad fili longitudinem, cujus nempe triceſimam vel aliam partem æquaret; vel menſura quadam cognita, ut digiti vel pollicis. Sed hoc poſteriore modo, ponitur jam certi aliquid, quod id ipſum eſt quod quærendum eſt: etſi ſcio vix ſenſibilem errorem fore, dummodo ſphæræ iſtam, quam jam dixi, magnitudinem non multum excedant. Priore autem poſſet quidem aliquo pacto res explicari; ſed ita, ut numerandarum oſcillationum labor ſubeundus ſit, calculoque etiam utendum. Quamobrem præſtat, centra oſcillationis adhibendo, certam rationem ſequi, nulliſque præter neceſſitatem legibus obligari. atque hic jam majoribus ſphæris quam exiguis potius utendum, quod illæ occurſu aëris minus impediantur.

Cæterum, non ſphæræ tantum ex filo ſuſpenſæ, ſed & coni, cylindri, aliaque omnia ſolida, planaque, quorum centra oſcillationis ſuperius exhibuimus, ad hanc menſuram inveſtigandam, apta ſunt; quoniam, à puncto ſuſpenſionis ad centrum oſcillationis, certum idemque omnibus iſochronis pendulis eſt intervallum. Neque etiam illa duntaxat horologia, quæ ſecunda ſcrupula aut eorum ſemiſſes ſingulis penduli

recurſibus

Digitized by Google

recurſibus indicant, ad hæc uſurpare poſſumus; ſed & aliâ quâcunque penduli longitudine inſtructis propoſitum obtinebitur, dummodo ex rotarum proportionibus, ſeu dentium numero, cognoſcatur numerus oſcillationum certo tempore peragendarum. Invento enim pendulo ſimplici, cujus librationes ſingulæ conveniant vel ſingulis, vel binis ternisve recurſibus horologii, conſtabit jam hinc, quot penduli illius vices horæ ſpatio tranſigantur. Quarum numerus ſi quadretur, erit ut quadratum è 3600, numero ſcrupulorum ſecundorum horam unam efficientium, ad quadratum illius numeri, ita longitudo penduli ſimplicis inventi, (quæ longitudo ſemper à puncto ſuſpenſionis ad centrum oſcillationis accipienda eſt) ad longitudinem penduli illius horarii tripedalis, quod diximus. Hoc enim inde conſtat, quod duorum quorumvis pendulorum longitudines ſunt inter ſe, ſicut quadrata temporum quibus ſingulæ oſcillationes tranſeunt; ideoque contrariam rationem habent quadratorum à numeris, quos efficiunt oſcillationes æqualibus temporum intervallis peractæ. Nam, cum hactenus experientiâ tantum comprobatum fuerit Theorema illud, de pendulorum longitudinibus; eas nempe duplicatam habere rationem temporum, quibus oſcillationes ſingulæ peraguntur; nunc ejus demonſtratio ex ſuperius traditis manifeſta eſt. Cum enim oſtenderimus, ſingulos recurſus penduli, inter cycloides ſuſpenſi, ad caſum perpendicularem, è dimidia penduli longitudine, certam rationem habere; eam ſcilicet quam circumferentia circuli ad diametrum ſuam; facile hinc colligitur, tempora oſcillationum in duobus pendulis eſſe inter ſe, ſicut tempora deſcenſus perpendicularis ex dimidiis eorum altitudinibus. Quæ altitudines dimidiæ, ſive etiam totæ, cum habeant rationem duplicatam temporum, quibus ipſæ deſcenſu perpendiculari percurruntur *; eædem quoque duplicatam rationem habebunt temporum, quæ oſcillationes ſingulas metiuntur. Ab oſcillationibus autem minimis penduli, inter cycloides ſuſpenſi, non differunt ſenſibiliter oſcillationes minimæ penduli ſimplicis, cujus eadem

DE CENTRO OSCILLATIONIS.

* Prop. 3. Part. 2.

Digitized by Google

ſit longitudo. Itaque & pendulorum ſimplicium longitudines, duplicatam rationem habebunt temporum, quibus oſcillationes minimæ tranſiguntur.

Quod ſi quis oſcillationum numerandarum, quæ horæ aut ſemihoræ tempore tranſeunt, laborem non defugiat; horologiumque adſit, cujus index ſecunda ſcrupula demonſtret; quæcunque accipiatur penduli ſimplicis longitudo, ejus numerus oſcillationum, quæ hora una continentur, hoc modo cognoſcetur; atque inde longitudo penduli tripedalis, ad ſecunda ſcrupula, ut antea, calculo prodibit.

PROPOSITIO XXVI.

Spatium definire, quod gravia, perpendiculariter cadentia, dato tempore percurrunt.

Hanc menſuram quicunque hactenus inveſtigarunt, experimenta conſulere neceſſe habuerunt; quibus, prout hactenus inſtituta fuere, non facile ad exactam determinationem pervenitur, propter velocitatem cadentium, ſub finem motus acquiſitam. Ex noſtra autem prop. 25, de Deſcenſu gravium, cognitaque longitudine penduli ad ſecunda ſcrupula, abſque experimento, per certam conſequentiam, rem expedire poſſumus. Ac primo quidem ſpatium illud inquiremus, quod unius ſcrupuli ſecundi tempore grave præterlabitur; ex quo quælibet alia deinde colligere licebit. Quia igitur penduli, ad ſecunda ſcrupula, longitudinem diximus eſſe pedum Horariorum 3: tempus autem unius oſcillationis minimæ, eſt ad tempus deſcenſus perpendicularis ex dimidia penduli altitudine, ut circumferentia circuli ad diametrum, hoc eſt, ut 355 ad 113: ſi fiat, ut numerus horum prior ad alterum, ita tempus unius ſecundi ſcrupuli, ſive ſexaginta tertiorum, ad aliud; fient $19'''\frac{1}{10}$, tempus deſcenſus per dimidiam penduli altitudinem, quæ nempe eſt pedis unciarum 18. Sicut autem quadrata temporum, ita ſunt ſpatia illis temporibus peracta, quemadmodum

Digitized by Google

DE CENTRO OSCILLATIONIS.

modum ſuperiori propoſitione fuit oſtenſum. Ergo, ſi fiat ut quadratum ex 19‴ $\frac{1}{10}$ ad quadratum ex 60‴, hoc eſt, ut 36481 ad 360000, ita 18 unciæ ad aliud, fient ped. 14. unc. 9. lin. 6, altitudo deſcenſus perpendicularis, tempore unius ſecundi. Cum autem pes Horarius ſit ad Pariſienſem, ut 881 ad 864; erit eadem altitudo, ad hanc menſuram reducta, proxime pedum 15 & unciæ unius. Atque hæc cum accuratiſſimis experimentis noſtris prorſus conveniunt. in quibus punctum illud temporis, quo caſus finitur, non aurium aut oculi judicio diſcernitur; quorum neutrum hic ſatis tutum eſt; ſed ſpatium deſcendendo peractum, alio modo, quem hic exponere tentabimus, abſque ullo errore cognoſcitur.

Penduli, ad parietem tabulamve erectam, ſuſpenſi dimidia oſcillatio moram temporis, cadendo abſumpti, indicat. Cujus ſphærula, ut eodem momento ac plumbum caſui deſtinatum dimittatur, utraque filo tenui connexa tenentur, quod admoto igne inciditur. Sed prius, caſuro plumbo, funiculus alius adnectitur, ejus longitudinis, ut, cum totus exierit à plumbo tractus, nondum ad parietem illidatur pendulum. Funiculi ejus caput alterum, regulæ chartaceæ, aut ex tenui membrana paratæ, cohæret; ita ad parietem tabulamve applicatæ, ut trahentem funem facile ſequi poſſit, rectáque ſecundum longitudinem ſuam deſcendere; eo loci tranſiens, quo penduli ſphæra ad tabulam accidet. Abſumpto igitur funiculo toto, pars inſuper regulæ deorſum trahitur à cadente plumbo, priuſquam pendulum ad tabulam pertingat. Quæ quanta ſit pars, ſphæra fuligine leviter infecta, regulamque prætérlabentem ſignans, indicat. Huc autem addita funiculi longitudine, ſpatium cadendo emenſum certò definitum habetur.

Aëris autem occurſum, quaſi nullus eſſet in his intelligimus, ut menſura cadentibus corporibus præfixa cum experimentis exacte conſentiat. Nec ſane tantus eſt ille, ut in altitudinibus his, quò aſcendere datur, ſenſibile diſcrimen inducere poſſit; dummodo ſolida corpora è metallo, aut, ſi levio-

Digitized by Google

DE CENTRO OSCILLATIONIS.

leviore materia conſtent, mole grandiuſcula accipiantur. Levitas enim materiæ, in iis quæ cadendo aërem ſecant, ita magnitudine corporis penſatur, ut ſphæra lignea, vel etiam è ſubere formata, paria faciat cum plumbea: quando nimirum diameter harum ad plumbeæ diametrum eam rationem habuerit, quam gravitas plumbi propria ad ligni ſuberisve gravitatem. Tunc enim gravitates ſphærarum erunt inter ſe ſicut earum ſuperficies. Veruntamen, ut æquali celeritate, quantum ſenſu percipi poteſt, decidant corpora, quæ multum intrinſeca gravitate differunt, nequaquam opus eſt ut proportio illa diametrorum ſervetur. Poſſunt enim inter ſe æqualia eſſe, dummodo utraque ſatis magna ſint; aut ex non nimia altitudine decidant. Etenim illud quoque hic animadvertendum eſt, tantam vel altitudinem eſſe poſſe; vel, in mediocri etiam altitudine, tantam projecti corporis levitatem; ut ob aëris renitentiam, acceleratio motus tandem ab illa, quam in ſuperioribus demonſtravimus, proportione plurimum receſſura ſit. Namque in univerſum, corpori cuilibet, per aërem aliudve liquidum labenti, certus celeritatis modus, pro ratione ponderis ac ſuperficiei ſuæ, conſtitutus eſt; quem excedere, aut potius ad quem pervenire nunquam poſſit. Quæ nempe celeritas ea eſt, quam ſi aër, aut liquor ille ſurſum tendens, haberet, ſuſpenſum corpus idem ſibi innatans ſuſtinere poſſet. Verum de his, alias fortaſſe, pluribus agendi occaſio erit.

HORO-

Digitized by Google

HOROLOGII OSCILLATORII

PARS QUINTA.

Conſtructionem aliam, è circulari pendulorum motu deductam, continens; & Theoremata de Vi Centrifuga.

EST & aliud Oſcillatorii motus genus, præter id quod hactenus pertractavimus. Ejuſmodi nempe, quo, per circuli ambitum, pendulum pondus circumfertur. Unde aliud quoque horologii commentum deduximus, eodem fere tempore quo prius illud; certoque itidem æquabilitatis principio nixum; ſed cujus uſus minus percrebuit, propter alterius illius conſtructionem, quodammodo ſimpliciorem facilioremque. Plura tamen hujus quoque generis de quo nunc loquimur, nec ſine ſucceſſu, conſtructa fuere: eſtque in his ſingulare illud, quod continuo atque æquabili motu circumferri cernitur index poſtremus, qui ſecunda ſcrupula deſignat; cum in priore noſtro horologio, omnibuſque aliis, ſubſultim quaſi feratur. Item hoc quoque, quod abſque ſtrepitu, ſonoque omni, moveantur hac ratione conſtructa automata. quanquam, ad obſervationes aſtronomicas, ſonus ad ſingula ſecunda ſcrupula repetitus, utilitate non careat. Et conſtitueram quidem, deſcriptionem horum cum iis demum edere, quæ ad motum circularem & Vim Centrifugam, ita enim eam vocare libet, attinent; de quo argumen-

SECUNDI HOROLOGII DESCRIPTIO. to plura dicenda habeo, quam quæ hoc tempore exequi vacet. Sed, ut nova nec inutili ſpeculatione maturius fruantur harum rerum ſtudioſi, neve caſu aliquo intercidat, hanc quoque partem, præter deſtinatum, cæteris adjunxi, qua machinæ hujus fabrica breviter exponitur, ſimulque Theoremata traduntur, ad Vim Centrifugam pertinentia; demonſtratione ipſorum in aliud tempus dilata *.

* Vide Auctoris Opera poſthuma p. 401. & ſeq.

Horologii ſecundi conſtructio.

TAB. XXVII. Fig. 5. Non neceſſarium duxi, ut rotarum, quibus interiora horologii conſtant, diſpoſitionem hic exhiberem; cum ea ab artificibus facile ordinari, variiſque modis mutari poſſit; ſed eam partem explicari ſatis eſſe, quæ motum ejus certa ratione moderatur. Cujus partis hic figura expreſſa eſt.

Axis D H ad horizontem erectus intelligendus eſt, ac ſuper polis duobus mobilis. Huic ad A affixa eſt lamina, latitudine aliqua prædita, curvataque ſecundum lineam A B; quæ eſt paraboloides illa de qua oſtendimus, Propoſ. 8. partis 3, evolutione ejus, poſtquam ipſi recta quædam juncta fuerit, deſcribi parabolam. Ea recta hic eſt A E; parabolam vero, ex evolutione totius B A E deſcriptam, refert linea E F. Filum curvæ B A applicatum, cujus extremo puncto parabola deſcribitur, eſt B G F. Pondus illi affixum F. Dum autem axis D H in ſeſe vertitur, filum B G F, in rectam lineam extenſum, ſphærulam F una circumducit, ita ut circulos horizonti parallelos percurrat; qui majores minoreſve erunt, prout majori aut minori vi axis D H, ab rotis horologii in tympanidium K agentibus, incitabitur: ſed ita, ut omnes in ſuperficie conoidis parabolici contineantur. Atque hoc ipſo æqualia ſemper circuitus tempora evadent, ut ex iis, quæ de hoc motu poſtea dicemus, apparebit.

Quod ſi circuitus ſingulos, ſecundorum ſcrupulorum ſemiſſes notare velimus, oportet latus rectum parabolæ E F eſſe 4 $\frac{1}{2}$ unciarum pedis Horarii noſtri, hoc eſt dimidium lon-

Digitized by Google

longitudinis penduli, cujus ſingulæ oſcillationes ſemiſcrupulum ſecundum impenderent. Ex parabolæ autem latere recto, pendet magnitudo lateris recti paraboloidis A B; quippe quod illius $\frac{4}{17}$ continet: atque item longitudo A E, quæ lateris recti parabolæ dimidium eſt. Si vero ſecunda ſcrupula unoquoque circuitu expleri deſideremus, quadrupla priorum accipienda ſunt, tum latera recta, tum linea A E. SECUNDI HOROLOGII DESCRIPTIO.

Porro, etſi filum B G F veluti unicum ac ſimplex hactenus deſignavimus, ſciendum tamen longe præſtare ut parte ſuperiori duplex ſit, ac F versùs in angulum coëat, 20 vel 30 partium. In quem finem & laminæ A B latitudo ad B tanta eſſe debet, quanta iſti filorum divaricationi ſufficit; vel & ipſa bifida facienda. Hoc pacto enim motus circularis ponderis F, abſque alio ullo adminiculo, continuatur, ac filum utrumque ſibi annexum in rectum extendit; quod non faceret, ſi unico tantum filo teneretur. Ubi tamen vim illam ab horologii rotis, vel pondere vel alia potentia motis, ad continuationem hujus motus circularis requiri ſciendum. Quæ nempe vis per tympanidium K ad axem K H pervenit, ac minimo niſu, motum ſphæræ F ſemel inditum, conſervat.

Hoc autem quo facilius poſſit, liberrimam axis K H revolutionem eſſe oportet. Quod nulla ratione melius perfici compertum, quam ſi, parte ſui ima, durato chalybe conſtet, ſuppoſitamque habeat adamantis ſuperficiem planam; cujus minima quævis particula hic ſufficit, ſubter laminam perforatam collocanda.

Cæterum in locum fili B G F, qua parte curvæ A B applicari debet, catenulam tenuem ex auro, aliove metallo, adhibere licebit, quo melius invariata ſervetur longitudo. Atque hoc in priore quoque horologio, ubi pendulum inter cycloides ſuſpenſum eſt, experti ſumus. Sed ibi flexus catenulæ continuus, attritu annulorum, perexiguo licet, non parum impedit liberam penduli agitationem.

DE VI CENTRIFUGA

ex motu circulari, Theoremata.

I.

SI mobilia duo æqualia, æqualibus temporibus circumferentias inæquales percurrant; erit vis centrifuga in majori circumferentia, ad eam quæ in minori, ſicut ipſæ inter ſe circumferentiæ, vel earum diametri.

II.

Si duo mobilia æqualia, æquali celeritate ferantur, in circumferentiis inæqualibus; erunt eorum vires centrifugæ in ratione contraria diametrorum.

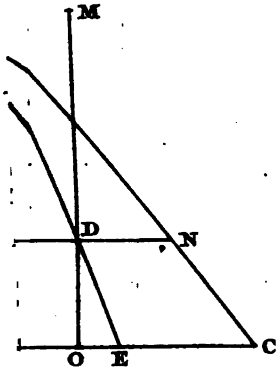
III.

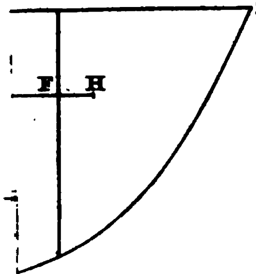
Si duo mobilia æqualia in circumferentiis æqualibus ferantur, celeritate inæquali, ſed utraque motu æquabili, qualem in his omnibus intelligi volumus; erit vis centrifuga velocioris, ad vim tardioris, in ratione duplicata celeritatum.

IV. Si

Digitized by Google

TAB. XXVII.





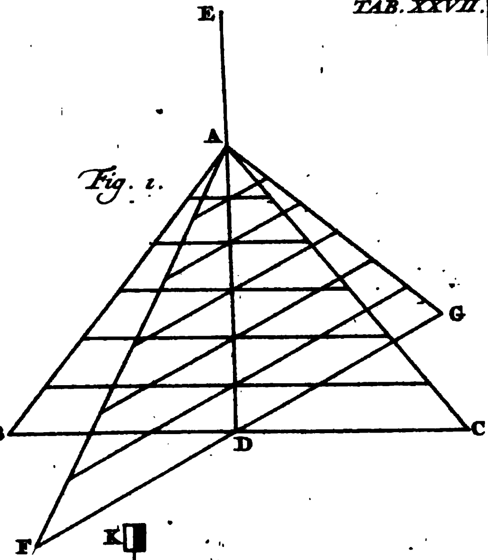


Fig. 1.

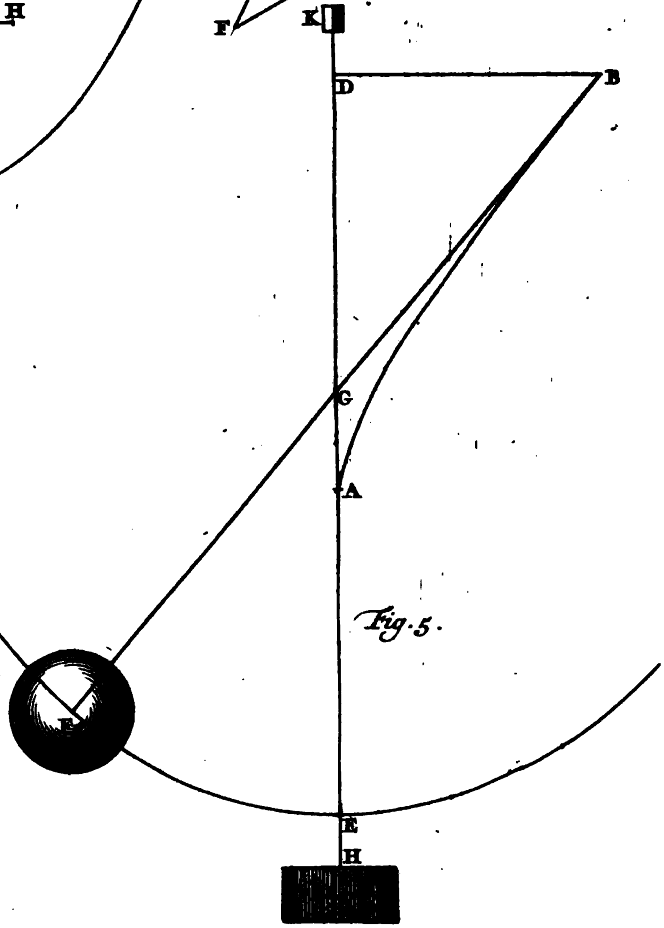


Fig. 5.

Digitized by Google

Digitized by Google

De vi Centrifuga.

I V.

Si mobilia duo æqualia, in circumferentiis inæqualibus circumlata, vim centrifugam æqualem habuerint; erit tempus circuitus in majori circumferentia, ad tempus circuitus in minori, in ſubdupla ratione diametrorum.

V.

Si mobile in circumferentia circuli feratur ea celeritate, quam acquirit cadendo ex altitudine, quæ ſit quartæ parti diametri æqualis; habebit vim centrifugam ſuæ gravitati æqualem; hoc eſt, eadem vi funem quo in centro detinetur intendet, atque cum ex eo ſuſpenſum eſt.

V I.

In cava ſuperficie conoidis parabolici, quod axem ad perpendiculum erectum habeat, circuitus omnes mobilis, circumferentias horizonti parallelas percurrentis, ſive parvæ ſive magnæ fuerint, æqualibus temporibus peraguntur: quæ tempora ſingula æquantur binis oſcillationibus penduli, cujus longitudo ſit dimidium lateris recti parabolæ genitricis.

Digitized by Google

De vi Centrifuga.

VII.

Si mobilia duo, ex filis inæqualibus ſuſpenſa, gyrentur ita ut circumferentias horizonti parallelas percurrant, capite altero fili immoto manente; fuerint autem conorum, quorum ſuperficiem fila hoc motu deſcribunt, altitudines æquales; tempora quoque circulationum æqualia erunt.

VIII.

Si mobilia duo, uti prius, motu conico gyrentur, filis æqualibus vel inæqualibus ſuſpenſa; fuerintque conorum altitudines inæquales; erunt tempora circulationum in ſubduplicata ratione ipſarum altitudinum.

IX.

Si pendulum, motu conico latum, circuitus minimos faciat; eorum ſingulorum tempora, ad tempus caſus perpendicularis ex dupla penduli altitudine, eam rationem habent, quam circumferentia circuli ad diametrum: ac proinde æqualia ſunt tempori duarum oſcillationum lateralium, ejusdem penduli, minimarum.

X. Si

Digitized by Google

X.

De vi centrifuga.

Si mobile in circumferentia feratur, circuitusque ſingulos abſolvat eo tempore, quo pendulum, longitudinem ſemidiametri circumferentiæ ejus habens, motu conico circuitum minimum abſolveret, vel duplicem oſcillationem minimam lateralem: habebit vim centrifugam ſuæ gravitati æqualem.

X I.

Penduli cujuslibet, motu conico lati, tempora circuitus æqualia erunt tempori caſus perpendicularis, ex altitudine penduli filo æquali; cum angulus inclinationis fili, ad planum horizontis, fuerit partium 2. ſcrup. 54, proxime. Exacte vero, ſi anguli dicti ſinus fuerit ad radium, ut quadratum circulo inſcriptum ad quadratum à circumferentia ejus.

XII.

Si pendula duo, pondere æqualia, ſed inæquali filorum longitudine, motu conico gyrentur, fuerintque conorum altitudines æquales; erunt vires, quibus fila ſua intendent, in eadem ratione quæ eſt filorum longitudinis.

XIII. *Si*

DE VI CENTRIFUGA.

XIII.

Si pendulum ſimplex oſcillatione laterali maxima agitetur, hoc eſt, ſi per totum circuli quadrantem deſcendat: ubi ad punctum imum circumferentiæ pervenerit, triplo majori vi filum ſuum trahet, quam ſi ex illo ſimpliciter ſuſpenſum foret.

FINIS.

Digitized by Google

BREVIS
INSTITUTIO
DE USU
HOROLOGIORUM
AD INVENIENDAS LONGITUDINES.

Digitized by Google

Adr. Metius in Geographicis Inſtitutionibus.
Cap. 4.

ET hæc ſane facillima & aptiſſima eſt methodus (*ſcilicet qua adhibitis Horologiis longitudines deteguntur*) quam acquirere poſſis ; niſi quod difficultas & error conſiſtat in irregulari Horologiorum motu : ideoque diligentes inquiſitores & inventores rerum naturalium id curate, neque laboris veſtri vos pæniteat, quo hunc errorem tollere tentetis. Inquirite in hunc verum & æquabilem naturæ curſum ; quo potiti verum lapidem Philoſophorum inveniſtis, neque fortes Naucleri ad ſcopulos toties offendent.

Fournier in Hydrographia l. 12. C. 35.

UNde tandem colligo, ſi via inveniri queat ad Horologia perficienda, & laborem ſuſcipere velimus iis bene utendi, nullam praxim (*ad inveniendas longitudines*) cum hac comparandam eſſe.

Didericus Rembrantz a Nierop in Animadverſionibus de inveniendis longitudinibus.

HOc modo laudabiliora cenſerem nova excogitata Horologia Domini Chriſtiani Hugenii a Zuylichem, quæ, loco liberamenti, a plumbo pendulo oſcillato moderantur, de quibus per certa teſtimonia certus ſum, quod hæc tempus exacte ad hebdomadas, imò ferè ad menſes juſte dimetiri queant ; Unde conſiderem, quod ope horum Horologiorum maximum perciperemus commodum, imò quod, niſi agitatio navis impediret, ſatis attingere poſſemus ad inventionem longitudinum.

Digitized by Google

BREVIS INSTRUCTIO DE USU HOROLOGIORUM AD INVENIENDAS LONGITUDINES.

I.

AD minimum bina nova Horologia Oſcillatoria in navem ferantur: ut ſi alterutrum forte fortunà vel ex negligentia quieſcat; vel ſi diuturnitate temporis contractis ſordibus, purgandum ſit, alterum nihilominus moveatur; præſtaret autem 3 vel 4 adhibere horologia.

I I.

Cui cura horologiorum committetur, diſcat a fabro quæ ſpectant indices horarum minutarum primarum & ſecundarum, internas etiam horologiorum partes intelligere, & reducendi ea methodum.

I I I.

Horologia in navi ſuſpendenda ſunt in loco arcte clauſo, ubi tuta ſunt ab humore vel ſordibus, & ne diſturbentur contactibus: Et ſi locum illum in media navi prope malum principem ordinare poſſemus, multum præſtaret, quoniam ibi motus minimus eſt.

I V.

Antequam horologia in navem inferantur, conabimur ea aptare ad rectam dierum menſuram, tum enim uſus eſt faciillimus, nulluſque fabris labor eſt ad unum bene adaptatum horologium alia accommodare. Sed ſi tamen tempus vel opportuna id præſtandi occaſio defuerit, nihilominus poterunt æque certe mari uſurpari, dummodo obſervaveris vel ſcias, quanto citius vel tardius ſpatio 24 horarum moveantur, ut poſtea docebitur.

Digitized by Google

V.

Reducere horologia ad rectam dierum menſuram vel cognoſcere quanto citius vel tardius ſpatio 24 horarum moveantur.

Obſerva, dies ab una ad alteram meridiem aliquantulum differre quæ cauſa eſt cur horologium, licet prorſus exactum & ſecundum mediorum dierum menſuram moveatur, non ſemper cum ſole conveniat. Sed ut hæc inæqualitas æquetur, & ſemper ope Horologii ſcire poſſimus, quam horam indicat Sol, & conſequenter num horologium ad rectam mediorum dierum menſuram diſpoſitum ſit, conducit ſequens tabula cujus uſus talis eſt. Quando primum horologium conſtituendum eſt, ſubtrahe ex hora ſolari obſervatâ æquationem ejus diei quæ in tabula reperitur, & diſpone horologium ad reſiduas horas, minuta prima & ſecunda: ubi poſt aliquot dies quæritur hora ſolaris, adde ad horam horologii æquationem diei ultimi, & aggregatum erit hora ſolaris, ſi horologium exacte fuit adaptatum, ſecundum menſuram dierum mediorum; verum ut hæ obſervationes quam certiſſime inſtituantur, & horologia ad menſuram adaptentur antequam in navem inferantur, methodus ſequens aptiſſima eſt.

Duc lineam meridianam in pavimento, cujus operationis methodi ſatis notæ ſunt; obſervandum præterea ſummam hic non requiri exactitudinem; Porro, directe ſuper lineam meridianam, ſuſpende 2 fila appenſis infra ponderibus, vel aliter verticaliter tendantur, certosque a ſe mutuò diſtent pedes, quo plures eo melius.

Ubi dein medietas ſolis videtur exacte ex adverſo amborum filorum (ad quod requiritur vitrum obſcuri coloris, vel in fuligine candelæ denigratum) eo momento horologiorum indices diſponendi ſunt, non exacte in 12 horas, ſed tanto magis retrorſum, quanta eſt æquatio illius diei in Tabula: ex. gr. ſi fuerit 22 dies Martii, cujus æquatio in Tabula eſt 8 min. 3 ſec: hæc ſunt ſubducenda ex 12 horis, & reſiduum erit 11 horæ 51 min. 57 ſec: in quot horas minuta & ſecunda diſponendi ſunt indices Horologiorum quam primum ſol medius

Digitized by Google

dius ex adverſo 2 filorum conſpicitur. Dein poſt aliquot dies obſervatio rurſus eodem modo eſt inſtituenda, ubi ſol ex adverſo filorum cernitur, & ſimiliter notanda hora minuta & ſecunda horologiorum, quibus adde æquationem ejus diei excerptam ex Tabulâ, & ſi aggregatum exacte componat 12 horas Horologium ad rectam menſuram accommodatum eſt. Si vero differat dividenda ſunt minuta & ſecunda iſtius differentiæ, per numerum dierum inter utramque obſervationem, ad obtinendam quotidianam differentiam.

Supponamus hanc ſecundam obſervationem fieri 30. Martii ſcil. octo diebus poſt primam & comperiatur medietate ſolis viſa in meridiano ex adverſo 2 filorum,

	h.	m.	ſ.
horologium indicare	11.	51.	7.
Æquatio 30. Martii in tabula eſt	0.	10.	40.
Quæ addita horæ oſtenſæ per horologium præbet ſummam	12.	1.	47.

Si hæc ſumma exacte fuiſſet 12 horarum, horologium recte diſpoſitum fuiſſet, ſed cum excedat 12. horas 1. minuto 47. ſecundis, tanto citius promotum fuit ſpatio octidui; & hoc 1 minutum & 47 ſecunda, aut 107 ſecunda, diviſa per 8. efficiunt 13. $\frac{3}{8}$ ſecundorum, differentiam in ſpatio 24. horarum. Quâ differentiâ cognitâ, ſi non otium nec animus ſit ſuſcipiendi moleſtiam ut adaptetur horologium ad veram menſuram, neceſſe hoc non eſt; ita enim in navim inferre licet, modo prædicta quotidiana differentia annotetur, & ad eam noſmet componamus ut ſtatim dicetur.

Sed ſi accuratius Horologium diſponere velimus, removendum eſt minus pondus penduli parumper deorſum, quo tardius movebitur: & tum de novo obſervatio per ſolem inſtituenda eſt ut antea; ſi tarde nimis motum fuiſſet, ſupra memoratum pondus parumper ſurſum promovendum fuiſſet, ita tamen, ne ſupra punctum medium penduli promoveatur. eâ quippe gaudet proprietate, quod inde ſurſum promotum horologium lentius iterum promoveat, cujus rei in deſcriptione Horologii datur demonſtratio *; ut & æquationis temporis, cujus ſolummodo hic docemus uſum. Præter certam de-

* Vide ſupra pag 172.

Digitized by Google

Dies.	*Januar.* Min.	Sec.	*Febr.* Min.	Sec.	*Mart.* Min.	Sec.	*Apr.* Min.	Sec.	*Maj.* Min.	Sec.	*Jun.* Min.	Sec.
1	10	40	0	32	2	15	11	18	18	32	18	10
2	10	10	0	24	2	28	11	37	18	39	18	1
3	9	41	0	18	2	42	11	56	18	46	17	51
4	9	13	0	13	2	56	12	15	18	53	17	41
5	8	45	0	9	3	11	12	34	18	59	17	30
6	8	17	0	6	3	26	12	53	19	4	17	19
7	7	50	0	3	3	41	13	12	19	9	17	8
8	7	23	0	1	3	56	13	31	19	14	16	57
9	6	58	0	0	4	12	13	49	19	18	16	46
10	6	34	0	0	4	29	14	6	19	22	16	35
11	6	10	0	0	4	46	14	23	19	25	16	24
12	5	47	0	2	5	4	14	39	19	28	16	13
13	5	24	0	4	5	22	14	55	19	29	16	1
14	5	2	0	8	5	40	15	10	19	29	15	49
15	4	41	0	12	5	58	15	25	19	29	15	37
16	4	21	0	16	6	16	15	39	19	28	15	24
17	4	2	0	21	6	33	15	53	19	26	15	11
18	3	44	0	26	6	51	16	7	19	24	14	58
19	3	27	0	32	7	9	16	21	19	21	14	45
20	3	11	0	40	7	27	16	34	19	18	14	32
21	2	55	0	48	7	45	16	47	19	15	14	19
22	2	39	0	57	8	3	16	59	19	11	14	6
23	2	23	1	6	8	22	17	11	19	7	13	53
24	2	7	1	16	8	41	17	22	19	2	13	40
25	1	52	1	26	9	1	17	33	18	57	13	27
26	1	38	1	37	9	21	17	43	18	51	13	15
27	1	25	1	49	9	41	17	53	18	45	13	3
28	1	13	2	2	10	4	18	3	18	39	12	52
29	1	2			10	21	18	13	18	33	12	41
30	0	51			10	40	18	23	18	26	12	30
31	0	41			10	59			18	18		

Digitized by Google

Dies.	*Jul.* Min.	Sec.	*Aug.* Min.	Sec.	*Sept.* Min.	Sec.	*Octob.* Min.	Sec.	*Nov.* Min.	Sec.	*Dec.* Min.	Sec.
1	12	19	10	4	16	23	26	30	31	55	25	34
2	12	8	10	8	16	42	26	49	31	55	25	10
3	11	58	10	13	17	1	27	8	31	54	24	45
4	11	48	10	18	17	21	27	26	31	52	24	20
5	11	38	10	23	17	41	27	43	31	50	23	55
6	11	28	10	28	18	1	28	0	31	47	23	30
7	11	18	10	34	18	21	28	16	31	43	23	4
8	11	9	10	41	18	41	28	32	31	37	22	38
9	11	0	10	49	19	1	28	47	31	30	22	11
10	10	52	10	58	19	21	29	2	31	22	21	43
11	10	47	11	7	19	41	29	16	31	[illegible]	21	14
12	10	38	11	16	20	1	29	30	31	3	20	44
13	10	31	11	25	20	22	29	43	30	53	20	14
14	10	25	11	36	20	43	29	56	30	43	19	44
15	10	19	11	48	21	4	30	9	30	32	19	14
16	10	13	12	1	21	25	30	22	30	20	18	44
17	10	7	12	14	21	47	30	34	30	8	18	14
18	10	2	12	28	22	9	30	45	29	55	17	44
19	9	58	12	42	22	31	30	55	29	40	17	14
20	9	54	12	57	22	52	31	4	29	23	16	44
21	9	51	13	12	23	13	31	12	29	6	16	14
22	9	49	13	27	23	33	31	19	28	48	15	44
23	9	47	13	43	23	53	31	26	28	30	15	14
24	9	46	13	59	24	13	31	32	28	11	14	43
25	9	46	14	16	24	33	31	38	27	51	14	12
26	9	46	14	33	24	53	31	43	27	30	13	41
27	9	47	14	50	25	13	31	47	27	8	13	10
28	9	49	15	8	25	33	31	50	26	45	12	40
29	9	52	15	26	25	52	31	53	26	22	12	10
30	9	56	15	45	26	11	31	55	25	58	11	40
31	10	0	16	4			31	55			11	10

Digitized by Google

demonſtrationem etiam revera exactis Pendulis compertum eſt, quod ad inæqualitatem dierum ad rectam menſuram reducendam, æquatio, prout eam hic per præcedentem Tabulam inſtituimus, exacte cum experientia conveniat, ita ut tuto ei confidere liceat. Idque tanti momenti eſt in inveniendis longitudinibus, ut, ſi non fuerit obſervatum, nonnunquam ſpatio 3 menſium in calculo errorem committas 7 graduum & amplius, ſine ulla tamen horologiorum culpa: qui gradus ſub Tropicis ultra 100 Germanica milliaria continent.

Oſtenſo, quomodo horologia poſſint adaptari terrâ, vel quomodo eorum differentia quotidiana ſit invenienda, proximum erit dicere, quomodo idem faciendum ſit in navi fixa ad anchoram, cum minime poſſibile ſit idem præſtare in velificatione.

Obſervabimus quodam die ortum & occaſum Solis, & in utraque obſervatione ubi ejus medietas exacte ſupra Horizontem apparet, notabimus horam quam indicat horologium, & ſupputabimus quot horæ interea fuerint præteritæ, cujus numeri dimidio addito ad horam obſervationis matutinæ, habebimus horam quam indicavit horologium cum Sol eſſet in meridiano: cui addens Tabulæ æquationem iſtius diei, ſummam notabimus, & horologium ulterius promoveri patiemur. dein quibusdam diebus, elapſis (quo autem plures præterierint, eo melius eſt) idem omnino faciemus; Et ſi hora hujus ultimi diei ſit eadem, cum ea quæ antea fuerat notata, horologium recte accommodatum eſt. Sin vero major vel minor ſit, vel lentius vel celerius movetur, & differentia diviſa per numerum dierum interim dilapſarum dabit quotidianam differentiam, quam annotabimus, & ſi velimus horologium relinquemus in illo ſtatu; vel alioquin removendo minus pondus penduli ut ſupra dictum eſt, melius horologium accommodabimus.

	h.	m.	ſ.
Ex. Gr. pone 21. Martii mane cum ſolis medietas apparet ſupra horizontem horologium indicare.	5.	30.	10.
Et veſperi ubi Solis medietas latet infra horizontem.	5.	20.	6.

Ut

Ut ſcias ope horologii horas inter binas	*h.*	*m.*	*ſ.*
obſervationes elapſas, ſubtrahe horam ortus	5.	30.	10.
ex	12.	0.	0.
Reſtant	6.	29.	50.
Cui ſi addas horam occaſus	5.	20.	6.
Prodeunt horæ inter binas obſervationes elapſæ	11.	49.	56.
Quarum dimidium eſt	5.	54.	58.
Quo addito ad horam ortus	5.	30.	10.
Prodit hora horologii, cum ſol eſſet in Meridiano	11.	25.	8.
Cui addita æquatione 21. Martii	0.	7.	45.
Summa eſt	11.	32.	53.
Septem diebus poſt ſc. 28. Martii obſervetur ortus ſolis, quum horologium indicat	5.	19.	4.
Et occaſus quum indicat	5.	25.	4.
Ad habendas horas interim elapſas, ſubtrahe horam ortus	5.	19.	4.
ex	12.	0.	0.
Reſtant	6.	40.	56.
Cui ſi addas horam occaſus	5.	25.	4.
Prodeunt horæ interea delapſæ	12.	6.	0.
Quarum dimidium eſt	6.	3.	0.
Quo addito ad horam ortus	5.	19.	4.
Prodit hora horologii cum Sol erat in meridie	11.	22.	4.
Cui addita æquatione 28. Martii	0.	10.	1.
Summa eſt	11.	32.	5.

Quæ ſumma ſi fuiſſet eadem cum priori ſcilicet 11. 32. 53. ad rectam menſuram diſpoſitum fuiſſet horologium; ſed cum poſterior minor ſit priori, differentiâ exiſtente 49. ſecundorum, horologium ſpatio 7 dierum tanto tardius fuit promotum, quæ 49 ſecunda diviſa per 7 numerum dierum, dant quotientem 7 ſecunda differentiam diurnam, quâ horolo-

Digitized by Google

gium tardius movetur; poſſumus etiam loco ortus & occaſus Solis duas æquales Solis altitudines obſervare ante & poſt meridiem, & hora horologii annotatâ utriuſque obſervationis tempore, eodem modo, ac hic dictum eſt procedemus.

V I.

Ope Horologiorum mari invenire longitudinem loci in quo verſaris.

Singulis horologiis nomina vel ſigna impone ut A. B. C. & antequam velifices, diſpone eadem ſecundum tempus obſervatum per Solem in loco, ubi moraris, diminutum æquatione ejus diei, quo obſervas; quem annotabis.

Dein ubi in mari verſaris ſi vis ſcire longitudinem loci, in quo es; quot gradibus Meridianus loci hujus ſit orientalior vel occidentalior meridiano loci illius in quo adaptaſti horologia, obſerva Solem vel Stellas, ut determines horam, & vide quam horam eodem momento indicent horologia; quam horam, ſi horologia non fuerint diſpoſita ad rectam menſuram æquabis cognitâ diurnâ differentiâ, ei porrò addens æquationem præſentis diei, quo ita habeas horam in loco illo, ubi horologia fuere diſpoſita. Si hæc hora eadem ſit cum illa quæ obſervata fuit in loco præſente, conſiſtis ſub eodem Meridiano, ac ubi horologia fuere diſpoſita ad Solem: Si vero hora obſervata major ſit illâ quam horologia oſtendunt, certus es, te perveniſſe ſub Meridianum Orientaliorem; ſin denique fuerit minor, perveniſti ſub Meridianum Occidentaliorem: & computatis in ſingulas quasque horas differentiæ temporis 15 gradibus longitudinis vel in ſingula minuta 15 minutis, vel totidem quadrantibus gradus, cognoſces, quot gradibus dicti Meridiani ab invicem diſtent. E. Gr. pone Horologia A. B. C. fuiſſe aptata ad Solem in loco ex quo abiiſti, 2 Martii, id eſt ad horam obſervatam, ſed in tantum diminutam, quanta eſt æquatio 2 Martii, 2 min. 28 ſec. & pone horologium A fuiſſe diſpoſitum ad veram menſuram, ſed B moveri ſingulis diebus 7 ſecundis tardius, & C ſingulis diebus 12 ſecundis citius.

Ali-

Digitized by Google

Aliquot diebus poſt E. G. 15. Maji, ut detegas longitudinem loci in quo in mari verſaris; obſerva	*h.*	*m.*	*ſ.*
horam diei, quæ ſit	5.	18.	10.
Et comperis horologium A indicare	2.	6.	0.
Sed horologium B. indicare	1.	57.	22.
Sed cum ſingulis diebus 7. ſec. tardius moveatur, prodeunt ſpatio 74. dierum nempe a 2. Martii ad 15. Maji	0.	8.	38.
Quæ addita ad horam a B. demonſtratam prodit hora eadem ac indicavit horologium A	2.	6.	0.
Invenis etiam horologium C. indicare	2.	20.	48.
Sed cum moveatur 12. ſec. ſingulis diebus citius, habemus ſpatio 74. dierum	0.	14.	48.
Quæ ſubtracta ab hora a C. indicata, iterum prodeunt	2.	6.	0.
Cum itaque hora horologiorum ſit	2.	6.	0.
Adde illi æquationem 15. Maji	0.	19.	29.
Prodit hora loci ubi horologia diſpoſita ſunt	2.	25.	29.
Sed hora obſervata eſt	5.	18.	10.
Excedens priorem	2.	52.	41.
Ergo Meridianus loci in quo verſaris 15. Maji Orientalior eſt, Meridiano loci, in quo horologia fuere aptata	2.	52.	41.
Quæ horæ in gradus reductæ, ponendo 15.	*gr.*	*min.*	*ſec.*
gradus valere unam horam, prodeunt	43.	0.	15.

Verum eſt ex eodem calculo poſſe concludi te eſſe ſub Meridiano hôc ipſo 180. gradus Orientaliori, quia index horarius revolutionem ſuam abſolvit ſpatio 12. horarum in horologiis, ſed differentia tanta eſt, ut nequeas in ea decipi. Alioquin enim horologium poſſet conſtrui, cujus index circuitum ſuum ſemel abſolveret ſpatio 24 horarum.

Obſervandum quoque hic eſt, cum dico, locum tot gradibus Orientaliorem eſſe illo ex quo abiiſti, illud dici eo reſpectu quod illuc veneris ad Orientem navigans, verſus quam partem gradus numerari poſſunt usque ad 360; alioquin enim ſatis no-

tum eſt: locum, qui 180. gradus Orientem verſus ab alio diſtat, tantum etiam Occidentem verſus inde diſtare: & pariter, qui 300. gradus Orientaliter ab alio diſtat etiam 60. gradus Occidentaliter inde diſtare.

V I I.

Mari invenire horam diei.

Quandoquidem pro invenienda longitudine requiritur ut hora loci, in quo es, cognita ſit, ut ſupra dictum eſt, dicta hora ſumma exactitudine eſt obſervanda; unumquodque enim minutum quo in calculo aberras conſtituit errorem ¼. gradus in longitudine, id eſt, prope Æquatorem 3¾. Germanicorum milliarium ſed minus ubi longe inde abes.

Quare ad certam horæ inventionem, ne fidas obſervationi maximæ Solis altitudinis, ut inde concludas præciſe meridiem eſſe vel Solem in Meridiano, niſi inter Tropicos Sol fuerit in ipſo puncto Zenith vel ei quam proximus. Nam alias Sol exiſtens prope Meridianum aliquamdiu perſeverat ſine ulla ſenſibili mutatione altitudinis ſuæ, ideoque altitudo meridialis idonea ſatis eſt ad latitudinem vel elevationem Poli loci alicujus dimetiendam, non tamen ad longitudinem ejus exacte inveniendam. Multo minus niti potes pyxidibus nauticis in accurato meridiei tempore inquirendo.

Neque annuli Aſtronomici vel alia horologia ſolaria certa ſatis ſunt in oſtendenda hora ad minuta & ſecunda. Sed melius eſt obſervare ſolis altitudinem, ubi eſt in Oriente vel Occidente, quo autem Orienti aut Occidenti propior eſt, eo melius; ibi enim cum eſt, mutatur ejus altitudo ſenſibiliter magis quam ante vel poſt & ita, ex inventa Poli elevatione, & nota Solis declinatione, hora poteſt computatione detegi, cujus modus ab aliis ſatis deſcriptus eſt; quia tamen computatio illa moleſta eſt & nonnulli errores in menſuranda altitudine Solis committi poſſunt faciliorem hic methodum oſtendam & demonſtrabo.

VIII. Quo-

VIII.

Quomodo ex obſervatione ortus & occaſus Solis & ex hora horologiorum longitudo mari inveniri queat.

Hæc ſane methodus meo judicio omnium eſt certiſſima, cum ad eam neque notitia Poli elevationis, neque Solis declinationis, neque ulla inſtrumenta ad obſervandum requirantur; cum neque refractio quid nocere poſſit, quoniam hæc in ortu & occaſu Solis ejusdem diei parum aut nihil differre poteſt.

Sicuti ergo antea docuimus horologia in navi adaptare, & obſervare qua horâ eorundem horologiorum Sol fuerit in meridiano; hic eodem modo procedendum eſt, id eſt, in ortu & occaſu ſolis, ubi ejus medietas eſt ſupra horizontem, annotabis horam demonſtratam tunc temporis per horologia; & licet interea velificando fueris progreſſus, nil refert, uti poſtea demonſtrabitur: dein computans quot interea horæ horologiorum dilapſæ ſint, earumque dimidium addens ad horam ortus, habebis horam quam horologium indicabat quum Sol erat in Meridiano; ad quam addenda eſt æquatio iſtius diei ex tabula deſumta; & ſi ſumma æqualis ſit 12 horis, fuiſti meridie ſub eodem Meridiano, ſub quo horologia ad ſolem fuere adaptata; ſed ſi ſumma excedat 12. horas, fuiſti meridie ſub occidentaliori meridiano, quam loci ejus in quo horologia ſunt diſpoſita; ſed ſi ſumma fuerit minor 12. horis fuiſti ſub orientaliori Meridiano, idque toties quindecim gradibus, quot horis ſumma fuerit minor vel exceſſerit 12. horas, prout iſtius rei computationem antea jam docuimus.

E. G. Ponatur Horologia A. & B., ut ante, fuiſſe adaptata ad Solem in loco ex quo deceſſiſti 2. Martii, id eſt ad horam Solis diminutam æquatione iſtius diei ſcil. 2. min. 28. ſec. Horologio A. ad rectam menſuram redacto; B. vero ſingulis diebus 7. ſecundis tardius moto; Poſtea ſcire deſiderans longitudinem loci in quem perveniſti,

	h.	m.	ſ.
(pone 1. Junii,) obſervetur mane ſol medius ſupra horizontem quando horologium indicat	2.	30.	37.
Et Veſperi iterum medius Sol infra horizontem, cum idem horologium indicat	3.	9.	7.
Ad inveniendas horas interea elapſas, ſubtrahe horam ortus	2.	30.	37.
ex	12.	0.	0.
Reliquum eſt	9.	29.	23.
Huic adde horam occaſus	3.	9.	7.
Prodeunt horæ interea elapſæ	12.	38.	30.
Quarum dimidio	6.	19.	15.
Addito ad horam ortus	2.	30.	37.
Habebis horam Horologii A, quum Sol erat in Meridiano	8.	49.	52.
Eodem modo quæratur hora horologii B, cum Sol erat in Meridiano, quæ ſit	8.	38.	5.
Sed hoc horologium ſingulis diebus 7. ſecundis tardius motum retardatur ſpatio 101. dierum a 2. Martii ad 1. Junii	0.	11.	47.
Quæ propterea ad inventam horam addita, datur	8.	49.	52.
Id eſt, eadem hora, quæ per horologium A. inventa eſt; ad quam nunc addita æquatione 1. Junii	0.	18.	10.
Prodit	9.	8.	2.
Hæc eſt diei hora loci in quo horologia adaptata ſunt, quæ cum coincidit cum meridie loci obſervationis,			
Differentia eſt	2.	51.	58.
Quare hic ultimus Meridianus tanto orientalior eſt; quibus horis reductis ad gradus,	gr.	min.	ſec.
uti ſupra docuimus prodeunt	42.	59.	30.

Patet te hoc modo invenire longitudinem loci, in quo meridie vel Sole exiſtente in Meridiano fuiſti; quæ differt a longitudine loci, in quo obſervas Solis occaſum,

ſum, ſed ſine ſenſibili errore æſtimare potes, quantum paucis horis progreſſus fueris, vel longitudo mutata fuerit: Potes etiam, loco obſervationis ortus & occaſus Solis, prius Solis occaſum, veſperi obſervare, & dein proximo mane ortum, utroque tempore notando horam Horologiorum; & inde computa eodem modo horam in loco diſpoſitionis, quum media nox erat in loco obſervationis, & detege differentiam longitudinis ut ante. Tandem potes quoque loco ortus & occaſus Solis obſervare duas æquales ſolis altitudines ante & poſt meridiem, annotando horam horologiorum, & computando eodem modo, quo diximus de ortu & occaſu; conſiderandum tamen eſt, Solis altitudines optime obſervari, quando Orienti vel Occidenti proximus eſt, ut antea notatum.

Licet forte quis cenſeat, in praxi hujus methodi, inter ante & pomeridianam obſervationem, quieſcentem navem deſiderari, aut quæ parum transferatur; certum tamen eſt, progrediendo nullum ſenſibilem errorem cauſari poſſe, in quantum interea eundem teneas curſum, æquabili velocitate.

Primum enim, ſi curſum Orientem vel Occidentem verſus dirigas, nullus omnino error erit, ſed certo concludere poteris, qua longitudine meridie vel mediâ nocte fueris, unde ergo, uti antea dictum eſt, ſatis exacte æſtimare potes, ubi ſis ultimæ obſervationis tempore.

V. G. pone, quod ante meridiana Solis altitudo 10 graduum obſervata ſit, quum horologia indicant 8. horas & pomeridiana æqualis altitudo quum horologia indicant 2. horas; & quod inter utramque obſervationem æquabili velocitate Orientem verſus navigaverim, licet inſcius me 1. gradum in longitudine progreſſum eſſe, id eſt, 1. gradum paralleli juxta quem navigo: Agens jam ſecundum præſcriptam regulam, comperio longitudinem 15. gradus Orientem verſus, calculum ineundo a loco, in quo Horologia fuere diſpoſita. quam longitudinem 15. graduum dico eſſe loci, ubi meridie fui.

Quod ita demonſtratur. Quoniam locus veſpertinæ obſerva-

Digitized by Google

vationis uno gradu Orientalior eſt, quam matutinæ; certum eſt in loco veſpertinæ obſervationis Solem 4. minuta prius perventurum eſſe, ad altitudinem 10. graduum, quam in loco matutinæ. Duorum enim locorum ſub eodem paralelo ſitorum, quot gradus unus altero Orientalior eſt, totidem 4. minutis prius in illo obſervantur ſingulæ Solis altitudines; ideo ſi in priori loco cum navi ſubſtitiſſem, Solem veſpertinâ obſervatione reperiſſem ad altitudinem 10. graduum quum horologia indicabant non 2. horas, ſed 2. horas 4. min. ubi tum loci ejus longitudinem, juxta regulam, inveniſſem 14½. gradus Orientem verſus. Sed certum eſt, me in priori temporis dimidio inter 2. obſervationes progreſſum fuiſſe ½ gradum, quoniam ponitur, me toto tempore profeciſſe 1. gradum, velocitatemque fuiſſe æquabilem. Eram igitur meridie in longitudine 15. graduum Orientem verſus, ſicuti prius erat inventum.

Pariter poteſt demonſtrari, progreſſum navis Occidentem verſus nil obſtare, ſed regulam ſequendo, iterum invenire longitudinem loci, quem meridie præternavigaſti.

Si jam curſus inter 2. obſervationes Meridiem verſus vel Septentrionem deſciſcat, imo licet fieret directe Septentrionem vel meridiem verſus, modo ponatur æquabilis velocitas, nullus inde orietur error ſi Solis altitudo ſumatur, quando prope Orientem vel Occidentem eſt, quibus in locis alibi quoque dictum eſt optime fieri obſervationem. Ratio hæc eſt, quando 2. loca Septentrionaliter vel Auſtraliter a ſe mutuò diſtant, & ſolummodo 1. vel 2. gradus in latitudine differunt, ſi Sol reſpectu unius loci in Oriente vel Occidente verſetur, ad certam ſupra horizontem altitudinem, etiam quam proxime eodem tempore ad eandem altitudinem ſupra horizontem alterius loci apparebit. Ita ut comperiam, licet navis inter matutinam & veſpertinam obſervationem 2. gradus navigaret, quod raro vel nunquam accidit, nullum tamen in longitudine errorem hinc oriri poſſe, vel tantum paucorum minutorum.

Præ-

Digitized by Google

Præſcriptis ergo modis, vel per ortum & occaſum Solis, vel per occaſum & ortum Solis, vel per 2 æquales Solis altitudines, tuto ſemper uti poſſumus, non obſtante progreſſu navium; quemcunque hæ teneant curſum.

Si autem procul ab Æquatore Septentrionem vel Meridiem verſus naviges, præſertim hyeme, altitudo Solis lente mutatur, unde incertæ ſunt obſervationes; ſed iis in locis gradus longitudinis ſunt breviores, vel pauciora milliaria continent quam prope Æquatorem, ideoque errores in inveniendis longitudinibus eo minus ſenſibiles ſunt.

I X.

Potes verò, præſertim in iis oris, quæ procul ab Æquatore Septentrionem vel Auſtrum verſus remotæ ſunt, vel etiam ubicunque velis, præſcriptam regulam ad praxin vocare, obſervando 2 æquales altitudines cognitæ alicujus ſtellæ, quæ multum attollitur ſupra Horizontem. Nam inde ſecundum memoratam regulam, diſces quâ horâ Horologiorum in Meridiano fuerit ſtella, & porro cognita ejuſdem *aſcenſione recta*, ut & *aſcenſione recta* Solis, facile inde ſupputabis horam ſolarem, qua comparatâ cum horâ Horologiorum, ut ante, habebis longitudinem loci, ubi fuiſti ſtella exiſtente in Meridiano.

X.

Quando Horologia, quorum aliquamdiu motus fuit accuratus, ab invicem paululum differunt, prout diuturnitate temporis facile accidit, ut unum vel alterum minuto circiter deficiat, eo in caſu computatio ineunda eſt erit ſecundum iſtud, quod celerius movetur: niſi noris cauſam veriſimilem ob quam citius moveatur; facilius enim Penduli motus retardatur, quàm acceleratur: nam filum, cui Pendulum appendet, poterit forſan per violentam navis agitationem nonnihil extendi, ſed nequit contrahi.

Digitized by Google

X I.

Quando videndam ſe offert regio cognita, ne negligas annotare longitudinem illius, quantum exacte fieri poterit, ex inventa longitudine loci in quo verſaris; Primo ad corrigendas inde mappas marinas, poſtquam longitudo loci fuerit diverſis temporibus comperta eadem, ita ut nil amplius de ea dubites. In his enim mappis quantum attinet ad ſitum locorum Orientem & Occidentem verſus, multa ſuperſunt emendanda. Secundo ut ſcias, in proſecutione tui itineris, quantum reſpectu loci viſi velificando progreſſus fueris ad Orientem vel Occidentem: etiamſi infortunio, vel negligentia, omnia quieſcant Horologia, poteris eadem ad motum rurſus adaptare, & diſponere ad horam per Solem compertam. computando porro longitudinem ab ejusdem loci viſi Meridiano. Nam nullatenus teneris certum Meridianum alicujus loci cogniti, pro initio computationis longitudinum habere, cujus uſus tantum eſt in mappis vel Tabulis longitudinum, in quo caſu uſu venit Meridianus montis Pici in inſula Teneriffa, vel Meridianus inſularum Corvo & Flores, occidentaliſſimarum Azorum vel inſularum Flandricarum, vel cujusvis alterius loci: & foret egregium (quod non obtinet) ſi omnes auctores unum eundemque Meridianum pro primo eligerent, ut ſingula loca iisdem gradibus longitudinis pariter ac latitudinis determinarentur: ſed in itinere ſatis eſt longitudinum differentiam obſervare, initio computationis facto a Meridiano cujuscunque loci.

X I I.

Si accidat, ut mari medio omnia Horologia quieſcant, quam primum fieri poteſt, rurſus eadem ad motum adapta, ut

Digitized by Google

ut illorum ope ſcias, quantum dein ad Orientem vel Occidentem progreſſus ſis, quod non parvi eſt momenti, nam defectu hujus notitiæ, nonnunquam violentis fluctibus ita abriperis, ut, licet vento ſecundo naviges, tamen retrorſum abigaris, cujus rei varia dantur exempla.

FINIS.

EXCERPTA EX LITERIS DATIS LONDINI $\frac{13}{23}$ JANUARII MDCLXV.

HAndem Navarchus Holmius huc advenit, & relatio, quam ipſe mihi communicavit de experimento, quod de noſtris Horologiis fecit, plane nos certos facit de bono, qui ſperandus eſt, ſucceſſu; Cum ad inſulam St. Thomæ ſub æquatore eſſet, ut inde huc veniret, coactus fuit, longiſſime Occidentem verſus curſum dirigere, proſperum ut obtineret ventum; cum ergo ſub ejus auſpiciis quatuor darentur naves, omnes ſimul navigarunt per 600 *milliaria non mutato curſu: cum dein ſecundum ventum nacti eſſent quo peterent littora Africæ, eo tendebant, curſum ſuum Orientem inter & Septentrionem dirigentes; cumque hoc curſu* 4 *vel* 500 *milliaria confeciſſent, judicabant navitæ* 3 *navium quæ ſub ejus erant auſpiciis, ſe procul a prædictâ orâ eſſe, ita ut non ſufficientem aquæ quantitatem haberent, dum eo pervenient; Navarchi Holmii navis ſatis habebat; ſed ubi audiret, quid ſentirent cæteri, qui tribus reliquis præerant navibus, omnes nautas & gubernatores convocari juſ-*

ſit, ut deliberarent de eo quod faciendum eſſet. Ubi verò vidiſſet commentarios, & ephemerides, quas illi, qui præerant 3 iis navibus proferebant, & conjecturam de loco in quo verſabantur; cumque poſt longas deliberationes, omnes cenſerent, præſtare ad Barbadas trajicere, quam oras Africæ quærere, quia ventus longe citius eos illuc transferret, dixit ille: Viri computatio veſtra cum noſtra minimè convenit; nam ſecundum Horologia mea proceſſi, unde concludo, vos errare omnes, ſtatuendo nos multò longius Occidentem verſus eſſe progreſſos, quam revera ſumus, unius error eſt 120 *milliaria, alîus* 100, *alîus* 80: *verùm ita Horologiis confido ut hac vice experimentum facere velim; nam ſecundum meam computationem inſula del Fuogo (quæ una eſt ex inſulis Capoverdæ ſeu promontorii Heſperii,) non ultra* 30 *milliaria a nobis abeſt; Ibi nobis aquam poſſumus curare, & eo curſum dirigere conſtitui; Si vera eſt computatio, multum præſtabit nobis hanc viam ingredi, quam a vobis oſtenſam; ſin evenerit aliter, biduum tantum producemus navigationem, ſatiſque aquæ interim ſupererit, ut Barbadas perveniamus; quoniam tanta mihi in navi copia eſt, ut vobis defectum veſtrum ſupplere queam; Addens quem curſum tenere vellet, mandavit ut ſequerentur ipſum cæteri. Poſtero mane detegebant inſulam del Fuogo, & opportuno illuc advenêre tempore, uti prædixerat: Cogor hic deſinere, communicaturus tecum reliquos omnes caſus peculiares, quos ſcriptis mandare promiſit, quamprimum illos nactus fuero.*

Nota, hæc Horologia fuiſſe ex primo Pendulorum genere, nec tam exacta quam recentiora.

EX-

EXCERPTA EX LITERIS HAGÆ COMITUM, DIE XXVI. FEBRUAR. MDCLXV. DATIS.

Cum per aliquot dies neceſſe mihi foret cubiculum tenere, & variis obſervationibus circa duo mea novæ fabricæ Horologia pendula tempus impenderem, mirum quendam eorum effectum, & a nemine unquam vel cogitandum, detexi. Suſpenſa enim juxta ſe invicem ad diſtantiam unius aut duorum pedum, tam accurate congruebant, ut ſine ullâ variatione pendulorum vibrationes ſimul peragerentur. Quod cum per aliquod tempus impenſe miratus fuiſſem, tandem reperi ex aliquâ quaſi ſympathiâ id oriri; ita ut ſi pendula moviſſem vibrationibus diverſis & ut ita dicam intermixtis, intra dimidiæ horæ ſpatium conſona rurſus fierent, & ſibi mutuo, quamdiu motum non turbabam, reſponderent. Remotis deinde à ſe invicem Horologiis, & ad diſtantiam 15. pedum ſuſpenſis, uno die quinque ſecundorum diſcrepantiam animadverti, quæ clare demonſtravit, priorem pendulorum convenientiam, uti dixi, à ſympathia quadam debuiſſe proficiſci, quæ, meo quidem judicio, unicè inſenſili aëris agitationi, per pendulorum motus productæ, adſcribi poteſt. Continentur tamen Horologia ſuis Capſis, quarum utraque ſi omne plumbum contentum numeres, centum fere li-

Digitized by Google

brarum pondus æquat. Et hoc obſervandum, pendula, cum congruunt, non parallelis motibus ferri, ſed contrariis, nunc accedendo, nunc recedendo. Quando autem horologia ad parvam diſtantiam rurſus à me fuere poſita, pendula, priorem convenientiam brevi tempore recuperarunt.

Nec hiſce contentus, aſſerem latum tres pedes, craſſum unum pollicem, ita interpoſui, ut pars inferior fundum tangeret, ſuperior Horologia excederet & quaſi ſepararet. Non turbata tamen fuit motuum concordia, ſed dies noctesque perduravit, imò ſi ipſe turbaſſem, brevi inſtaurata fuit. Nunc in id incumbo, ut quam accuratiſſime Horologia concordent, experturus deinde ad quam usque diſtantiam ſympathia hæc ſeſe exerat; ſed, ut ex obſervatis auguror, non infra 5. aut 6. pedes ſubſiſtet. Major tamen horum omnium eſt expectanda veritas, quam præſtabit diligentia mea, & accuratior in rei cauſas inquiſitio.

Quicquid ſit, habemus duo Horologia, quæ nunquam inter ſe diſcrepant: quod etiamſi mirum ſit, tamen eſt veriſſimum. Addo, præter Horologia quæ novò hoc invento conſtructa ſunt, nulla alia idem præſtitiſſe; unde ſimul patet, quam accurata illa ſint, quæ ad perpetuum conſenſum tantillum requirunt.

Digitized by Google

DE

HUGENIANA CENTRI OSCILLATIONIS DETERMINATIONE CONTROVERSIA.

Digitized by Google

Digitized by Google

DE HUGENIANA CENTRI OSCILLATIONIS DETERMINATIONE CONTROVERSIA.

I.

Obſervationes Abbatis Catelani in propoſitionem, quæ fundamentum eſt 4^a. partis tractatus de Pendulis, Hugenii.

DOminus Hugenius in tractatu ſuo de Pendulis, ut nil quod ad materiam ſpectat intactum relinqueret, hanc diviſit in 5 partes, in quarum 4^a. fuſe examinat quæſtionem de *Centro Oſcillationis* vel *vibrationis*. Sed cum difficile ſit animo ſemper æqualiter attento abſtruſas veritates, quales ſunt Mathematicæ, perpendere; non eſt quod miremur, ſi quæſtionem illam non æque accurate, quam quidem reliquas ejusdem operis, examinaverit. Principium autem, quo nititur totum ejus Syſtema Oſcillationis hoc eſt.

Si Pendulum e pluribus ponderibus compoſitum atque e quiete dimiſſum, partem quamcunque Oſcillationis integræ confecerit; atque inde porro intelligantur pondera ejus ſingula, relicto communi vinculo, celeritates acquiſitas ſurſum convertere, ac quo usque poſſunt aſcendere; hoc facto centrum gravitatis ex omnibus compoſitæ, ad eandem altitudinem reverſum erit, quam ante inceptam Oſcillationem obtinebat *. * Vide ſupra pag. 126.

Ut parum firmam propoſitionem hanc demonſtremus, ſufficiet obſervaſſe; vim, quam vocamus gravitatem, longe aliter agere in pondera inter ſe juncta quam in pondera a ſe invicem ſeparata. Sint A & B æqualia pondera, quorum non TAB XXVIII. Fig. I.

E e

Digitized by Google

non conſiderantur neque magnitudo neque figura, quaſi ſingula in unicum punctum reducta forent; ſi ſeparatim ſuſpenſa ex eodem puncto D, & elevata ad idem planum Horizontale D A B, dimittantur uſque ad F & G, gravitates eorum, ex ratione Mechanica, quæ cum experimentis, & principiis Phyſices congruit, augebuntur in tali ratione, vel quod idem eſt, acquirent velocitates tales, ut harum quadrata ſint inter ſe ut altitudines A H & B I. unde illa pondera perpendiculariter deſcendunt ad Horizontem.

Quod ſi dein pondera hæc duo, lineâ aut virgâ inflexili A B, quam pondere expertem ponimus, conjungamus, & ex eodem puncto D, ad memoratas diſtantias D A & D B, ſuſpenſa, dimittamus ad F & G ab eâdem, quâ ante, altitudine. Pendulum ex illis compoſitum, acquiret tantum velocitatis quantum ſumma duorum Pendulorum ſimplicium, quoniam commune gravitatis centrum E idem, quod antea, manebit, & ponderum non mutatur ſitus reſpectu centri Telluris; ſed partes, in quas tota illa velocitas ſe diſtribuet ponderibus A & B, erunt inter ſe ut arcus A F, B G, vel ut radii D F, D G; quoniam in hoc caſu ratio inter motus ponderum pendebit ab eorum ſitu reſpectu puncti ſuſpenſionis D, quod eſt motuum centrum. Triangula autem H A F & I B G, ut & triangula A F D, B G D cum ſint ſimilia, latera eorum A H & B I, A F & B G, D F & D G ſunt proportionalia, id eſt datur eadem ratio inter altitudines, unde pondera A & B deſcendunt, & inter velocitates quas acquirunt deſcendendo; ſed altitudines ſunt eædem ac in priori ſuppoſitione; ergo velocitates ſunt diverſæ, quoniam illæ altitudines, quæ ſunt proportionales velocitatibus ponderum ſimul appenſorum, non ſunt proportionales niſi quadratis velocitatum, quando ſunt ſeparata.

Porro ponamus pendulum compoſitum in vibratione ſuâ occurrere plano duro D F G, quo rumpatur, ita ut a ſe invicem pondera ſolvantur, erunt hæc reflexa juxta tangentes arcuum F A & G B ad altitudines, quæ inter ſe erunt ut quadrata velocitatum, quas cadendo acquiſivere, id eſt, ut quadrata radio-

Digitized by Google

radiorum D F & D G, vel horum proportionalium A H & B I. nam ſeparatio ponderum non mutat quantitatem motus eorum: efficit ut moveantur juxta legem corporum cadentium, quæ non inter ſe conjuncta ſunt. Demonſtratur in Mechanicis, altitudinem perpendicularem ad horizontem, unde deſcendit, vel ad quam aſcendit, commune gravitatis centrum multorum ponderum, æqualem eſſe ſummæ altitudinum, quarum reſpectu (gallice *par raport auquelles*) pondera deſcendunt vel aſcendunt, diviſæ per eorundem numerum: ſed probavimus pondera, quæ ſeparantur, rupto pendulo percuſſione in planum oſcillationi illius oppoſitum, iterum aſcenſura eſſe, ad altitudines diverſas ab iis, unde deſcenderunt, & quidem tales, ut ſummæ ad utramque partem æquales eſſe nequeant; nam ultimæ altitudines ſemper habent pro radicibus quantitates primis proportionales, & præterea eandem, quam eorum radices componentes ſummam, quæ exprimit totam celeritatem penduli A B; ſi ergo diverſas illas ſummas ſeparatim dividamus per numerum ponderum, habebimus altitudinem ad quam centrum commune gravitatis iterum aſcendit, diverſam ab illa, unde deſcendit; quoniam ſunt partes aliquotæ ſimiles quantitatum inæqualium.

Propoſitio igitur Domini Hugenii falſa eſt, & conſequenter quidquid concluſit circa centrum Oſcillationis corruit; vera autem Mathematica hujus quæſtionis ſolutio hæc eſt.

II.

Domini Abbatis Catelani Examen Mathematicum Centri Oſcillationis.

QUæſtio de determinando centro Oſcillationis, ſi bene intellecta fuerit, haud difficilis eſt. Centrum Oſcillationis vocatur punctum mobile in Pendulo ad talem ab axe, vel centro ſuſpenſionis, diſtantiam, ut ſi omnes aliæ Penduli partes deſtruerentur, illa ſola pergeret in vibrationibus ut antea; id eſt eodem tempore ac totum Pendulum; Quod ita non fiet cum aliis partibus ſingulis ſeparatim ſumtis; nam

quæ axi viciniores ſunt, breviores & frequentiores vibrationes peragent quam remotiores, ſi arcus ſimiles deſcribant, & aër non reſiſtat.

Cujus rei ratio eſt, quod viciniores deſcribant arcus minores & acquirant celeritates majores reſpectu arcuum quam remotiores: nam arcus ſunt proportionales quadratis, & velocitates radicibus eorum; quo autem radices minores ſunt inter ſe, eo majores ſunt reſpectu quadratorum ſuorum.

Cum in Pendulo omnes partes niſi ſimul, propter earum conjunctionem, moveri nequeant, vibratio minus diſtantium ab axe ita retardata eſt a vibratione remotiorum, & vibratio remotiorum ita accelerata eſt a vibratione aliarum, ut inter illas detur compenſatio velocitatum proportionalis arcubus quos deſcribunt; ita ut tempus vibrationis totius Penduli medium ſit inter tempus, quo Oſcillationem peragunt ejus partes a ſe invicem ſolutæ, ut ſit æquale ſummæ illorum temporum, diviſæ per numerum partium, quas ut Mathematice & exactiſſime procedamus conſideramus, ac ſi reductæ eſſent in puncta.

Conſtat experimentis, & per Philoſophiam Carteſianam demonſtrari poteſt, omnia gravia tellurem verſus cadere in temporibus quæ ſunt in ratione ſubduplicatâ, vel ſicuti radices, altitudinum, unde deſcendunt, ſi verticaliter deſcendant, quod etiam & ex principiis Galilæi demonſtrari poteſt, ſi cadant per arcus ſimiles, qui incipiunt omnes in eodem plano.

Hæ altitudines in Pendulis, quæ deſcribunt arcus ſimiles circa axem, quocum formant idem planum, ſunt inter ſe ut diſtantiæ ab axe, circa quem moventur.

Propoſita ergo quæſtio eo redit, *ut dividamus, per numerum partium Penduli, ſummam radicum diſtantiarum partium ab axe. vel generaliter ſummam linearum rectarum quæ repræſentant tempora vibrationium partium ſeparatim ſumtarum, ut habeamus lineam rectam, quæ ſit menſura temporis, quo vibrationes ſuas peragit Pendulum, cujus conſequenter quadratum vel 2. proportionalis erit diſtantia inter axem & centrum Oſcillationis.*

Applicatio hujus principii tribus magnitudinibus quas habet Geometria pro objecto ſatis facilis eſt. Ad

Digitized by Google

1. Ad determinandum centrum Oſcillationis lineæ rectæ ſuſpenſæ ex axe, debemus illam concipere, diviſam in partes æquales infinite parvas, vel in omnibus ſuis punctis. Parabola dein ſuper maximâ lineæ ab axe diſtantiâ deſcribenda eſt, cujus vertex ſit punctum axis in quod terminatur hæc diſtantia & parameter linea quæ eſt unitas reſpectu ejusdem diſtantiæ. E quovis lineæ puncto ducenda eſt axi parallela quæ occurrat parabolæ, ejusque applicata fiat, ſumma omnium applicatarum ſimilium eſt æqualis rectangulo, cujus altitudo eſt linea propoſita, & baſis radix diſtantiæ inter axem & centrum Oſcillationis quæſitum; nam ſumma illa eſt Parabola, vel Parabolæ portio, cujus Diameter eſt linea data, & Parameter tertia proportionalis illi lineæ & maximæ ab axe diſtantiæ; vel 4_a. proportionalis poſitis hiſce tribus, linea, maxima diſtantia, & differentia hujus cum minimâ.

2. Ut habeamus diſtantiam quâ centrum Oſcillationis Plani remotum eſt ab axe, debemus concipere partem ſolidi Parabolici, cujus Parabolæ habeant pro Diametris maximas diſtantias inter axem & unamquamque linearum parallelarum, quæ implent planum. Si ſolidum hoc in duas partes æquales ſecetur juxta Axis longitudinem; & dimidia pars ſecta fuerit inter applicatas ad diſtantias ab Axe, & inter Plani latera, ſegmentum æquale erit Priſmati, quod pro baſi habet planum, & pro altitudine radicem diſtantiæ axis a centro Oſcillationis ejusdem plani. ſi vibratio fiat circa Punctum vel ſi, quum fit circa Planum, Pendulum ſit compoſitum e partibus, quæ ſint in planis diverſis reſpectu Axis, determinabitur, eâ methodo quâ diximus, quodvis centrum Oſcillationis partium, quæ ſunt in eâdem lineâ rectâ transeunte per punctum ſuſpenſionis, vel in eodem plano transeunte per Axem; omnia illa Oſcillationis centra facient Pendulum multo ſimplicius & habens idem Oſcillationis centrum, ac primum. Invenietur Oſcillationis centrum dividendo per numerum aliorum Oſcillationis centrorum ſummam linearum rectarum, quæ repræſentant tempora, quibus conficerent peculiares ſuas vibrationes. Tempora illa pendent ab arcubus, vel curvarum portionibus, deſcriptis ab omnibus Oſcillationis centris in vibratione Penduli, qui arcus conſiderari debent ſinguli velut infinita plana diverſimode ad Horizontem inclinata.

3. Quod ad ſolida attinet, concipe illa dividi in parallelas

Digitized by Google

inter ſe ſuperficies & ad axem perpendiculares; formari debet, ſecundâ ſectione, planum vel ſuperficies curva diſtantiarum inter illorum centra Oſcillationis & axem †, circa cujus puncta moventur. Sic in ſummâ centrorum, quæ ab unâ parte rectas lineas terminant, ex quibus planum hoc, vel ſuperficies illa curva, compoſita eſt, habetur Pendulum magis ſimplex quam ſolidum, & cujus vibratio æque diuturna eſt. Centrum Oſcillationis novi illius Penduli determinabitur transferendo omnia illa centra Oſcillationis particularia ad Axem qui eſt eorum numerus, & ponendo illum axem ita moveri, ut puncta ejus percurrant eoſdem arcus ac centra. Si ſolida propoſita ſint Priſmata recta, habebunt eadem Oſcillationis centra, ac eorum baſes, ſi hæ fuerint perpendiculares ad axem.

Sic centrum Oſcillationis ſolidi pendet a centris Oſcillationis certarum ſuperficierum motarum circa punctum, quarum commune Oſcillationis centrum eſt centrum Oſcillationis lineæ rectæ motæ circa aliam rectam vel curvam; ita ut non requirantur aliæ regulæ pro corporibus quam pro lineis & ſuperficiebus.

MONITUM.

Obſervationes Abbatis Catelani primum editæ fuere in 25 diario Pariſienſi anni 1681, *& examen Mathematicum in 29 diario ejusdem anni. Scripta ambo in primo diario ſequentis anni iterum extant, cum monitu varia defici in prima editione, quam ſolam Hugenius viderat cum reſpondit; & in qua non reperiuntur ea quæ minori charactere hic edita ſunt. Sola verba ſequentia in prima dantur & in ſecunda fuere omiſſa poſt* †. centrum Oſcillationis hujus plani coincidet cum centro Oſcillationis ſolidorum illorum.

III.

Excerpta ex literis Domini Hugenii, quibus reſpondet obſervationi Abbatis Catelani in 4am. propoſitionem Tractatus de centris Oſcillationis.

ADmiratus vidi, Theoriam meam de centro Oſcillationis oppugnari, contra quam per 9 annos, a quibus typis man-

mandata fuit, nemo quid protulit; ſed conſiderata refutatione, qua Abbas Catelanus 4^{am}. meam propoſitionem aggreditur, non vidi, quod ullatenus me feriat. nam ut paucis dicam, in quo fallitur; negat, datis duabus lineis & præter has, duabus aliis, quæ diverſam quam primæ inter ſe rationem habent, ſummam duarum ultimarum æqualem unquam fore ſummæ duarum priorum.

Concipe priores 5 & 10 pedum, & alteras 3 & 12 & vide num harum ſumma æque ac illarum non ſit 15: ut autem pateat errorem ejus inde oriri, utar eodem, quod ille propoſuit, exemplo.

A & B ſunt duo pondera applicata virgæ vel lineæ D B, quæ conſiderari debet ut inflexibilis & ſine pondere; quæ libere notetur circa punctum D: tale Pendulum compoſitum voco e ponderibus A & B; ſi hoc peragat partem vibrationis, Ex. Gr. usque ad D F G, & occurrat plano, ad quod frangatur, ut pondera a lineâ inflexili ſeparentur, & tendat ſurſum eorum unumquodque cum velocitate acquiſita, ad maximam quam poteſt altitudinem, velut ad L & M, ſuper planis inclinatis ſi velimus, quæ tangant arcus A F, B G; dico commune centrum gravitatis ponderum A & B quæ aſcendunt in L & M tunc ad eandem fore altitudinem, ac erat in E, ante vibrationem inchoatam. TAB. XXVIII. Fig. 2.

Abbas Catelanus ut falſam hanc probet propoſitionem, demonſtrat, altitudines, ad quas duo pondera ſoluta aſcendunt, ut hic N L, O M, diverſas eſſe ab iis unde deſcenderunt, ſcilicet A H, B I. id quod veriſſimum eſt ex ratione ab ipſo datâ, quod alteræ ſint inter ſe ut lineæ D F, D G, alteræ vero ut quadrata harum linearum; *ſi ergo dividamus*, inquit *diverſas illas ſummas per numerum illorum ponderum*, id eſt, ſi ſumamus dimidium linearum L N, M O, & dimidium linearum A H, B I. *habebimus ab una parte altitudinem ad quam centrum commune gravitatis aſcendit, & ab altera altitudinem unde deſcendit:* id verum eſt, per diviſionem has duas altitudines detegi. ſed minime concedo, duas ſummas diviſas differre inter ſe; quod Abbas Catelanus probare

Digitized by Google

bare nequit; neque igitur, duas inventas altitudines centri gravitatis inæquales eſſe, id quod in concluſione contendit, nam licet altitudines L N, M O, diverſam habeant rationem inter ſe quam altitudines A H, B I, non ſequitur ſummas primarum & ſecundarum differre.

Poſſem præter hunc alium locum obſervare, ubi fallitur Abbas Catelanus, ſed non hærebo, quoniam id, quod profert non ſpectat ea quibus me aggreditur. Unicum verbum addam de examine ejus Mathematico, ut vocat, de centro Oſcillationis edito in diario 15. Dec. 1681. ubi contendit ſe inveniſſe regulam hanc generalem, ſcilicet, *per numerum partium Penduli dividi debere ſummam radicum diſtantiarum partium ab axe; ut habeamus lineam rectam, quæ ſit menſura temporis quo vibrationem peragit illud Pendulum, cujus conſequenter quadratum vel 3ª. proportionalis erit diſtantia inter axem & centrum Oſcillationis.*

TAB. XXVIII. Fig. 4. Relicto omni peculiari examine, ſatis erit ad vitium regulæ detegendum, notaſſe, juxta hoc principium, duas lineas graves ut A B, B C, junctas & inter ſe angulum quemcunque efficientes, ſuſpenſas in B ſemper idem Oſcillationis centrum habere; ideoque vibrationes ſemper fore æque veloces, uti facile intelligunt hi, qui in hiſce materiis parum ſunt verſati; ſed & illi videbunt, quod æqualitas illa vibrationum locum habere nequeat, quoniam augendo angulo tandem duæ lineæ ſimul junctæ unicam efficiunt rectam *a* B *c*, cujus vibrationes forent æque diuturnæ cum vibrationibus anguli A B C, linea vero recta in puncto medio ſuſpenſa, nullas peragit vibrationes, aut ſaltem velocitate infinite exigua movetur.

Porro credo Abbati Catelano ſatis difficile fore, ſuâ regulâ, centrum Oſcillationis in quibusvis particularibus figuris, etiam ſimpliciſſimis, determinare, ſed, ſi id forte perficiat, inveniet, ſuam Theoriam cum experientiâ nunquam convenire, & meam ſemper ſummâ exactitudine eidem reſpondere, ſi modo experimenta exactiſſimè inſtituta fuerint.

Non poſſum hac occaſione ſilentio præterire, P. Dechales, in

Digitized by Google

in quodam magni ſui Curſus Mathematici loco, memorando experimentum cum Pendulo compoſito ex duobus ponderibus inſtitutum, in quo computans rationem non habuit (ut debebat) ponderis baculi, cui pondera erant applicata, immerito regulas noſtras de determinando centro gravitatis culpare, quaſi non convenirent cum iis quæ ille revera obſervarat.

IV.

Exceptio Abbatis Catelani ad reſponſionem Hugenii.

NOn debebat Hugenius a ſuo principio ſeparare conſequentiam, ut hanc aliter intelligat, quam ego in ſcriptis meis. Prorſus deberem oblitus eſſe Arithmetices, ſi abſolute negarem, ut me facere contendit, *quod 4 magnitudines inæquales poſſint efficere 2 ſummas æquales*, quum nil aliud concludo in ſcriptis, præterquam quod propoſitio Hugenii vera eſſe nequeat, niſi pars ſit æqualis toti. Ut hoc melius pateat, debemus hic proferre propoſitionem illam generalem propriis terminis.

Si Pendulum e pluribus ponderibus compoſitum, atque e quiete demiſſum, partem quamcunque Oſcillationis integræ confecerit, atque inde porro intelligantur pondera ejus ſingula, relicto communi vinculo, celeritates acquiſitas ſurſum convertere, ac quousque poſſunt aſcendere; hoc facto, centrum gravitatis ex omnibus compoſitæ, ad eandem altitudinem reverſum erit, quam ante inceptam Oſcillationem obtinebat.

Cum hæc propoſitio terminis generaliſſimis concepta ſit, ita ut numerus ponderum, ſitus eorum, duratio Vibrationis, ipſam non mutent, pono, Exempli cauſâ, Pendulum compoſitum e ponderibus duobus æqualibus, & inter ſe ad quam libuerit a ſe invicem diſtantiam junctis. Conſidero porro altitudines, quæ ſunt proportionales quadratis velocitatum in duobus Pendulis ſimplicibus, eſſe inter ſe ut velocitates in

Digitized by Google

Pendulo compoſito. Nam eandem habent proportionem, quam arcus deſcripti a duobus ponderibus æqualibus, ex quibus Pendulum formatur; duo illi arcus ſunt ſpatia, quæ duo pondera percurrunt, eodem tempore, velocitatibus, quæ neceſſario ſunt ipſis ſpatiis proportionales.

Celeritas totalis Penduli compoſiti, quæ inter partes diſtribuitur proportionaliter ad arcus, quos ipſæ deſcribunt, ſemper æqualis eſt ſummæ celeritatum, quas eædem partes acquirerent, ſi a ſe invicem fuiſſent ſejunctæ, & omnes ſeparatim ex iisdem altitudinibus & ad easdem ab axe, diſtantias deſcendiſſent. Altitudines ſemper ſunt ut quadrata velocitatum, ſive pondera ſeparatim adſcendant, ſive deſcendant. Omnibus his bene intellectis facile patet, ad hanc propoſitionem redire quæſtionem. *Si habeamus duas magnitudines inæquales* a a *&* b b, *ſummam radicum ipſarum* a † b, *& quadrata partium illius ſummæ, quæ ſint proportionales dictis magnitudinibus, quæque adeo communem denominatorem habeant* a a † b b, *& numeratores diverſos* a^3 † a a b *&* b^3 † a b b, *demonſtrare, ſummam harum duarum magnitudinum, quæ altitudines, unde duo pondera æqualia Pendulo alligata dimittuntur, repræſentant, non eſſe æqualem ſummæ quadratorum illarum partium, quæ altitudines exhibent, ad quas duo pondera, poſtquam percuſſione fuerint ſeparata, redeunt, niſi minor ex hiſce magnitudinibus* a a *&* b b *ſit æqualis majori, id eſt, quia iſtæ magnitudines in quæſtione propoſitâ ſemper inæquales ſunt, niſi pars æqualis ſit, toti.*

Maxime ſenſibilis hujus veritatis demonſtratio eſt comparatio terminorum quæſtionis per regulas Algebraicas, id quod examinandum relinquo iis, qui uſum illarum regularum norunt. Quod rem ipſam ſpectat, nullius eſt momenti, ſive centrum Mathematicum Oſcillationis bene ſive male determinatum ſit, inventio Penduli nec minus utilis hominibus, nec minus auctore ſuo digna eſt.

V. Ob-

Digitized by Google

V.

Objectio Abbatis Catelani contra motum Pendulorum in Cycloidibus.

Si vis gravitatis ageret in corpora tanquam in puncta Mathematica, vel ſi ſpatium contentum ſub Cycloide eſſet diviſibile in infinitas alias Cycloides, ſimiles & parallelas, quidam Geometræ revera demonſtraſſent, uti contendunt, pendula illam debere deſcribere curvam ut Vibrationes, æqualibus temporibus, peragant; ſed nulla datur pars in corpore gravi, quale eſt Pendulum ex cupro vel plumbo, quæ non æque ac centrum Tellurem verſus propellatur magis minusve pro inclinatione, juxta quam movetur; Præterea ſpatium, quod continet Cyclois, non poteſt repleri infinitis aliis Cycloidibus ſimilibus, quoniam tripla circuli ſuperficies æqualis eſſet duplo quadrato diametri. Latet igitur adhuc Geometras, quamnam lineam curvam deſcribat Pendulum, cujus Vibrationes ſunt iſochronæ. Conſequentia hæc patet, ſi conſideremus, in corpore Pendulo, quando centrum vel alia quælibet pars Cycloidem percurrit, partes viciniores Axi, vel inde remotiores, eodem tempore, deſcribere lineas curvas inter ſe ſimiles, ſed quæ non ſunt Cycloides; ut patet ex dictis, & quia in quovis arcu perpendiculares ductæ e tangentibus ſuis ad tangentes Cycloidis ſunt æquales. Omnes itaque partes non habent æqualem inclinationem in deſcenſu, neque Tellurem verſus cum eâdem velocitatis proportione propelluntur; unde ſequitur, Vibrationem totius Penduli, quæ neceſſario pendet a Vibrationibus, quas peragunt partes ejus ſeparatim ſumtæ, differre a Penduli Vibratione, ſi reductum foret ad illam partem, quæ movetur in Cycloide.

Videtur huic potius cauſæ, quam craſſitudini fili, cui pondus alligatur, adſcribendam eſſe artificum praxin, quos experientia cogit curvaturam a Cycloide diverſam laminis tribuere, inter quas ſuſpendunt Pendulum.

Digitized by Google

Non tamen mihi animus eſt, hic abſolute oppugnare ſententiam illorum, qui credunt corpora gravia moveri, veluti puncta, quæ in Cycloide, ad Horizontem perpendiculari, peragunt ſuas Oſcillationes, temporibus æqualibus, a quacunque dimittantur altitudine. Contendo tantummodo, illud nondum eſſe demonſtratum, niſi alterutrum horum probetur, vel quod curvæ parallelæ Cycloidi eandem habent proprietatem quantum ad motum corporum, licet non ſint Cycloides, vel quod inæqualitas temporis, quod brevius eſt in parallelis, interioribus & Cycloide viciniores Axi, ita moderetur contraria inæqualitate temporis, quod majus eſt in parallelis exterioribus & ipſâ curvâ remotioribus ab Axe, ut compenſatio inæqualitatum ambarum in Cycloide detur, quæ tanquam medium locum tenet inter omnes curvas ipſi parallelas. Geometræ hanc difficultatem examinabunt ſi dignam ſuâ attentione judicent; nec, niſi poſtquam eorum ſententiam novero, obſervationes meas hac de re dare potero.

V I.

Reſponſio ad objectiones Hugenii adverſus methodum Abbatis Catelani de determinando Centro Oſcillationis.

HUgenius propoſuit objectionem adverſus propoſitionem deductam ex principio, a me, ad determinandum Mathematice centrum Oſcillationis Penduli, propoſito; ſed debuit examinare id, quod præcedit locum, quem e ſcriptis meis profert, nec generalem habere regulam ad caſum particularem tantum accommodatam, quem elegi, ut uterer exemplo ſimpliciſſimo & facillimo; ſcilicet quando Pendula compoſita ſunt ex partibus, quæ deſcribunt arcus ſimiles circa Axem, quocum faciunt idem planum; tum enim diſtantiæ ab illo Axe ſunt radii arcuum, qui habent eandem inter ſe proportionem, ac perpendiculares ad Horizontem, vel ſinus, qui ſunt altitudines, a quibus ſingulæ partes in Oſcillatione deſcendunt. Itaque cum Pendula, de qui-

Digitized by Google

quibus Hugenius loquitur, ut probet propoſitionem meam falſam, ſint anguli rectilinei agitati circa verticem, non habentes requiſitam conditionem, me non feriunt. Si concipiamus tales angulos moveri circa Axem, per vertices illorum transeuntem, patet ſummas diſtantiarum Axis ab omnibus punctis linearum, quæ Pendula componunt, eſſe inæquales, prout illæ lineæ efficiunt cum Axe angulos magis minusve acutos. Et meâ regulâ detego ſummas diſtantiarum eſſe æquales Parabolis habentibus pro Diametro maximam ab Axe diſtantiam, & pro Parametro 4^{am} proportionalem poſitis hiſce tribus, lineâ datâ, quæ eadem eſt in quovis Pendulo, maximâ diſtantiâ, quæ variat pro variis angulis, & unitate; unde ſequitur, tempus Oſcillationis valere $\frac{2}{3}$ maximæ ab Axe diſtantiæ, & non in omni caſu idem eſſe; tanto enim brevius eſt, quanto angulus eſt obtuſior, id eſt, quanto Pendulum magis Axi vicinum eſt.

Si Hugenius deſiderat propoſitionem quæ conveniat Pendulis, circa punctum motis, mutanda tantum erunt verba quædam in principio Pendulorum habentibum Axem; loco *radices diſtantiarum illarum*, legendum *ſummæ linearum rectarum, quæ repræſentant tempora Oſcillationum omnium partium ſeparatim ſumtarum.*

Hoc modo propoſitio inſerviet ambobus caſibus. Sed res melius intelligitur per generale Principium, quod propoſui & ita ſe habet. *In eodem Pendulo, cum omnes partes niſi ſimul moveri nequeant, propter ſuam conjunctionem, vibratio minus diſtantium ab Axe, vel puncto ſuſpenſionis, ita retardatur a vibratione remotiorum. & reciproce Oſcillatio remotiorum ita acceleratur per Oſcillationem aliarum, ut detur inter illas compenſatio celeritatum proportionalis arcubus, vel curvarum portionibus, quas deſcribunt, ita ut tempus Oſcillationis totius Penduli ſit medium inter tempora Vibrationum, quas peragerent illæ partes, ſi non inter ſe forent conjunctæ, id eſt, ut ſit æquale ſummæ temporum illorum diviſæ per numerum partium, quas debemus conſiderare ut æquales & infinite parvas.*

Demonſtrare potero in ſequentibus, non adeo difficile eſſe, ut quidem Hugenio videtur, accommodare illud Principium ad particulares magnitudinum Geometricarum ſpecies ſuſpenſarum ex Axe vel puncto.

Quod ad experimenta attinet, paratus ſum demonſtrare hæc ita non poſſe inſtitui, ut perfecte conveniant cum regulis ſimplicibus & generalibus, quæ deducuntur e principiis Mathematicis, eandem ob cauſam ob quam generalis regula, ſtabiliri nequit, certa, & conſtans, in caſibus particularibus, qui dependent a pluribus cauſis, non exacte notis.

VII.

Excerpta ex litteris D. Bernoullii datis Baſileæ ad Autorem Diarii Pariſienſis, de Controverſia, inter Abbatem Catelanum & Hugenium, de Centro Oſcillationis.

QUum nondum obſervaverim, Hugenium reſpondiſſe, ad exceptionem Abbatis Catelani, quæ ſpectabat primariam ejus de centro Oſcillationis propoſitionem, te haud ægre laturum credo, ſi verbulum ad ejus defenſionem ad te ſcribam. Quicquid D. Catelanus diſputat, eo redit ut probet, *ſummam radicum duarum magnitudinum quarumvis non poſſe in duas partes ita dividi, ut proportionales ſint ad magnitudines datas, utque ſumma quadratorum ipſorum ſit æqualis ſummæ magnitudinum.* Id vero neutiquam in dubium ab Hugenio vocatur, qui tantum affirmat, *ſummam harum magnitudinum poſſe eſſe æqualem ſummæ duarum aliarum, quæ quadratis priorum proportionales ſunt.* Quod & veritati conſonum eſt.

Atque ut oſtendam, controverſiæ omnis cardinem hic verti, utar eodem exemplo de duobus ponderibus æqualibus, & quidem poſitis numeris, ut veritates hæ abſtractæ ſenſui magis obviæ fiant.

Sint

Sint A & B duo corpora ex Axe D ſuſpenſa ita, ut unius diſtantia ab Axe quadruplo major ſit alterius diſtantiâ. TAB. XXVIII. Fig. 4.

Adeoque ſi altitudo perpendicularis B I, ex qua deſcendit corpus B deſcribendo arcum B G, ponatur quatuor pedum, altera A H, unde corpus A delabitur, unius pedis erit. Celeritates igitur, quas ſeparatim cadendo acquirunt, quoniam ſunt ut radices altitudinum, ſe habent ut 2. ad 1. Summa 3, quæ totalem Penduli celeritatem manifeſtat, quando proportionaliter ad altitudines, ſive ad arcus B G & A F dividitur, dat gradus celeritatis, quos obtinent pondera, quando conjunctim in tabulam D G decidunt, videlicet $\frac{12}{5}$ & $\frac{3}{5}$, quorum quadrata ſunt $\frac{144}{25}$ & $\frac{9}{25}$, unde quæ prodit ſumma, ſane a ſumma altitudinum, e quibus pondera dimittuntur, differt. Veruntamen hæc quadrata proportionem ſolummodo altitudinum O M & N L, ad quas pondera, dum a tabula reſiliunt, adſcendunt, non ipſas altitudines exprimunt; quas inter ratio quidem eſſe poteſt, quæ eſt inter $\frac{144}{25}$ & $\frac{9}{25}$, hoc eſt inter 16 & 1, dum ipſa ſumma eſt quinque, quæ eſt ſumma altitudinum B I & A H unde pondera delapſa ſunt.

Nam ſi ponamus altitudinem O M $4\frac{17}{17}$ pedum eſſe, & alteram N L $\frac{5}{17}$, O M ſe habebit ad N L, ut 16 ad 1; & O M † N L erit æqualis B I † A H. Idcirco centrum gravitatis commune ponderum A & B, ubi in L, M pervenere, erit ad eandem altitudinem, quam obtinebat ante Oſcillationis initium. Id clare ex inſpectione figuræ apparet. Pondus enim M tantum ſupra lineam Horizontalem B D elevatur, quantum L infra eam deprimitur, videlicet $\frac{12}{17}$ unius pedis; ſequitur hinc in triangulis ſimilibus M P Q & L Q R latera M Q & Q L eſſe æqualia, hoc eſt medium lineæ M L, quæ duo pondera conjungit, eſſe in interſectione lineæ Horizontalis.

VIII. Ex-

Digitized by Google

VIII.

Excerpta ex literis Dni. Hugenii ad Auctores Diarii Pariſienſis, datis Hagæ 8. Junii 1684. quæ continent ejus reſponſionem ad exceptionem Dni. Abbatis Catelani, de centro Oſcillationis.

HUc usque diſtuli reſpondere ad exceptionem Dni. Abbatis Catelani, & fere omnis noſtræ controverſiæ oblitus eram, quoniam non audiveram, ullum ex iis qui tales ponderant quæſtiones in illius partes iviſſe. Sed cum ex amicis quidam deſiderarent, ut Geometris facilius redderem litis noſtræ examen; & eo impedirem quo minus illi, qui hanc norunt, ſilentium meum reprehendant, vos rogo ut diariis veſtris, ſequentia velletis inſerere, cum quibusdam veſtrum jam dudum communicata.

Abbas Catelanus, viſâ meâ reſponſione ad primam obſervationem, ſuoque errore cognito, credidit ſe illam poſſe diſſimulare, ſi diceret, obſervationes ſuas ex vitioſo autographo editas eſſe, in quo non ſolum quædam verba deerant, ſed etiam ſex ſeptemve ordine ſequentes lineæ; cumque illæ ſuppletæ ſint in ſecunda Editione, ubi addidit, *& quidem tales, ut ſummæ* cum ſex aliis lineis, propoſitam objectionem omnino mutavit.

Non opportunum tamen duxit hac de re lectorem monere, ne quidem in ſuâ exceptione, in qua poſitâ hac mutatione ratiocinatur. Cùm enim antea ſe demonſtraturum promiſerat, propoſitionem meam 4.am de centris Oſcillationum falſam eſſe niſi pars ſit æqualis toti, in præſens ut illud probet, non tantum ponit axioma hoc irrefragabile *totum eſſe majus parte*, ſed præter hoc pro vero habet quoddam, quod ſibi finxit, de motu Pendulorum, principium.

Rem

Digitized by Google

Rem ita ſe habere oſtendam, & ut mutatam ejus objectionem ſolvam, demonſtrabo principium, quod ponit, verum eſſe non poſſe. Etiam falſum eſſe oſtendam alterum ejus principium generale, quo utitur *in ſuâ verâ ſolutione Mathematica Problematis de centris Oſcillationis*, & tandem ambo hæc principia ſibi mutuò contrariare: non deſpero fore ut ipſe Abbas Catelanus mecum conveniat, ſi ad ſequentia attendat.

Quæſtio ſecundum illum ad hanc propoſitionem redit. Si habeamus duas magnitudines inæquales *a a* & *b b*, & ſummam harum radicum dividamus in duas partes, quæ ſint inter ſe ut *a a* ad *b b*, quæ partes ideo ſunt $\frac{a^3 + aab}{aa + bb}$ & $\frac{b^3 + abb}{aa + bb}$, ut facile per Algebram invenitur, demonſtrare, ſummam magnitudinum *a a* & *b b*, quæ repræſentant altitudines, unde deſcendunt pondera duo æqualia eidem Pendulo alligata, non poſſe æquari ſummæ quadratorum partium $\frac{a^3 + aab}{aa + bb}$ & $\frac{b^3 + abb}{aa + bb}$, quarum quadrata repræſentant altitudines, ad quas pondera, percuſſione ſeparata, redeunt, niſi pars *a a* æquetur *b b*; id eſt (quoniam quantitates in quæſtione propoſita ſunt inæquales) niſi pars æqualis ſit toti.

Hæc eſt propoſitio Abbatis Catelani, quam tantum clarius exprimere conatus ſum, quâ demonſtratâ, ut facile fit comparando duas illas ſummas per calculum Algebraicum, contendit, fundamentalem meam de centris Oſcillationis propoſitionem ruere.

Sed etiam relictâ Algebrâ demonſtrari poteſt illius propoſitio; nam ſi ponatur *a a* æquale eſſe 1; & *b b* æquale 4; ſumma radicum $a + b$ eſt 3, & partes proportionales hujus ſummæ ſunt $\frac{3}{7}$ & $\frac{12}{7}$, faciunt enim junctim $\frac{15}{7}$ hoc eſt 3. Quadrata earundem partium ſunt $\frac{9}{49}$ & $\frac{144}{49}$. Hoc igitur ſolum reſtaret demonſtrandum, ſummam 1. & 4. non eſſe æqualem ſummæ, quæ prodit ex additione $\frac{9}{49}$ ad $\frac{144}{49}$, ſive 5 & $6\frac{3}{49}$ non eſſe æqualia inter ſe; quod ſane per ſe clarum eſt.

Vera ergo eſſet Abbatis Propoſitio niſi affirmaret quadrata partium $\frac{a^3 + aab}{aa + bb}$ & $\frac{b^3 + abb}{aa + bb}$, quæ hic ſunt $\frac{9}{49}$ & $\frac{144}{49}$, re-

præſentare altitudines, ad quas pondera ſejuncta redeunt. Non diſſentiet & facile probari poteſt illud deductum eſſe ex Principio, quod ſibi finxit, & pro fundamento habet propoſitionis ſuæ; ſcilicet, *celeritatem totalem Penduli compoſiti, quæ inter partes diſtribuitur proportionaliter ad arcus, quos ipſæ deſcribunt, ſemper æqualem eſſe ſummæ celeritatum, quas eædem partes acquiſiviſſent, ſi ſejunctæ ſingulæ ſeparatim ex iiſdem altitudinibus, & in eadem diſtantia ab Axe deſcendiſſent.* Ponit ergo, ut me refellat, principium hoc, quod falſum contendo; in demonſtratione computationem memoratam ſequar.

D^nus Abbas novit & concedit, detegi altitudinem, unde commune ponderum gravitatis centrum deſcendit, ſi dividamus ſummam altitudinum 1. & 4. (unde duo pondera ſimul alligata deſcenderunt) per 2 numerum ponderum, quæ ergo eſt $\frac{5}{2}$. Concedit pariter, dari altitudinem, ad quam revertitur commune eorum gravitatis centrum, ſcilicet $\frac{153}{50}$, vel $3\frac{3}{50}$, ſi per numerum ponderum duo, dividamus ſummam altitudinum $\frac{9}{25}$ & $\frac{144}{25}$, ad quas pondera percuſſione ſeparata redeunt.

Centrum ergo gravitatis revertetur altius quam unde deſcenderat, quantum $3\frac{3}{50}$ excedit $2\frac{1}{2}$, quod primario adverſatur Mechanices Principio. Hoc ſi D^nu Abbas efficere poſſit, detectum habebit perpetuum mobile: Quum ergo ejus Principium ex quo falſa ſequitur concluſio, falſum ſit, exinde nil quo mea labefactetur Propoſitio, poteſt inferri vel deduci. Quod ad alterum ejus Principium attinet, quod pro fundamento habet regulæ generalis de determinandis centris Oſcillationis, in eundem inducit errorem. Hoc Principium eſt, *tempus Vibrationis Penduli compoſiti eſſe medium inter tempora Vibrationum partium, id eſt, æquale eſſe ſummæ illorum temporum, diviſæ per numerum partium.* In Pendulo, quale conſideravimus, ubi ponderum diſtantiæ, a puncto ſuſpenſionis, ſunt 1 & 4, ſi ponamus tempus minoris ex partibus ſeparatis eſſe unum, (unde ſequitur, tempus alterius partis ſeparatim agitatæ eſſe duo;) ſecun-

ſecundum ejus principium, ſumma illorum temporum, quæ eſt tria, diviſa per duo, numerum partium, erit tempus Penduli compoſiti, ſcilicet $\frac{3}{2}$. Hiſce poſitis, nil præterea ponendo præter id quod concedit D.us Abbas, deteguntur altitudines, ad quas revertuntur pondera, poſtquam a Pendulo compoſito ſunt ſejuncta; nempe $\frac{4}{9}$ & $\frac{64}{9}$; quarum ſumma $\frac{68}{9}$, diviſa per duo, numerum ponderum, dat $\frac{34}{9}$, vel $3\frac{7}{9}$, altitudinem, ad quam adſcendit commune gravitatis centrum, quæ etiam ſuperat $\frac{5}{2}$ vel $2\frac{1}{2}$ unde demonſtravimus centrum deſcendiſſe. Non addo methodum computationis quæ facilis eſt. D.nus Abbas ergo dum quærit principium bis male divinavit; proprie enim divinare eſt, ratiocinia deducere ex principiis, quæ levem tantum veri ſpeciem præ ſe ferunt; & verum eſſet, quæſtionem de centro Oſcillationis non difficulter reſolvi, ſi, ut ipſe fecit, tantum ponendum foret id, quod ſtatim rem quæſitam determinat.

De cætero, contraria eſſe inter ſe ambo principia clarum eſt; quoniam ut patet, ex his diverſæ ſequuntur concluſiones, altitudines enim, ad quas centrum commune gravitatis aſcendit, diverſæ ex utroque deteguntur, nempe $3\frac{3}{18}$; $3\frac{7}{9}$.

Unum hoc addam, ut reſpondeam difficultati, quam D.nus Abbas propoſuit, contra motum in Cycloide *, hanc difficultatem ſolutam dari in ipſo meo tractatu de centro Oſcillationis in cujus propoſitione 24 explicavi, quomodo effici queat, ut omnia ponderum Penduli puncta moveantur in Cycloidibus æqualibus; licet in praxi minime neceſſaria ſit correctio hæc.

* Vide ſupra pag. 227.

IX.

Reſponſio D.ni Abbatis Catelani ad literas D.ni Bernoulli de Controverſia ſua cum D.no Hugenio de centro Oſcillationis *.

* Vide ſupra pag. 231.

UT reſpondeam ad has literas, idem repetam, quo utitur D.nus Bernoulli, exemplum Penduli compoſiti ex ponderibus æqualibus eidem virgæ applicatis, & ex eodem centro

Digitized by Google

ſuſpenſis, a quo pondus unum quater magis quam alterum diſtat; ita ut altitudines perpendiculares, unde deſcendunt ſint ut 1 ad 4.

Convenit inter nos de proportione inter has altitudines, & de ſumma velocitatum, quas illa pondera acquirerent, ſi ſeparatim ab iis altitudinibus caderent; ſed contendimus de exprimendis his altitudinibus reſpectu ſpatii, quod ſit communis earum menſura, & pro unitate habeatur. Cum omnibus, qui ante me de ſimilibus quæſtionibus ſcripſerunt, pono veros numeros, quibus exprimuntur altitudines, eſſe quadrata ipſorum numerorum qui velocitates deſignant, in illis caſibus, in quibus inter altitudines & inter velocitates non alia datur ratio, præter generalem experientiâ detectam.

Patet autem ex numeris quos in computatione mea detexi, (cum 9 & 144 ducta in $\frac{1}{25}$ pedis, id eſt 6 pedes cum 1 digito 5 lineis & quod excedit, differant cum 1 pede & 4 pedibus, aut 5 pedibus,) ſummas altitudinum, ad quas adſcendunt pondera in exemplo propoſito, non eſſe æqualem ſummæ altitudinum unde deſcendunt, quam æqualitatem D.^us^ Hugenius ponit in generali propoſitione, quâ utitur pro principio in ſuo tractatu de centro Oſcillationis.

D.^us^ Bernoulli reſpondet, quadrata numerorum, qui exprimunt velocitates ponderum, tantum exprimere proportionem altitudinum, ad quas revertuntur poſt illorum ſeparationem, & non ipſas altitudines, quæ quidem inter ſe habere poſſunt rationem, $\frac{144}{17}$ ad $\frac{9}{18}$ dum tamen harum ſumma eſt 5, quæ eſt ſumma altitudinum, unde pondera deſcenderunt. Nam altitudines, ad quas revertuntur ſeparata, ſunt juxta illum $4\frac{12}{17}$ & $\frac{5}{17}$, quarum ſumma valet 5, ut ſumma primarum altitudinum 1. & 4. Iterum reſpondere non difficile erit. Rogatum velim D.^um^ Bernoulli, dum contendit, proportionem quadratorum numerorum, qui velocitates exprimunt, tantum conſiderandam eſſe, quâ motus lege, & per quodnam principium Mechanicum pondera, de quibus agimus, potius redeant ad altitudines, quas ille notavit, &

quæ

Digitized by Google

quæ cum ipſius ſententia congruunt, quam ad illarum proportionales $5\frac{11}{17}$ & $\frac{6}{17}$, quarum ſumma eſt 6; vel ad $3\frac{13}{17}$ & $\frac{4}{17}$ quarum ſumma eſt 4; vel ad innumeras alias ſimiles, quæ habeant inter ſe eandem proportionem, $\frac{144}{17}$ ad $\frac{9}{17}$, ſed ex quibus altitudo centri gravitatis reverſi major minorve, quam unde deſcendit deducitur. Certè pondera non revertentur ad omnes altitudines proportionales quadratis velocitatum, quas deſcendendo acquiſiverunt, quoniam gravitas gradatim retardat, & tandem deſtruit velocitates, cum quibus reflectuntur pondera.

Quid ergo eveniet? rogo D^um^ Bernoulli ut illud explicare velit? An Natura per ſe incerta de eo quod ſibi agendum eſt, pro voluntate D^ni^ Bernouilli actura eſt? Cum ipſius veniâ, hac de re dubitabo, donec ſententiam ſuam ſolidis argumentis, ex Phyſica deductis probet. Interim credo me jure concludere, rationibus quas affert pro D. Hugenio hoc confirmari, propoſitionem hujus generalem & fundamentalem de centris Oſcillationis non eſſe omni exceptione majorem.

X.

Dn. Bernouillii narratio controverſiæ inter Dn. Hugenium & Abbatem Catelanum agitatæ de Centro Oſcillationis, quæ loco Animadverſionis eſſe poterit in Reſponſionem Dn. Catelani.

Excerpta ex Litteris Dn. Bernoullii Lipſiam miſſis.

Menſe Septembri A. 1681. Abbas Catelanus propoſitionem quandam tractatus Cl. Hugenii, quem de *Horologio*

logio Oſcillatorio inſcripſerat, adortus eſt, formata contra illam objectione; in qua quia mentem ſuam minus feliciter expreſſit, anſam dedit iſti controverſiæ, quæ hucusque fere inter illos viguit. Verum quidem eſt, eum initio A. 1682. objectioni ſuæ, additis paucis lineis, variationem quandam induxiſſe; ſed quoniam ejus partes ſatis adhuc male cohærentes reliquit, eam in mente Lectoris ſui excitavit opinionem, quaſi perſuaſum haberet, ſummas altitudinum, e quibus pondera alicujus penduli junctim deſcendunt, & ad quas poſtmodum ſeparatim aſcendunt, inæquales eſſe debere hanc ſolam ob cauſam, quod *priores altitudines ſint proportionales ipſis ponderum celeritatibus, poſteriores vero non niſi quadratis iſtarum celeritatum.* Quare etiam Hugenius, id unicum Catelano ſcrupulum movere ratus, reſpondere abſtinuit, usque in menſem Junium, quo tandem calamum arripuit, ac exemplo duorum numerorum 5 & 10, duorumque aliorum 3 & 12 breviter monſtravit, fieri utique poſſe, ut binæ quantitates eandem cum binis aliis conficiant ſummam, etiamſi diverſam ab illis rationem habeant, neque tum temporis in dubium revocavit πρῶτον Catelani ψεῦδος quod tamen in prima jam objectionis ſuæ impreſſione manifeſte ſatis prodiderat, dum ſuppoſuit: *Pendulum ex duobus ponderibus compoſitum, eandem acquirere celeritatem, quantam acquirat ſumma pendulorum ſimplicium;* id vero ſicco pede præteriit Hugenius, vel quod non penetrarit ſtatim, ob nullam periodorum connexionem, quorſum falſa iſta Catelani ſuppoſitio tenderet, vel potius quod illi ceu veriſimili admodum tum ipſemet adſtipularetur. Catelanus interea Hugeniano reſponſo non contentus, excepit 20 Julii 1682, ac terminis Algebraicis rem aggreſſus eſt, eodem innixus fundamento: *Quod totalis celeritas penduli compoſiti æquet ſummam celeritatum partium ejus ſeparatarum.* Quo facto controverſia iſta ultra annum ſopita jacuit. Me quod ſpectabat, cui Hugenii liber tum nondum viſus, nedum lectus fuerat, ſcopum alium non habebam, quam illuſtrare ejus reſponſionem, remque examinare, qualiter ab ipſo examinata, atque in Actis recenſita fue-

fuerat. Animadvertens itaque, Catelani principium ab Hugenio non refutatum eſſe, & ego illud intactum reliqui, ſufficere mihi ratus, ſi Hugenianum reſponſum ſimpliciter applicarem ad præſentem controverſiam, propoſito eum in finem exemplo penduli, e duobus æqualibus ponderibus compoſiti; ubi innuere ſaltem volui, quod ſuppoſito pro totali ejus celeritate numero ternario (quicquid ſtatuatur de celeritatibus utriusque ſeparatim ſpectati ponderis, dummodo eæ ſint in ratione 2 ad 1) quadrata $\frac{144}{25}$ & $\frac{9}{25}$ ex mente Hugenii ſignificare debeant non niſi *rationem altitudinum*, ad quas aſcendant ſeparata pondera, minime vero *ipſas altitudines* (quod ipſe quoque poſtmodum indigitavit Hugenius in ſecunda reſponſione, 8 Jun. 1684.*) partim quoniam celeritates atque altitudines, utpote quantitates heterogeneæ, ſe mutuo menſurare non poſſunt; partim etiam, quia ipſe Catelanus urgere ſaltem videbatur, altitudines eſſe *proportionales* quadratis, vel *ſicut* quadrata celeritatum; tametſi in proxime ſequenti calculo quadrata iſta pro ipſis altitudinibus adhibuerit. Comparato mihi paulo poſt, & perlecto Hugenii libro, animadvertebam, Propoſitionem controverſam ex priore Hypotheſium, quas Auctor initio ſtabiliverat, adeo evidenter inferri, ut neutra infringi poſſit, quin ſimul evertatur altera; quocirca judicabam, ſi Catelano falſa fuiſſet viſa propoſitio, eum potius ipſam adoriri debuiſſe Hypotheſin, magnumque illud inibi contentum Principium Mechanicum. Verum enim vero cum hujus principii veritatem nullo jure in dubium revocare poſſem, atque ſimul etiam ſeriem ratiocinii a Catelano ſatis confuſe propoſiti evolvere cœpiſſem, errorem ejus detexi illico, falſamque cognovi eſſe, qua nitebatur, regulam, nimirum: *Celeritatem totalem penduli compoſiti æqualem eſſe ſummæ celeritatum partium ejus ſeparatarum.* Atque ut oſtendam, animadverſum mihi fuiſſe errorem, priusquam Hugenii epiſtola de 8. Jun. lucem aſpexiſſet, afferam hic cauſam phyſicam, omiſſam ab Hugenio, qua fit, ut penduli compoſiti celeritas perpetuo minor ſit celeritate partium ejus ſeparatarum: Ponamus majoris eviden-

* Vide ſupra pag. 232.

TAB.XXVIII Fig. 5. dentiæ ergo, pondera penduli A & B in linea inflexili D B libere hinc inde moveri poſſe, ſic ut linea hæc, dum rotatur circa axem D, quamvis ſecum rapiat pondera, non tamen impediat deſcenſum illorum in linea recta centrum Terræ verſus. Quo poſito, conſtat, utrumlibet pondus ſigillatim dimiſſum, eadem celeritate latum iri, qua ferretur absque virga D B, utpote nec a virga, nec ab ejus axe ullo modo impeditum; id eſt ſi pondus A absque virga certo tempore conficit ſpatium A H, & pondus B ſpatium æquale B N, utrumque etiam cum virga, ſed ſigillatim, dimiſſum eodem tempore idem ſpatium A H & B N conficiet. Conſtat inſuper, quod ſi gravitas in utrumque pondus ageret viribus, quæ proportionatæ forent ipſorum reſpectivis ab axe diſtantiis, virga nullum adhuc ipſorum deſcenſui afferret impedimentum, propterea quoniam exacto certo tempore unum eorum reperiretur in H & alterum in I, vel prius in L, poſterius in N, ſive absque virga, ſive cum virga, ſive ſigillatim ſive conjunctim dimitterentur. Verum enim vero quoniam gravitas in utrumque pondus agit viribus æqualibus, ſic ut pondera eodem tempore æqualia ſpatia A H & B N transigere annitantur, & tamen interea pondus A junctim dimiſſum, ob inflexilem virgam, nequit pertingere niſi ad L, dum pondus B jam eſt in N, hinc ſequitur, gravitatis vim in pondere A non eſſe exhauſtam; adeoque reſiduum harum virium, ex una parte urgere debere corpus B, ex altera ipſum axem D, eundemque premendo aliquam ſui partem ibidem inſumere & deperdere; ſiquidem virga hocce caſu inſtar vectis conſiderari poſſit, prout extra dubium eſt, quod ſi corpus B infinite tarde moveri, id eſt, firmum & ſtabile eſſe intelligatur ſicut axis D, corpus A partem ſui ponderis æque in axem D atque in corpus B transferret. Ex hactenus dictis colligere proclive eſt, ſi quis examinare vellet, quantam partem celeritatis ſuæ pondus A in premendo axe D conſumere debeat, eum exinde, imitando Dn. Catelani ratiocinium, veritatem aut falſitatem Hugenianæ Hypotheſeos, inque hac fundatæ Propoſitionis, detegere poſſe.

Ro-

Digitized by Google

Rogantur hac occaſione eruditi, ut examinent, qualem legem communicationis celeritatum obſervent corpora mota, quæ ex una parte innituntur firmo fulcimento, ex altera alii corpori itidem, ſed tardius moto: ſi namque celeritatis exceſſus, qui hinc inde communicandus eſt, in eadem ratione diſtribueretur, in qua diſtribuitur onus aliquod, quod vecti duobus ſuſtento fulcris impoſitum eſt, nimirum in ratione reciproca diſtantiarum mobilis a fulcris, tum imitando ratiocinium Dn. Catelani, deprehenderemus, ſummam altitudinum, ad quas aſcendunt ſeparata penduli pondera, viciſſim nunc minorem eſſe ſumma altitudinum, e quibus antea conjunctim deſcenderant, quod iterum Hugenianam Propoſitionem everteret.

En calculum: Eſto altitudo A L = 1 ped.

Altitudo B N = 4 ped.

Celeritas ponderis A acquiſita in puncto L, ubi deſcendit ſeparatim = 1

Celeritas ponderis B acquiſita in puncto N, quando cadit ſeparatim = 2

Celeritas ponderis A acquiſita in puncto L, quando deſcendit conjunctim = x

Igitur Exceſſus celeritatis ponderis A, qui tam in axem, quam in pondus B redundat = 1 − x

Et pars hujus exceſſus, quæ ſoli ponderi B communicatur = $\frac{1}{4} - \frac{1}{4}x$

Tota ergo celeritas ponderis B in puncto N cum conjunctim cadit = $2\frac{1}{4} - \frac{1}{4}x$

Atqui vero $2\frac{1}{4} - \frac{1}{4}x$, x :: 4, 1. Igitur x = $\frac{9}{17}$ & 4 x = $\frac{36}{17}$ eorumque quadrata $\frac{81}{289}$ & $\frac{1296}{289}$ quorum ſumma $4\frac{13}{17}$ minor eſt 1 + 4 = 5.

Antequam finiam, in favorem Dn. Catelani hoc monebo, quod etiamſi commune gravitatis centrum juxta illum altius aſcendere deberet, quam deſcendit, nondum tamen ſequatur, repertum fore motum perpetuum, ut ſibi perſuadet Ill. Hugenius; quoniam in iſtis abſtrahi ſolet ab aëris reſiſtentia, a diminutione celeritatis, quæ neceſſario ſequitur disruptionem vinculi, quo connectebantur partes penduli, aliorum-

que obſtaculorum; prout ipſa quoque hæc aëris reſiſtentia in cauſa eſt, cur ſimplex pendulum motum ſuum non continuet, ut maxime in Hypotheſi Hugeniana ad eandem aſcendere debeat altitudinem, a qua deſcendit.

XI.

Litteræ Dni. Marchionis de l'Hôpital ad Dum. Hugenium, in quibus contendit, ſe regulam hujus Auctoris de Centro Oſcillationis penduli compoſiti demonſtrare per cauſam Phyſicam, & reſpondere ſimul Dno. Bernoulli.

Ante aliquot annos, cum admiratione legi eruditum tuum de centris Oſcillationis tractatum, & pleniſſime mihi perſuaſum eſt veras eſſe demonſtrationes tuas. Interea cum Acta Lipſienſia nuper mihi ad manus venerint, inveni in actis menſis Julii anni 1686. relationem tuæ hac de re cum Dno. Abbate Cateleno controverſiæ, à Dno Bernoulli factam, qui tuam ſententiam amplectitur, uti certe debent, quicunque aliquem inter Geometras locum ſe tenere contendunt. Sed attonitus vidi, finem ratiocinii quo utitur, contrarium eſſe tuis demonſtrationibus: unde ad illud ſedulo examinandum perductus fui, & cognovi, quod utatur principio veriſſimo, licet in eodem applicando fallatur; illud enim principium, uti demonſtrabo, ducit ad eandem veritatem, quam probaſti in 5ª tua propoſitione.

TAB. XXVIII. Fig. 6. Sit D A B virga inflexilis & ſine gravitate, mobilis circa punctum fixum D, ad quam annexa ſint 2 pondera æqualia A & B; & ſit diſtantia B D a puncto fixo quadrupla diſtantiæ A D, quæritur longitudo D G penduli ſimplicis iſochroni, id eſt, quod movetur cum eâdem celeritate ac pendulum compoſitum.

Ad ſolvendum hoc problema, conſidero velocitates, cum quibus corpora A & B incipiunt deſcendere in primo inſtanti

ti caſus ſui, vel potius, ſpatia, quæ percurrunt eodem tempore, utut parvo; hoc ſenſu ſumo 1 pro velocitate, quacum omne corpus grave ſive magnum ſive parvum incipit deſcendere ſuper planis æqualiter inclinatis; nam, ut ſatis notum eſt, illa velocitas eſt æqualis in omnibus corporibus.

Concipio etiam, quantitatem motus corporis initio deſcenſus ſui oriri ex maſſâ multiplicatâ per illam primam velocitatem; His ſuppoſitis, conſtat, quod corpus A conetur deſcendere cum eâdem celeritate, quâ corpus B; quod cum non poſſit, quoniam virgæ junctum eſt in puncto A, cujus velocitas tantum eſt 4ta pars velocitatis B, debet accelerare motum corporis B in pendulo compoſito. Tota ergo difficultas conſiſtit in rite determinandâ motûs augmentatione; quod hoc pacto facio.

Sit x quantitas motus corporis A in pendulo compoſito, reſiduus exceſſus quantitatis ejus motus erit ergo $A - x$, vis hæc applicata in A exerit actionem in punctum fixum D & corpus B, quod conſiderari debet ut immobile ipſius reſpectu (quoniam clarum eſt, corpus B debere cenſeri immobile reſpectu illius exceſſus) & conſequenter virga B D debet conſiderari ut vectis cujus extremitates ſuſtinentur in B & D. habebimus ergo B D, 4. ad A D, 1. ut $A - x$ ad $\frac{1}{4} A - \frac{1}{4} x$ portionem exceſſus quantitatis motus corporis A, quæ communicatur corpori B; ita ut quantitas motus corporis B in pendulo compoſito ſit $B + \frac{1}{4} A - \frac{1}{4} x$ id eſt $\frac{5}{4} A - \frac{1}{4} x$; Jam vero propter virgam inflexilem D B velocitas corporis B in pendulo compoſito debet neceſſario eſſe quadrupla velocitatis corporis A, & conſequenter etiam quantitas ejus motus, quoniam corpora ſunt æqualia; unde ſequitur æqualia eſſe $4x$ & $\frac{5}{4} A - \frac{1}{4} x$ unde deducitur valor ipſius x, $\frac{5}{17} A$, qui exprimit quantitatem motus corporis A in pendulo compoſito; Jam ſi fiat, ut $\frac{5}{17}$, velocitas corporis A in pendulo compoſito, eſt ad 1, velocitatem, omnium corporum gravium in extremitate pendulorum ſimplicium, ita D A, 1; eſt ad D G, $\frac{17}{5}$, erit hæc longitudo penduli ſimplicis iſochroni; ſi enim ſpatia ſunt inter ſe ut velocitates, tempora æqualia ſunt.

 Si

TAB. XXVIII. Fig. 7. Si addamus ad pendulum compoſitum D A B novum pondus C æquale cuivis ponderi A & B, ita ut D C duplum ſit D A, conſiderari debent pondera A & B tanquam appenſa ad G commune ſuum Oſcillationis centrum, in extremitate penduli ſimplicis D G; & tunc ponendo x, quantitatem motus corporis C in pendulo compoſito D C G, habebimus C-x pro reſiduo exceſſu quantitatis motus corporis C. Quantitas hæc reſidua applicata in C exercet vim in punctum fixum D, & punctum G, quod conſidero ut fixum ipſius reſpectu; habebimus ergo D G, $\frac{17}{7}$, eſt ad D C, 2, ut C-x eſt ad $\frac{10C-10x}{17}$, portionem ejus exceſſus, quæ diſtribuitur in G; unde ſequitur, quantitatem motus corporum A & B in pendulo compoſito D A C B futuram $\frac{5}{17}$ A + $\frac{20}{17}$ B + $\frac{10C-10x}{17}$ id eſt $\frac{35C-10x}{17}$; Ob virgam autem inflexilem D B, velocitas corporis A in pendulo compoſito erit neceſſario dimidia velocitatis corporis C, & velocitas corporis B erit dupla velocitatis corporis C, & eædem quoque inter motus quantitates rationes dantur, cum tria corpora ſint æqualia inter ſe; datur ergo æqualitas inter $2x + \frac{1}{2}x$ & $\frac{35C-10x}{17}$, unde deducitur quantitas $\frac{2}{3}x = C$, exprimens quantitatem motus corporis C in pendulo compoſito D A C B. Jam ſi fiat, ut $\frac{2}{3}$, velocitas corporis C in pendulo compoſito, eſt ad 1, velocitatem cujusvis corporis gravis in extremitate penduli ſimplicis; ita D C, 2. eſt ad D E, 3, erit hæc longitudo penduli ſimplicis iſochroni.

Si pondera A, B, C eſſent inæqualia, inveniretur ſemper, ſequendo hoc ratiocinium, centrum Oſcillationis, ita ut hæc methodus ſit generalis, quicunque ſit ponderum numerus, & quæcunque eorundem inæqualitas. Oſtendendum nunc, methodum hanc etiam uſu venire, ſi pondera ſint ad puncti fixi partem utramque diſpoſita.

Sit pendulum compoſitum A D B mobile circa punctum fixum D, & oneratum ponderibus æqualibus A & B, ſitque D B quadrupla ipſius D A, patet quod corpus A debeat retardare motum corporis B in pendulo compoſito; & ut præ-

præciſe inveniatur quantum retardet, voco x quantitatem motus corporis B in pendulo compoſito A D B, & conſequenter exceſſus reſiduus quantitatis ejus motus erit B - x; ſed ob virgam B A, velocitas corporis A debet neceſſario eſſe quarta pars velocitatis corporis B: quantitas ergo ejus motûs in pendulo compoſito erit $\frac{1}{4}$ x (cum enim corpora A & B ſint æqualia quantitates motus ſunt proportionales velocitatibus. Illa autem motus quantitas produci non potuit, niſi per reſiduum exceſſum quantitatis motus corporis B. Patet ergo, quod ille exceſſus B - x debeat ſuperare quantitatem motus corporis A inferiora verſus, & eidem præterea imprimere quantitatem motus $\frac{1}{4}$ x ſuperiora verſus; id eſt quod debeat agere in corpus A ac ſi vis A + $\frac{1}{4}$ x immediate applicita in A, illud ſurſum propelleret. Sed vis B - x ob punctum fixum D. agit in A acſi vis 4 B - 4 x immediate applicita in A, illud ſurſum propelleret; dabitur ergo æqualitas inter 4 B - 4 x & A + $\frac{1}{4}$ x: unde deducitur quantitas x = $\frac{12}{17}$ B, quæ præciſe exprimit quantitatem motus corporis B in pendulo compoſito A D B, Porro ſi fiat, ut $\frac{12}{17}$, velocitas corporis B in pendulo compoſito, eſt ad 1, velocitatem corporis omnis gravis in extremitate penduli ſimplicis, ita D B, 4. eſt ad D G $\frac{17}{3}$, erit hæc longitudo penduli ſimplicis Iſochroni.

Facile concluditur ex his omnibus, principium D[ni] Bernoulli eſſe verum; ſed eundem falli in concluſione quam inde deducit; quoniam conſiderat velocitates acquiſitas corporum A & B, cum conſiderare deberet, uti nos fecimus illorum velocitates incipientes & præterea motus quantitates. Alias enim nunquam poſſet applicari hoc principium, quod non differt à principio, quod obtinet circa vectem, quum corpora ſunt inæqualia; Adeo ut credam me plane petitioni ejus ſatis feciſſe, *Rogantur hac occaſione eruditi* &c.

Vides, quo pacto diverſæ viæ ducant ad cognitionem ejusdem veritatis; nolim tamen meam tuæ æquiparare, quæ ultra omnem comparationem eruditior eſt & magis Geometrica; Interim ſi exiſtimes, non inutile fore demonſtrare rationes Phyſicas, quas hic affero, perfecte convenire cum

tuis demonſtrationibus, idque inſervire poſſe tollendo D^{ni} Bernoulli dubio, per me licet publici juris fieri has litteras, ſed ſimul peto, ut iiſdem obſervationes tuas ſubjungere digneris, & perſuaſum habeas me a judicio tuo non provocaturum, quod procul dubio doctum ſimul clariſſimum & æquiſſimum futurum eſt: ſum ex animo &c.

X I I.

Obſervationes D^{ni} Hugenii in literas præcedentes & in relationem D^{ni} Bernoulli, cujus in iis fit mentio.

Semper credidi difficile eſſe inventu centrum Oſcillationis aliâ methodo, quam quâ ipſe uſus ſum; neminem quoque vidi, qui id proſpero ſucceſſu tentârit, ſive reſpectu ſolutionis generalis, ſive in caſu pendulorum compoſitorum, quorum pondera ſunt in lineâ recta cum puncto ſuſpenſionis. Hunc caſum D^{nus} Marchio de l'Hôpital ſibi poſt plures alias propoſuit, & primus, quod vere poſſum dicere, ſperatum ſortitus eſt eventum; nam D^{i} Walliſius, Mariotte, & Pater Deſchales quæſiverunt tantum centrum Percuſſionis, nec potuerunt demonſtrare idem eſſe cum Centro Oſcillationis, licet id revera ita ſe habeat.

Cæterum licet demonſtratio Domini Marchionis valida ſit & legitima, & naturæ rei congrua videatur, multa tamen continet quæ Lectorem aliquantum detinere queant; ut, quando conſiderat quantitatem motus corporis in primo initio caſus, & quum diſtinguit & dividit, reſiduum motum corporis A, ſcilicet quem haberet cum ſeparatim caderet, præ illo quem haberet, ſi deſcenderet veluti pars penduli compoſiti, & tandem, quum in pendulo trium ponderum vult A & B tanquam fixa conſiderari in G, centro Oſcillationis illorum. cum hæc omnia non ſint prorſus evidentia, patet viam, quam ingreſſus eſt Marchio, ſatis eſſe difficilem, & accuratum valde ratiocinium fuiſſe requiſitum, ne hic deviaretur; D^{us} Bernoulli in ſua relatione controverſiarum me inter & Abbatem Catelanum, de qua in ſequentibus aliquid

Digitized by Google

quid obſervabo, eandem viam fuerat ſecutus, ſed cum nec illam ad finem usque ſequi potuerit, novo inde ratiocinio ejusdem difficultas colligitur.

Obſtrictus ſum D^o. Bernoulli, quod ſemper in hac controverſiâ a meis partibus ſteterit adverſus D^um Abbatem Catelanum. Interea non potui concipere, quo pacto, poſtquam dixit propoſitionem meam fundamentalem de centro Oſcillationis pendere a magno illo principio, ſcilicet *quod commune centrum gravitatis plurium ponderum non poſſit aſcendere altius per gravitatis eorum effectum, quam unde deſcendit*, in ſequentibus vertat contra me quoddam ratiocinium, quemadmodum ipſe confitetur, incertum, ac ſi poſſet in dubium vocare veritatem hujus ipſius propoſitionis; cum potius deberet concludere, ſe erraſſe in ſuo ratiocinio.

Ad id vero, quod mihi imputat, me in prima reſponſione non refutaſſe falſum D^ni Abbatis principium, idque in ultima non refelliſſe per cauſam ejus Phyſicam, reſpondeo me in prima reſponſione credidiſſe, ſufficere, ſi evidens vitium oſtenderem in ratiocinio, quod mihi opponitur, licet ulterius hanc materiam non examinarem; In exceptione autem 8. Junii 1684. pari jure cum D^no Bernoulli poſſem pertendere me id principium refutaſſe per ſuam cauſam Phyſicam, quoniam oſtendi, repugnare illud magno principio naturali *quod corpora gravia ſponte non poſſint aſcendere*.

Credo enim, in hoc æque conſiſtere cauſam Phyſicam hujus phænomeni, ſcilicet quod in pendulo compoſito pondera A & B, cum deſcenderint junctim ad partem infimam vibrationum ſuarum, non acquirant ſimul tantam velocitatem, quantam acquiſiviſſent ſeparatim ex iisdem altitudinibus cadentia, quam in eo, quod pondus A conſumat partem ſui motus agendo in punctum fixum F, juxta demonſtrationem D^ni Bernoulli & D^ni Marchionis de l'Hoſpital; Et ad hoc credendum ex eo adducor, quod ſæpe pereat pars motus, licet hunc in aliquo affectu edendo conſumi, affirmare non poſſumus, ut in multis caſibus percuſſionis duorum corporum durorum, juxta id quod obſer-

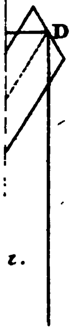
Digitized by Google

ſervavi, quum in lucem ederem leges ejusmodi motuum in diariò Pariſienſi 1669 menſis Februarii, ita ut minime pro lege naturæ habendum ſit, eandem motus quantitatem ſemper conſervari, niſi alicui impendatur & conſumatur, ſed hæc conſtans lex eſt, corpora ſervare vim *ſuam adſcendentem*, & idcirco ſummam quadratorum velocitatum illorum ſemper manere eandem; Hoc autem non ſolum obtinet in ponderibus pendulorum, & percuſſione corporum durorum, ut ibidem obſervavi, ſed in multis quoque aliis mechanicis experimentis.

Demonſtraveram admittendo principium Abbatis Catelani, *vim aſcendentem* ponderum penduli augeri, & ita commune eorum gravitatis centrum altius poſſe reverti quam unde deſcenderat, unde inferebam, hoc poſito inventum fore perpetuum mobile. Dus Bernoulli non concedit hanc conſequentiam ob aëris obſtaculum, & quædam alia, quæ effectum impedirent: ſed conſiderare debuiſſet, cum altitudo illa major, quam acquirit centrum gravitatis, ſemper determinata ſit quantitas, & effectus obſtaculorum non ſit determinatus, imo minui magis magiſque poſſit, facile conſtrui poſſe machinam, in qua commodum ex elevatione centri gravitatis derivatum, præponderaret impedimento obſtaculorum; ſed revera id experiri neceſſe erit nunquam.

F I N I S.

Digitized by Google



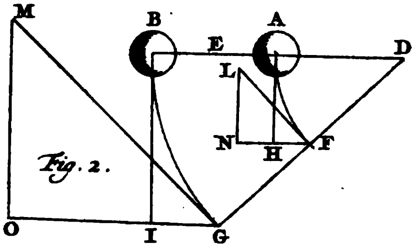


Fig. 2.

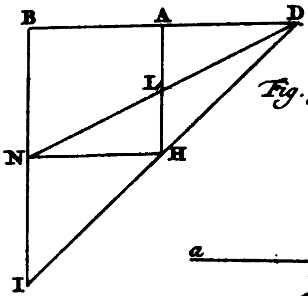


Fig. 5.

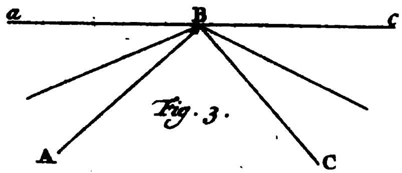
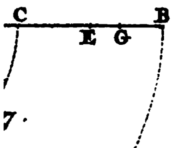


Fig. 3.



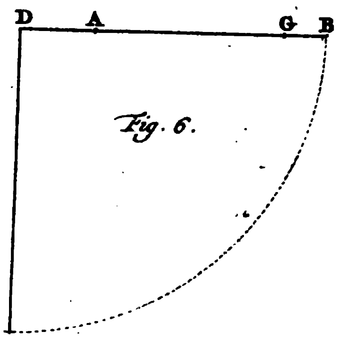


Fig. 6.

Digitized by Google

Digitized by Google

MACHINÆ
QUÆDAM,
ET
VARIA
CIRCA
MECHANICAM.

Digitized by Google

Digitized by Google

MACHINÆ QUÆDAM, ET VARIA CIRCA MECHANICAM.

I.

Excerpta ex Literis Domini Hugenii, novam quandam Inventionem Horologiorum exactiſſimorum ac portatilium concernentibus.

CUm invenerim artificium diu deſideratum quo fiant Horologia & exactiſſima ſimul & portatilia, credo rem gratam me facturum publico, ſi id communicem. Quamobrem mitto Tibi & deſcriptionem & picturam formæ, continentem id quod in hoc invento habetur ſingulare, ut inter cæteras novitates ſcientiarum, hanc quoque poſſis inſerere, ſiquidem ita collubuerit, Ephemeridibus Tuis.

Horologia formâ modicâ ad hunc modum conſtructa, erunt horarum indices portatiles quam exactiſſimi, ſub majori forma autem ubique utiliter adhibebuntur, ac ſpeciatim in longitudinibus terrâ marique inveniendis, ſiquidem ipſorum motus regitur à principio quodam æquabilitatis, non aliter ac aliorum cum pendulis, per cycloidem quippe ita corriguntur ut nullum motuum genus illa poſſit ſiſtere aut ſufflaminare.

Arcanum inventionis conſiſtit in pinna quadam ſpirali quæ altera ſui extremitate interiore affixa eſt haſtæ animulæ ſeu raſtri æquilibris, ſed majoris ac ponderoſioris quam pro ſolito., ac ſupra ſuos cardines ultro citroque mobilis; alterâ vero extremitate cohæret particulæ cuidam ſupra Horologii ſuperius tegmen eminenti: quæque vibrato ſemel Horologii libramento, ſpiras ſuas alternis comprimit ac relaxat, ac accedente ſibi parvulo adjumento ab Horologii rotis veniente, raſtri, ſeu æquilibrii, motum conſervat, ita quidem, ut, licet majores aut minores faciat excurſus, ejus reciprocationes tamen una alteri ſint tempore prorſus æquales. In figura, ſuperius Horologii planum eſt A B, circulus æquilibrii vel libramentum circulare C D, hujusque axis ſeu haſta E F: Pinna ſeu elaterium in ſpiram contortum G H M, ferruminatum ad haſtam æquilibrii in M, & lamellam ſupra planum Horologii ſupremum in G, ita quidem ut ſpiræ omnes elaterii è duobus iſtis ſuſtentaculis in aëre ſuſpenſæ hæreant, infernè nihil attingentes: N O P Q eſt quædam coronis aut fultura in qua vertitur alter cardo æquilibrii ſeu libramenti: R S eſt una ex rotis dentatis Horologii, habens motum quendam libratorium ab occurrente rota proxima ſibi impreſſum. Et hæc rota R S implicatur tympano T, ad axem ſeu haſtam libramenti firmato, cujus adeo motus hoc medio conſervatur quantum opus eſt.

TAB. XXIX. Fig. 1.

II.

Nova Libella, Teleſcopio inſtructa, propriam ſecum ferens probationem, & quæ in unica ſtatione verificatur, & rectificatur.

TAB. XXIX. Fig. 2.

Hujus inſtrumenti præcipua pars eſt Teleſcopium A B, unius, duorum, aut plurium pedum longitudinis, prout ab eo plures exſpectantur effectus: ex duobus, quatuorve con-

Digitized by Google

convexis vitris modo ordinario, ſat ſuperque cognito, perficitur; duo ad inverſa objecta videnda, quatuor ad ea erigenda inſerviunt. Tubus ex Bractea, aut alio metallo ad Cylindri formam componitur, tranſitque in annulum aut Cylindrum minorem Cupreum C, qui ipſum in medio includit & illi conferuminatur. Cum annulo duo plana & ſimilia cohærent brachia D & E, unum in ſuperiori parte, alterum in inferiori, utriusque longitudo eſt fere quartæ partis longitudinis Teleſcopii, adeo ut tota Machina Crucem imitetur. In brachiorum extremitatibus duplicia fila, per parvulos annulos tranſeuntia, & inter laminas inſerta cum brachiis cohærent. Harum laminarum altera brachio affixa eſt, dum altera ſeparari poteſt ut fila inter illas inſerantur. Annulo crux ſuſpenditur ex hamo F, dum ope alterius annuli cruci, uti poſtmodum notabitur, annectitur pondus ejusdem circiter gravitatis cum illa, & in pyxide G incluſum. Ex hac pyxide ſolus egreditur ponderis uncus. Spatium in pyxide vacuum oleo nucum, lini, aut alio quocunque quod frigore non coaleſcit repletur, quo motus ponderis & Teleſcopii illico reprimuntur.

In interiori Teleſcopii parte filum ſericum horizontaliter ad vitri objectivi focum expanſum eſt, ſive unum, duo, aut tria adſint ocularia; hoc filum ope cochleæ, quæ circumvertitur in foramine H in Teleſcopii tubo, elevatur, & deprimitur. Methodus diſponendi filum poſtea explicabitur. I levis admodum ex Cupro annulus eſt, non majoris ponderis, quam $\frac{1}{50}$ aut $\frac{1}{100}$ partis ponderis ipſius crucis, & qui juxta Teleſcopii tubum movetur, & ubi libuerit hæret; inſuper ſi Crux non in æquilibrio eſt, alter annulus in interiori Teleſcopii parte ſufficientis ponderis apponitur, ut æquilibrium detur, id eſt, ut Teleſcopii tubus Horizonti parallelus fiat, in quo tamen ſumma cura haud requiritur.

Plana Crux ex ligno Machinæ ſuſpenſioni inſervit, ad hoc ſuperne uncus F habetur, & in brachiorum altero furca K majorem Teleſcopii motum lateralem reprimens, ita ut per ſpatium ſemilineæ, id eſt $\frac{1}{24}$ pollicis, tantum agitari poſſit.

Digitized by Google

Pyxis plumbum, & oleum continens eidem Cruci annectitur, ad latera, & fundum incluſa; ut autem ventus a Libella arceatur, cava crux L planæ ligneæ cruci cum duobus aut tribus hamis annectitur, adeo ut integra tum conficiatur pyxis.

Ut uſui libella accommodetur, ac rectificetur, ut dictum ſuſpenditur, plumbo non infernè annexo, & in quoddam diſtans objectum collineatur, attendendo ad punctum quod Horizontale filum obtegit, filum enim diſtincte, ut objectum ipſum obſervari poteſt. Deinde plumbum addatur, id eſt annulo inferiori jungatur, ſi tum Horizontale filum eidem objecti puncto reſpondeat, conſtabit crucis centrum gravitatis exacte dari in recta linea quæ duo ſuſpenſionis puncta conjungit, id eſt quæ tranſit per puncta quibus fila brachiis annectuntur. Hæc eſt primaria requiſita præparatio: verum ſi hoc minime reperitur, res facilè perficitur ope annuli I, obſervando, annulum vitrum objectivum verſus promoveri debere, ſi Teleſcopium declinat, dum pondus annexum eſt; contra retrahi debere, ſi Teleſcopium poſt annexum pondus elevetur.

Ubi ergo ita conſtituta eſt Machina, ut ad idem punctum appenſo & ſublato pondere viſum dirigamus, invertenda eſt, ſuſpendendo eam ex annulo inferiori, & plumbum brachio alteri annectendo; quia citius motum ſiſtere jubet, & quia hoc ad reliqua quæ ſuperſunt perficienda plurimum conducit.

Quod ſi tunc filum in Teleſcopio, uti antea collineando, punctum idem ac in præcedenti obſervatione obtegat, punctum hoc in eodem plano Horizontali cum centro tubi Teleſcopii exiſtere certiſſimum eſt, quemadmodum demonſtrabitur.

Verum ſi filum punctum idem collimando non obtegat, elevando & declinando filum, ope cochleæ huic uſui adaptatæ, eo poterit reduci, elevando nempe filum ſi ad punctum magis elevatum viſus dirigatur, & contra, Teleſcopium poſt ſingulas fili mutationes invertendo.

His peractis Inſtrumentum perfecte erit rectificatum, nec obſtat

obſtat (quod notabile eſt) ſi lentium axes non per harum centra transeant, aut ſi ipſæ non exacte in recta linea collocentur; & conſequenter ſecure Machinâ utemur, dummodo nulla superveniat mutatio; filum namque Horizontale cujuscunque objecti, ad quem fiet collimatio, indicabit locum qui eſt in eodem plano Horizontali cum centro Teleſcopii; ſi autem mutatio quædam detur, in ſingulis obſervationibus detegi poteſt, primo cum plumbo annexo, deinde ſine plumbo collineando, & tandem Teleſcopium invertendo. Et hoc utique præcipuum eſt, quo Libella præ cæteris gaudet commodum, quod in uſu erroris periculum nullum detur.

Pes, quo Machina innitatur, eſt rotunda ferri, aut bracteæ lamella modice concava, cui annectuntur tres baculi longitudinis circiter trium pedum cum ſemiſſe, pyxis huic lamellæ impoſita hanc in tribus punctis, tangit, quare facile movetur, & ita conſtituitur, juvante cavitate lamellæ, ut plumbum in pyxide ſua libero fruatur motu, quod videtur trans aperturam M in operculo ligneo.

Gravitas plumbi, ut pyxis firmiter pedi inhæreat, inſervit, verum ſi firmius eam ſuſtentari velimus in lamellæ cavæ medio foramen fiat.

Si totum pondus in pyxide G recludi nolumus, tertia vel quarta tantum pars huic includatur & reliquum eidem ferreæ caudæ annectatur, ſed extra pyxidem; primo tunc obſervabitur cum minori pondere ſolo, pyxide contento, tum cum altero deſuper addito, in conſtituendo filo Horizontali ambobus utentum.

Hac methodo Teleſcopii agitationes promptiſſime, in omnibus obſervationibus quæ ad rectificandam Machinam inſtituuntur, ceſſant; ſi autem nullum in quibusdam obſervationibus imponatur pondus, hæ motiones difficilius ſiſtuntur.

Uncus F, cui Libella appenditur, ſimpliciter ligneæ planæ cruci annecti poteſt, licet hic annexus appareat annulo, qui ope cochleæ adhærentis annulo, quo Machina defertur, elevari & deprimi poteſt.

Quan-

Quantum hoc proſit, experitur in ipſius tranſlatione, nam tum crucis fila laxari queunt curando, ut ſupra furcam K, & brachium exiguum curvatum R, deſcendat Teleſcopium, ne quidem thecam ligneam aperiendo.

Ne oleum pyxide G contentum ex hac defluat, dum Libella in itineribus confertur, pyxidis hujus foramen ipſo pondere incluſo claudi poteſt; curabitur ad hoc, ut pondus illud deſuper planum admodum ſit, & detineatur juxta pyxidis operculum ope annuli cochleati S.

TAB. XXIX. Fig. 3. Tubus N, illum in magno repræſentat, cui in interiori Teleſcopii parte Horizontale filum cohæret, continet elaſtrum O P furcæ Q annexum, cui ſericum filum cera affigitur; hoc elaſtrum furcam ad fruſtum bracteæ T trahit, quod ingreditur cochlea, quæ reſpondet foramini H in tubo Teleſcopii, quo dato foramine etiam modice tubus N verti poteſt, ut filum exacte fiat Horizontale, de quo judicatur per Teleſcopium videndo.

Rectificationis Libellæ Demonſtratio.

Rectificationis requiſitum primum fuit hoc; ut centrum gravitatis ſuſpenſæ crucis in recta linea per puncta, quibus fila brachiis annectuntur, transeunte daretur. Ut hujus præparationis neceſſitas concipiatur, ſciri oportet, non ſufficere ſi Teleſcopium ex utroque annulo ſucceſſive ſuſpenſum ad idem objecti punctum dirigatur, hoc enim fieri poteſt, licet objecti punctum multum infra, aut ſupra Horizontale planum inveniatur. Sit A B Cylindri Teleſcopiani axis; ſit C I ſuſpenſionis, aut nexuum filorum linea, quarum linearum longitudinum hic non habetur ratio, quoniam, cujuscunque magnitudinis Teleſcopium ſit, nihil hoc ad ſuſpenſi corporis ſitum conferre, notum eſt: ponimus A B, C I ſe mutuo ad angulos perfectè rectos ſecare in puncto H. Deſuper centrum gravitatis crucis in E, ponatur in axe A B, magis tamen verſus B, quam punctum H; Cruce itaque ſuſpenſa in C, linea quæ a C ad centrum terræ tendit erit C E, ita

TAB. XXIX. Fig. 4.

ita ut axis A B declinaturus ſit infra Horizontale planum, cui C E perpendicularis eſt, & cum quo efficiet angulum æqualem angulo H C E; ſi vero viſus radius A B filum Horizontale, & vitri objectivi B centrum pertranſiens continuetur in recta linea ad objecti punctum usque; iſtud punctum infra Horizontale planum tunc eſſe futurum, evidens eſt; Invertendo interim Teleſcopium, & hoc per I ſuſpendendo, ita tamen, ut extremitas B ad eandem partem remaneat, facile patet eundem ſitum, quem ſuſpenſum per C habebat, eum acquirere; quia, directionis linea denuo per punctum E tranſibit: igitur juxta filum Horizontale, uti antea collineabimus ad idem objecti punctum; licet minime æqua ſit Libella.

Per primariam rectificationis partem, defectus hic detegitur, & corrigitur: nam primo ſi gravitatis Crucis centrum exiſtit in H, directionis linea erit C I, & conſtat, pondere in I annectendo, crucis ſitum non mutari; & idcirco per Teleſcopium ad idem punctum, collineabimus; ſed ſi centrum gravitatis crucis ſit in E, & pondus in I appendatur, extremitas B elevabitur, & ideo viſus per Teleſcopium ad punctum magis elevatum, quam ante, dirigitur. Quod aperte videtur ducendo lineam I E, eamque dividendo in K, ita ut pars I K ſit ad K E, uti crucis pondus eſt ad pondus in I annexum; nam commune centrum gravitatis erit K, & C K directionis linea: & angulus K C E æqualis erit illi, quo elevabitur Axis A B. Quia linea C E ſupra C K tali angulo elevatur, & quia A B cum C E eundem quem ante efficit angulum.

Ut vero clare pateat, appendendo pondus in I ſufficienter detegi, an centrum gravitatis crucis detur extra ſuſpenſionis lineam; dico, angulum K C E, poſito pondere appenſo æquale ponderi ipſius crucis, ſenſibiliter æquari ½ anguli I C E, qui æqualis eſt angulo quo Axis A B, & ideo quoque Viſus Radius, magis deprimitur verſus partem B, quam feciſſet, ſi centrum gravitatis crucis in H fuiſſet; nam ducendo K L parallelam ad E H, in duas partes æquales dividet H I, &

H N valebit ⅔ lineæ L K, aſt L K eſt dimidium H E; ergo H N eſt ⅓ ex H E, & N E ideo ⅔ ex H E, ſed uti E N eſt ad E H, ita ſenſibiliter angulus E C N eſt ad angulum E C H quia exigui ſunt, id eſt E C K ad E C I.

Cum autem angulus E C K illi æqualis eſt, quo Teleſcopium elevatur addendo pondus in I, ſequitur exiguum pondus P verſus H retro trahendum eſſe ut magis elevetur Teleſcopium, ita tamen ut prima elevatio dupla ſit ſecundæ, quia angulus K C E duplus eſt K C I; & tunc directionis linea erit C I, in qua neceſſario gravitatis centrum crucis exiſtet, quandoquidem centrum gravitatis ponderis in I appenſi, in hac datur, uti & centrum gravitatis commune ejusdem ponderis & crucis, cujus pars eſt exiguum pondus P. Si annectendo pondus in I Teleſcopii extremitas B deprimatur, dimidia ſua parte augenda erit depreſſio, quod eodem modo demonſtratur. Hæc angulorum cognitio, ad primam Libellæ præparationem faciliorem reddendam uſu venit.

Quod aliam verificationis partem ſpectat, ubi centrum gravitatis crucis eſt in C I, ſuſpenſionum linea, ex ante explicatis ſequitur, hanc lineam eſſe perpendicularem ad Horizontem, ſive crux per C, ſive per I ſuſpendatur, & ſive illi ad infra pondus annectatur, ſive crux ſola ſuſpendatur.

TAB. XXIX. Fig. 5. Tandem, poſitâ brachiorum ut & filorum æqualitate, certiſſimum eſt, centrum Cylindri Teleſcopii, quod ſit H, ad eandem in utraque ſuſpenſione altitudinem dari: ſint itaque D H M, E H P, axis Cylindri in una, & altera ſuſpenſione, ponendo primo, quod differentibus gaudeat poſitionibus, ſit O objecti punctum, ad quod juxta filum Horizontale collineamus, & O M, O P, Radii luminis, qui a puncto O tendunt ad centrum aperturæ vitri objectivi, & inde æque ac omnes alii radii, qui a puncto O ad vitrum objectivum perveniunt, Horizontali filo obviam proficiſcuntur, ſive filum iſtud Teleſcopii axem pertranſeat, ſive non; hoc namque per Dioptricæ leges ſequitur, cum filum punctum O tegere videatur, & utrumque diſtincte appareat. Ductis lineis rectis H O, M P, ultima parallela erit C I, quia H M,

H P

H P ſunt æquales, ac æqualiter inclinatæ ad C I. Ergo anguli M, P, trianguli M H P ſunt æquales; aſt angulos H M O, H P O etiam eſſe æquales certum eſt, nullo habito reſpectu ad id, quod radiis O M, O P intra Teleſcopium accidit, nec ſi vitri objectivi axis per hujus centrum transeat, id eſt, an maximam ſuam in centro habeat craſſitudinem. Anguli igitur M, P, trianguli M O P ſimiliter æquales ſunt, & triangulum hoc eſt Iſosceles, uti M P H; recta idcirco H O ſecabit M P ad angulos rectos; ſed M P parallela erat C I; O H ergo perpendicularis eſt C I, & idcirco punctum O in eodem plano Horizontali cum centro H Teleſcopii, quod probandum erat.

Si nunc centrum vitri objectivi M, P, in utroque caſu detur in eodem puncto ut S, recta H S perpendicularis erit C I, quandoquidem anguli C H S, I H S tum æquales ſint, propter Teleſcopii inverſionem, verum quia S O tendit ad idem punctum O in ambabus ſuſpenſionibus, neceſſario erit in eadem recta linea cum H S, ſi enim lineæ hæ angulum conficerent, angulus iſte ſuperne in una ſuſpenſione eſſet dum in altera ſitum contrarium haberet, ſicque juxta filum ad duo diſtincta puncta collinearemus, cum ad unicum punctum id fieri poſuimus; ſed integra igitur linea O S H eſt perpendicularis ad C I, ideoque punctum O in eodem datur plano Horizontali cum puncto H.

III.

Aſtroſcopia Compendiaria, Tubi Optici molimine liberata.

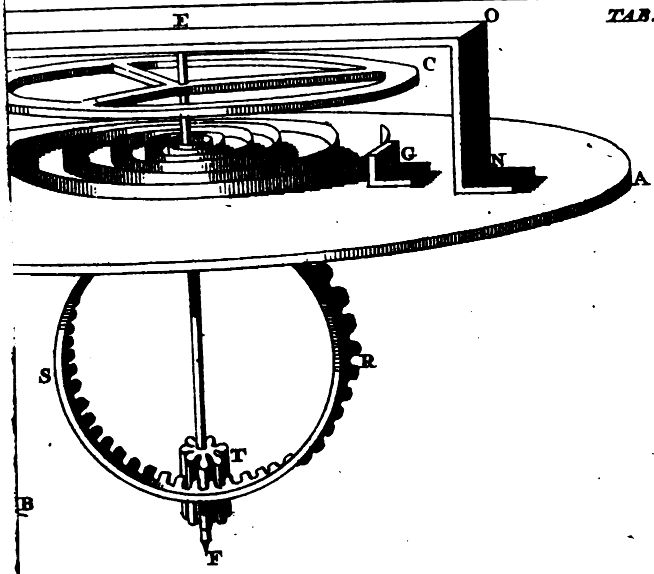
QUod plerisque omnibus accidit novis inventis, ut, à parvis orta initiis, cura & tractatione hominum auctiora fiant ac perfectiora, id vel præcipuè, in admirando illo proferendi viſus artificio, uſu veniſſe animadvertimus. Notum eſt enim quàm fuerit à prima origine tenue ac pene nihili, cum rudimenta ejus quædam, in Portæ Neapolitani libris,

Digitized by Google

obſcure expoſita conſpicerentur; quibus tantum præcelluere noſtratium hominum conatus, ut non ſane immerito primi ejus inventores haberentur. Hos vero rurſus longiſſime prævertit Galilæus, tot tantiſque rebus, tubi ſui opera, in cælo deprehenſis, quarum nihil quidquam ante ipſum fuerat perceptum. Videbatur nihil præſtantius iis, quæ ſibi paraverat, organis repertum iri. At, ſi nunc in vitam redeat, quis dubitet quin ſuis ipſe multo præpoſiturus ſit ea quæ deinde exſtiterunt; tum noſtra, quibus Saturni planetæ veras figuras annulumque primi conſpeximus; tum magis etiam, quæ his ſucceſſerunt Italica, ab egregiis artificibus elaborata. Quibus uſus Vir Clariſſimus Dominicus Caſſinus, alia inſuper nova phænomena cœlo deduxit; planetariorum globorum in ſeſe revolutiones, comiteſque Saturni duos, præter eum quem nos repereramus, reliquis manifeſtiorem.

Quod ſi attendamus quibus acceſſionibus in tantum hæc ars continue creverit, nihil aliud reperiemus niſi auctam tuborum longitudinem, lenteſque, quas vocant, vitreas in ſphæræ majoris convexitatem diligentius conformatas. Etſi enim modos quoſdam alios, compendiaque inveſtigaverint viri ſubtiliſſimi; jam conicarum ſectionum præſcriptis figuris, quæ vitro inducerentur; jam ſpeculorum reflexionibus radios lucis colligendo; certum eſt hæc omnia vel fruſtra fuiſſe, vel votis & expectatione longe minora, ob cauſas quas exponere non eſt hujus loci; unamque adeo rationem, qua proficeretur, hactenus eſſe relictam, tuborum productionem. Et ſane, quanto magis rei ipſius naturam intueor, tanto propius eſt ut exiſtimem, nihil alia via ne impoſterum quidem eſſe ſperandum.

Optime igitur operam ſuam ij collocaſſe videntur, qui parandis tubi majoris lentibus incubuerunt. Quorum diligentiæ ſucceſſus hac in parte non defuit. Sed aliunde non exiguum oblatum fuit incommodum, nimia tuborum longiorum gravitas ac moles; quibus movendis neceſſario machinæ in auxilium advocandæ fuerunt. Hæ vero & in iis quæ nunc extant, pedum triginta aut quadraginta, longitudinibus difficile conſtruun-



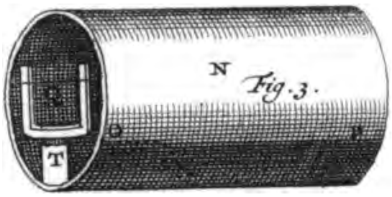


Fig. 3.

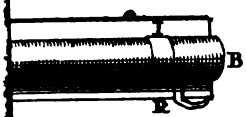
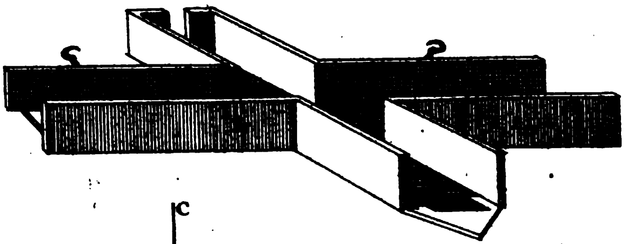


Fig. 2.



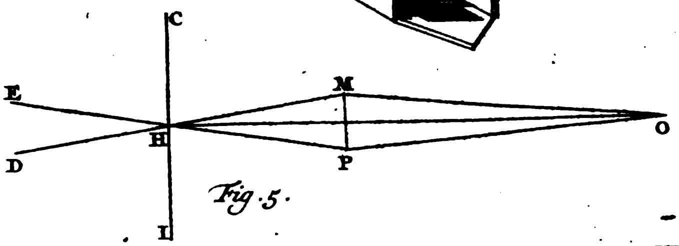


Fig. 5.

Digitized by Google

ſtruuntur tractanturque; &, ſi ulterius progrediendum ſit, multo plus exhibituræ ſint negotii. Adeo ut hic velut obex quidam fixus fuiſſe videatur ad majora tendentibus. Quare rem inprimis gratam me facturum arbitror hæc ſtudia colentibus, ſyderumque obſervationi intentis, ſi, quod nuper inveni, oſtendero qua ratione impedimentum illud omne ac tædium tollatur; magnoque temporis, operæ & ſumptuum compendio, maxima quæque teleſcopia ad hæc ſpectacula adhibeantur. Scio inter cætera quæ in hunc finem propoſita fuere, hoc quoque, quod hic adferimus, aliis in mentem jam à multis annis veniſſe, ut ſine tubo lentes diſponerentur; ſed quod volebant efficere eos nequiiſſe, niſi machinatione quadam difficili nimium, quæque propterea adhuc exitum non habuerit. Nos autem quæ docebimus, reipſa utilia eſſe invenimus, idque magno commodo noſtro quotidie experimur. Ea vero ſic ſe habent.

Loco patente & undique aperto, malus in terram defigitur, ad perpendiculum erectus. Noſter, quo primum uſi ſumus, pedum quinquaginta altitudinem habebat; teleſcopiis nempe pedum 70 & amplius ſuffecturus, quanquam non in omni ſyderum ſupra horizontem aſcenſu. Deberet enim non multo infra totam teleſcopii longitudinem produci. Hujus, priuſquam erigatur, latus unum dolabra complanatur, atque ibi regulæ binæ affiguntur inter ſe parallelæ, ac ſeſquipollice diſtantes, itaque canalem efficientes, interius paulo latiorem, qui à ſummo malo ad imum fere pertingat, reliquis tantum pedibus tribus vacuis. Præterea in ipſo mali cacumine, orbiculus imponitur, circum axem mobilis, inque eum funis ducitur dupla mali longitudine, craſſitudine minimi digiti dimidia. Utque eo, ſi forte opus ſit, aſcendi poſſit, triangula lignea æqualibus ſpatiis defiguntur, quibus ſcandentis pedes inſiſtant. Ita demum paratus malus erigitur, parte ea, qua terra tegendus, illita pice, circumdataque arena, quo minus putredine corrumpatur. Uſus mali eſt, ut lens major ejus opera in altum tollatur quouſque opus eſt; quod fit hoc modo.

Digitized by Google

Aſſerculus bipedalis uno latere ita inciditur, ut intra canalem, quem diximus, liberrime moveri queat. Hujus medio affigitur brachium itidem ligneum, pedem unum à malo exſtans, cujus in extremo aliud ſesquipedale, media item ſui parte, conjungitur rectis angulis. Utrumque vero Horizonti parallelum extenditur. Huic tranſverſo brachio lens imponitur ea qua dicemus ratione, atque omnia ſurſum adducuntur, adnexis aſſerculi extremis ad funem ante demonſtratum; qui ab imo malo ad ſummum aſcendens, ac ſuper orbiculum tranſiens, inde deſcendit rurſus ac, priuſquam terram attingat, in ſui ipſius caput alterum innectitur. Habet autem funis is adjectum plumbum, pondere æquali quantum eſt brachii mobilis cum lente impoſita; eoque loco deligatum, ut ad ſummum malum pertingat, cum lens in imo conſiſtit. Ita hæc facillime ad eam quæ requiritur altitudinem erigitur &, omiſſo fune, ſponte ibi ſuſpenſa manet. Forma plumbi parte utraque in coni apicem deſinit, ne obhæreat ad triangula quæ per malum defixa diximus.

Cæterum lens hæc teleſcopii major collocatur aptaturque hoc modo. Primum in annulum ſeu cylindrum cavum, è ferri bractea fabricatum, ipſa includitur, longum digitos quaternos. Huic cylindro, ſive alteri potius in quem hic inſeritur, bacillus pedalis, digiti craſſitudine, extrinſecus ſecundum latus affigitur, totus in partem unam prominens. Hæc omnia globulo æneo inſiſtunt, avellanæ nucis magnitudine, qui bacillo cohæret, inque ſubjecto ſui moduli cavo liberrime volvitur; ita tamen ut excidere nequeat. Cavum partibus duabus conſtat, quæ, ſuper pediculo tereti, cochlea junguntur adſtringunturque, ſed ita ut globulum nihil prorſus premant. Lens igitur, cum bacillo ſibi adfixo, hoc modo mobilis efficitur. Quæ porro ut æqualiter librata conſiſtat, pondus unius libræ circiter infra bacillum appenditur, filo æneo craſſiore ſemipedali conjunctum atque infixum. Cujus flexu facile ita pondus temperatur, ut centrum commune, ſuæ lentiſque gravitatis, cum centro Sphærulæ conveniat, atque hoc pacto quocunque poſitu lens ſuſpenſa maneat,

Digitized by Google

manent, attactuque leviſſimo moveatur. Qua in re potiſſima verſatur inventi pars. Pede enim globuli in foramen transverſi brachii, quod ſupra deſignavimus, immiſſo, (duo autem vel plura ejusmodi foramina fiunt, ut in omnem cæli partem commode lens obverti poſſit) filum vel funiculus tenuiſſimus bacillo, ſive caudæ extremæ, illigatur; juncturus nempe lentem majorem cum ea quæ oculo proxima ponitur, ac proinde futuri teleſcopii longitudinem æquans, vel potius paulo excedens. Hinc, ubi ſublata ad malum fuerit lens, quocunque id filum, manu leviter tractum, circumferetur, lentem una movebit, eamque hoc modo ad aſtrum quodcunque recta opponet. Quod certe absque hoc libramento fieri non poſſet. Cæterum ut extento filo cauda ſeu bacillus, quem lenti adpoſuimus, parallelus fiat, quod omnino neceſſe eſt, infigitur parti ejus extremæ ſtylus æreus digiti longitudine, cui deorſum flexo, donec cuſpide ſua tantundem ac centrum globuli infra bacillum deſcendat, ita demum filum, quod diximus, adnectitur. Cur autem ſtylo flexili hic utamur poſtea dicetur.

Jam vero & de oculari lente explicandum, quomodo cum priore componatur; quod multis verbis non indiget, ſiquidem eadem fere omnia, quæ in majori lente, obſervanda ſunt. Similiter enim tubo, ſeu cylindro brevi, hæc quoque includitur; item bacillo ſeu caudæ conjungitur; quæ porro globulum ſuum cui innitatur habet. Sed hujus loco axiculus transverſus adhiberi poteſt. Infra bacillum vero pondus exiguum rurſus appenditur, quanto opus eſt ad faciendum libramentum. Porro capulus, globulum vel axiculum ferens, manu obſervatoris apprehenditur; bacillus lentem majorem ſublime poſitam verſus, directus eſt, filo eidem, quod inde deſcendit, illigatus. Adducta vero manu, contentoque leviter filo, parallelas inter ſe fieri lentes perſpicuum eſt. At non eodem modo, bacilli hujus extrema parte, filum adnectitur, ac ſuperiori illi, qui lentem majorem dirigit, ſed per foramen trajectum, inde verticillo involvitur, cujusmodi ſunt quibus teſtudinum chordas intendunt; qui verticillus

medio

medio bacillo à latere infixus eſt. Hujus converſione, inter obſervandum, fili longitudo producitur contrahiturve, donec intervallum inter lentem utramque, oculo ſpectatoris exacte conveniat, poſtquam antea prope verum fuerit repertum, quod eſt facillimum.

Vide Auctarium. pag. 274.
Cæterum, quo poſſit obſervator immotam detinere lentem ſibi proximam, quod apprime neceſſe eſt, fulcrum quoddam præſto eſt è levi materia compactum, duobus pedibus inſiſtens, ac ſuperiori parte transverſum habens baculum, cui brachia utraque, ſive ſtantis ſive ſedentis, innitantur; dum altera manus, quomodo diximus, lentem ſuſtinet. Multoque expeditior eſt hæc ratio, atque ad uſum accommodatior, quam ſi tertius pes fulcro accedat, inque ipſum lens ocularis imponatur.

Ut vero noctu, atque in tenebris, ſtellæ quævis teleſcopio noſtro facile reperiantur, lumine utimur laternæ incluſo, quales jam vulgo notæ ſunt, vitri convexi vel ſpeculi opera longe lucem projicientes. Hujus radiis ad malum lentemque in eo hærentem directis, ubi circulus ipſam continens conſpectus fuerit, facile eo transfertur viſus, ut ſtella ipſi media lente tegatur, ſimulque admota lente minori, per utramque ſe ſpectandam præbeat. Ac ſane multo citius hoc peragitur, quam factum ſit hactenus teleſcopiis tubo inſtructis. Adeo ut hoc quoque nomine longe præſtet nova hæc obſervandi ratio. Lunam vero contemplari volentibus, lucerna nihil opus eſt, quod ipſius aſtri luce lens conſpici poſſit. Sed hic ob diſci lunaris amplitudinem; ne partem quampiam intuenti, ab alia parte lux, aliaque via quam per majorem lentem, ad oculum accidat, circulus papyraceus lenti huic circumponitur, paulo majore quam dupla diametro ad eum quo tota Luna tegeretur. Quod niſi fiat, dilutiores apparent umbræ tractuſque ii qui, cæteris obſcuriores, in ejus globo conſpici ſolent. Atque ita jam teleſcopii noſtri aërii rationem omnem & apparatum explicuimus, non ſane operoſum; filoque illo, velut Ariadnæo, unde hactenus inventus non erat, exitum reperimus.

Cæ-

Cæterum quo clarius ea, quæ diximus, intelligantur, delineationem hic ſubjicimus, in qua

Malus eſt, a b. TAB. XXI.
Aſſerculus in canali mobilis, c d.
Brachium ipſi ad angulos rectos infixum, e.
Baculus tranſverſus in quem lens imponitur, f f.
Funis in ſe rediens, g g.
Plumbum funi innexum, h.
Orbiculus in ſummo malo, a.
Cylindrus cavus lentem primariam continens, i.
Bacillus cylindro affixus, k l.
Globulus æneus bacillo hærens & in ſubjecto cavo volubilis, m.
Plumbum filo æneo junctum, n.
Stylus brevis ac flexilis, extremo bacillo inſertus, l.
Tubulus minorem ſeu ocularem lentem ferens, o.
Bacillus tubulo affixus, p.
Axiculus mobilis, q.
Capulus manu tenendus, r.
Glans plumbea, ſ.
Verticillus cui filum involvitur, t.
Pinnulæ decuſſatim poſitæ, atque ita foramen efficientes quo filum trajicitur, u.
Filum tenue bombycinum, l u.
Fulcrum cui ſpectator innititur, x.
Laterna, y.

Triangula per malum diſpoſita, quibus conſcendi poſſit, omiſſa ſunt, ne figuram obſcuriorem redderent.

Supereſt ut nonnulla, quæ fortaſſe nondum expertis ſcrupulum injicere poſſent, paulo accuratius examinemus. Verebuntur primum ne, ſubſidente filo quod ad utramque lentem pertingit, flexus ejus, quanquam exiguus, in magnis tamen illis, pedum centum aut ducentorum, longitudinibus impediat poſitum earum parallelum. Et profecto, ſi fune graviore opus foret, non parum noceret curvatura ejus, nullaque fere tendendi vehementia ſuperari poſſet hoc incommodum. Nunc verò, ſuſpenſa librataque lente majori ut à nobis

bis factum eſt, leviſſimi tantum fili bombycini tractu eam dirigimus; cujus pondus in pedes quinquaginta ſemidrachmam non ſuperat; quodque idem appenſas libras ſeptem ſuſtinet priuſquam rumpatur. Quare flexus ejus neque in hac, neque in multo majori lentium diſtantia quidquam officit, etſi non niſi modica vi trahatur, duabus tribuſve æquipollente libris; utique cum geometrica perfectio nequaquam hic requiratur, ut cuilibet experto notum.

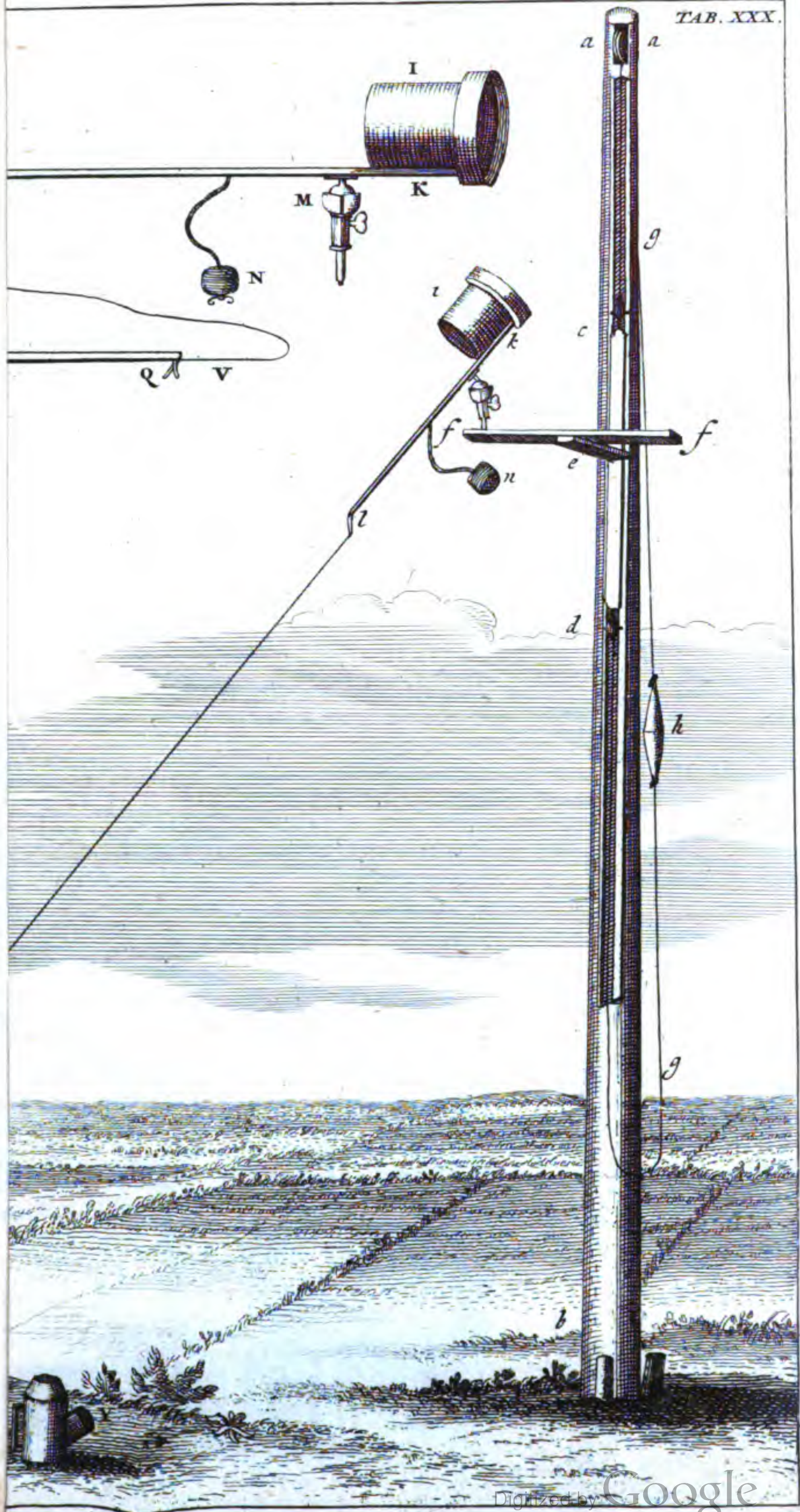
Etenim certum eſt eadem ratione, qua funis fune levior eſt, vim tenſionis diminui, qua utrumque ad rectam lineam æqualiter accedat. Ut proinde funiculus quinquaginta pedes longus, atque unciam pendens, vi librarum quadraginta octo opus habeat, ubi filum noſtrum, longitudine pari, non niſi tribus libris indigebit. Atque hoc per ſe clarius eſt quam ut demonſtratione comprobetur. Idem enim eſt prorſus cum ſexdecim funiculi ſemidrachmales trahuntur ſinguli trium librarum pondere, atque cum uncialem funiculum ſimul componentes, is à conjunctis itidem ſexdecies ternis libris contenditur.

Sed ulterius quoque hæc, quæ ad fili flexum attinent, geometriæ rationibus, experimentiſque expendi poſſunt. Nempe contentum filum, flexu illo exiguo, parabolicam lineam tam prope exprimit, ut pro vera abſque errore habeatur. Cujus parabolæ profunditatem, in longitudine pedum centum quinquaginta, invenimus pedis unius circiter quartam partem; cum filum horizonti parallelum tenderetur, nec niſi vi librarum duarum & ſemis. Sit fili parabola *a b c*, profunditas ejus *d b*, ducta nimirum recta *a d c*. Porro tangant parabolam rectæ *a e*, *c f*: quibus occurrant *c e*, *a f*, parallelæ *d b*. Intuenti igitur ex *a* puncto, ſecundum rectam *a e*, notatum fuit ſpatium *c e* fieri pedis unius; unde fit *d b* pedis quarta pars. Ipſi vero *c e* æquale eſt *a f*. Itaque lentem in *c* poſitam ita trahit filum *c b a*, ut non ad oculum, qui eſt in *a*, ſed ad *f* punctum directe oppoſita ſit. Ut proinde pedis unius intervallo à vero loco oculus abſit: quod in illa pedum 150 diſtantia nihil obeſſe poteſt. Fit enim angulus

TAB. XXXI. Fig. 1.

defle-

TAB. XXX.



Digitized by Google

Digitized by Google

deflexionis *c a e* vel *a c f* tantum duarum quintarum unius gradus; adeo ut remedio, quod tamen dabimus, non ſit opus. Sumpta autem *g h* diſtantia prioris dupla, ſeu pedum trecentorum, ut filum incurvum ſit *g b h*, erit cavitatis menſura *k b*, prioris *d b* quadrupla quidem, ſed angulus deflexionis tantummodo duplus, hoc eſt, $\frac{4}{5}$ unius gradus; ut facile perſpicitur, ducta tangente *g l*, quæ cum perpendiculari *h l* conveniat. Ipſa enim *h l* quadrupla erit ad *k b* ſive *c e*; diſtantia vero *g h* ad *a c* erat dupla. Quare angulus deflexionis *h g l*, antea inventi *c a e*, duplus cenſeri poteſt.

Hæc verò, ſcrupulorum 48, aberratio nullius adhuc momenti eſt, neque neglecta nocebit. Attamen, quo minus cauſandi locus hic ſuperſit, oſtendam jam quænam adhiberi poſſit correctio, atque ejusmodi quidem ut, una opera, omnem aliam lentis declinationem reſtituat.

Igitur ſemel ab initio, ad ſuperiorem lentis magnæ præparationem, hoc quod dicemus, adjungatur. Nempe lente quemadmodum præcepimus librata, atque ad oculi altitudinem defixa, filum caudæ adnexum manu altera capiatur, eaque oculo admoveatur; altera lucernam juxta teneat. Tum paulatim recedendo, extentumque filum producendo, obſervetur an duplex flammæ imago circa mediam lentem appareat, ab utraque nimirum ſuperficie ejus reflexa. Id ſi contingat ubi jam tota fili longitudo exierit, quanta nimirum futuro teleſcopio debetur, indicio eſt rectiſſime lentem ad oculum converti. Quod ſi altera tantum flammæ reflexio conſpiciatur, male collocata erit, ſin neutra, pejus. Hic vero jam remedium adhibebitur, ubi cognitum fuerit in quam partem lens declinet. Stylus enim æneus extremæ caudæ adjectus, filumque innexum habens, in partem eandem paulumper flectendus eſt; ac rurſus, ut ante, lucernæ reflexio tentanda; idque ita repetitis vicibus faciendum, quoad utraque flammulæ imago in unum convenire conſpiciatur. Tenſione autem fili utendum mediocri, qualem ſupra definivimus, duarum aut trium librarum vim referente, eique

 qua-

Digitized by Google

quatenus licet adſueſcendum. Hoc modo correcta ſemel lentis poſitio ad omnes obſervationes valebit. Neque hic ſubtiliter nimium objiciat quiſquam quod obliquo fili aſcenſu, cum ad aſtra dirigitur, paulo minor efficitur flexus ejus à gravitate ortus, quam cum filum idem horizonti parallelum extenditur. Eſt enim differentia hæc perexigua, præſertim in tanta fili levitate; & lentium paralleliſmus, ut jam diximus, ad geometriæ leges exactus non requiritur.

Multo magis ventus obeſſe dicendus foret, filum ſinuans atque in latus impellens, præſertim in magnis, quas diximus, longitudinibus; niſi quod tubis quoque idem ventus adverſus eſt, qui concuſſu ejus tremunt ac vacillant, magno ſpectantis incommodo; ut propterea ſæpe obſervationibus ſuperſedendum fuerit. Sed quo æquiore animo hæc diſpendia feramus, ſciendum eſt, flantibus ventis, ſemper fere aëris pelluciditatem adeo turbari, etiamſi ſerenus videatur, ut hoc uno omnis teleſcopiorum proſpectus impediatur; quod exercitatis ignotum eſſe nequit. Imo & tranquillo interdum ac prorſus ſereno cœlo, ſcintillantibus cum maxime ſideribus, fruſtra tamen teleſcopia adhibentur; humido vapore quodam aërem obſidente, quo fit ut ad Planetarum corpora reſpicienti, undatio quædam tremula & fluctuans omnem viſus aciem intercipiat. Poſſetque, ubi hoc accidit, ipſa lentium bonitas ſuſpecta eſſe, niſi alio tempore ac puriore cœlo fuiſſet cognita. Idem vapor, ut hoc quoque obiter admoneam, non raro, lenti majori adhæreſcens, radiorum lucis partem avertit: cui malo, calefacto modice ad ignem vitro, occurritur.

Videamus nunc & illud quod de illuſtranda lente eadem diximus ad malum ſubrecta. Quæ ſi valde procul diſtet, puta ad ducentorum & amplius pedum intervallum, vix videtur tantum luminis, ut ab obſervatore cerni poſſit, acceptura, etiamſi lucerna convexo vitreo juvetur, uti præcepimus. Sed hic intendere amplius lumen licebit, vel aucto lucernæ ipſius ellychnio, vel latiori lente adhibita leniusque convexa, quæ lucem tranſmiſſam, etiamſi pari quantitate acci-

Digitized by Google

accipiat, minus tamen diffundet, longiusque proinde ejaculabitur.

Quantum igitur ad hæc attinet, nihil admodum referre liquet quænam fuerit teleſcopii longitudo, ſed æque facile qualiacunque in uſum deduci. Aliquod tantum diſcrimen in varia mali altitudine poſitum eſſe. Cujus quidem parandæ plures modi ſuppetunt. Poſſumus enim, uno ſtatuto malo, alium ejus opera duplo altiorem juxta attollere, ac ſimul firmiorem reddere, transverſis fibulis utrumque conſerendo. Ac firmiſſima quidem fuerit compages hujusmodi, ſi duo mali humiliores, cum tertio duplæ altitudinis, binis ternisve pedibus inter ſe diſtent, in triangulum diſpoſiti, atque uti diximus religati. Qua ratione facile ad centum pedum altitudinem perveniemus. Ad multo majores vero, vel validiori malorum ac trabium ſubſtructione utendo, vel ad turrim aut ædificii altioris angulum inferiora ligna applicando; ita ut nihil tamen obſtet, quo minus, ab imo ad ſummum, lens primaria adducatur, per continuum canaliculum, uti diximus, aſcendens. Sed & ſuper turri aut domus culmine erigi malus poteſt, ut ibi adſtet is cui funis cura demandata eſt, ad evehendam demittendamve lentem.

Nec vero præpropera aut ſupervacua cura hæc à nobis agitari quis putet, quod veriſimile non ſit his altitudinibus opus fore. Ecce enim, dum hæc ſcribo, Caſſini literis certior fio, lentes quatuor, quarum maxima teleſcopio pedum centum quadraginta deſtinata ſit, à Joſepho Campano, eaſque præſtantiſſimas Romæ eſſe perfectas, & ad magnum Galliæ Regem miſſas. Etſi enim ad cœleſtium obſervationem nondum fuere admotæ, non dubitandum tamen interdiu inſtitutum fuiſſe earum examen, in atriis porticibuſve prælongis unde lux excluſa eſſet. Nunc vero, hoc noſtro invento, utilitas ſua tum his lentibus, tum ſi quæ has longitudine excedentes prodeant, conſtabit.

Quod ſi cogitemus quibus modis teleſcopiorum efficaciam alii augere ſtuduerint; quæ fruſtra illi quæſiverunt, ea nos levi hac opera conſecutos eſſe videri poſſit. Sive enim figu-

Digitized by Google

ris lentium hyperbolicis ellipticiſve, ut Carteſius, ſive ſpeculis cavis, ut Neutonus, ſive alia quavis ratione id aggreſſi ſint, huc omnia redibant ut brevioribus teleſcopiis, ac minori molimine uſurpandis, multum amplificarentur res viſæ. Nam neque accurata illa ac ſcrupuloſa ſuperficierum formatio devitari poterat, neque etiam lentium ſpeculorumve magnitudo. quoniam obſcuritate nimia, quicquid machinati fuerimus, inutile reddi neceſſe eſt, niſi pro ratione percepti augmenti creſcant aperturæ quibus primum lux ſubintrat. Nos vero longitudines quidem non imminuimus, ſed ne obeſſent effecimus, quod fere eodem redit.

Si quis vero jam requirat quouſque & quo operæ pretio extendi porro teleſcopia poſſe exiſtimem, & num productis longe ultra modum eorum quæ paulo ante diximus, ſperandum ſit adhuc decuplo propius ad lunam cæteraque aſtra nos acceſſuros, quam quo triginta pedes habentibus proceſſimus; quibus tanti itineris partes centum quadraginta novem, una duntaxat reliqua, confectæ ſunt: reſpondebo me certos quidem arti terminos præfinire non poſſe; huc tamen, quo dixi, nec maximo hominum conatu perventum iri. multoque minus futurum, quod aliqui videntur non deſperaſſe, ut lunam ac Planetas cæteros velut è propinquo inſpiciamus, & utrum animalibus habitentur, an præter vaſtas ſolitudines nihil habeant, viſu penetremus. Primum enim, in parandis lentibus, ſcio quantopere creſcat cum magnitudine formandi difficultas; ipſiusque inveniendi vitri quod vitiis iis careat, quæ maxime huic operi infeſta ſunt. Quanto enim ulterius radii colligentur, tanto magis hæc vitia ſe prodant neceſſe eſt. Conſtat præterea, ut jam iſta nihil obſtent, non amplificari res viſas, niſi pro ratione diametrorum aperturæ lentis exterioris. Quæ diametri nequaquam creſcunt cum teleſcopiorum longitudine; ſed, quantum video, rationem longitudinum ſubduplam ſequuntur. Adeo ut data apertura pollicum trium, in teleſcopio triginta pedes longo; quantam circiter experientia concedi ſinit; alia, ad trecentos pedes, non niſi novem unciarum & ſemis ſit futura,

ſitura, ac propterea tantum triplo majora fere omnia ſint apparitura, prægrandi hoc teleſcopio, quam illo pedum tricenum. At ſi decuplo exceſſu idem ſuperandum ſit, jam ter mille pedum longitudine opus erit, quo quidem nulla humana ope perveniri poſſe, vel ſolius altitudinis cauſa, manifeſtum eſt.

Sane majores multo forent, & majori proportione creſcerent, eæ, quas diximus, aperturæ, ſi nihil aliud obſtaret quam figuræ ſphæricæ parum idonea, in colligendis radiis, curvatura. Nunc vero alia quædam, ex ipſa refractionis natura, oritur radiorum aberratio, quam ante annos aliquot Neutonus egregiis quibusdam experimentis & priſmatum vitreorum coloribus comprobavit. Hæc vero & ipſa leges ſuas habet, quibus, ſi recte eas perſpicio, ſubdupla illa, quam dixi, aperturarum ad longitudines ratio colligitur.

AUCTARIUM.

Videbatur jam perfecta abſolutaque omnibus numeris nova Aſtroſcopia noſtra; typisque excuſa, nondum tamen edita erat; cum ſecundis cogitationibus, ut fit, alia quædam nobis in mentem venere, quibus ea melior commodiorque fieret. Quæ cum auctarii vice hic adponere viſum ſit, ſimul hoc monemus, ut, ſicut poſterius reperta fuere, ita ultimo loco, poſtquam reliqua deſcriptio ac delineatio percepta fuerit, legantur.

Cum primum ſpectatores invento noſtro, ac Planetis nacti ſumus, teleſcopicis obſervationibus minus aſſuetos, docuit experientia, eos quidem per ſe difficilius ſtellæ conſpectum conſequi; ſicut antehac quoque, ubi in grandiores tubos inciderant, eveniebat. Quod autem hic fieri ſolitum, ut, reperto prius ſidere, ac manente tubo, tantummodo oculum ei ſpectator juſſus admoveret, id non perinde nobis nunc imitari licebat; cum lens oculo proxima, ubi defigeretur, non haberet. Itaque hic quoque ratio fuit excogitanda, qua poſitum ſuum ſervaret ocularis lens. Quod quidem præſtitimus

Digitized by Google

inus machinæ exiguæ opera, quæ fulcro bipedi, in deſcriptione deſignato affigitur; ut in figura adjecta videre eſt.

Tranſverſarii namque in ſummo fulcro pars eſt *a a*. Rhombus plicatilis ex ære *b b*, binis lateribus ad duplam longitudinem productis. Longitudo laterum pollices $5\frac{1}{2}$, latitudo paulo major pollice dimidio; craſſitudo parte ejus decima. Hunc rhombum tranſverſarii medio applicitum tenet cochlea ferrea *f*, ſuppoſita æris vel ferri particulâ *g*, ac præterea orbiculo ex ære tenui, leniter convexo, cujus preſſu lentus æquabiliſque efficitur motus rhombi ac diductio. Porro ex angulo ejus ſuperiore, axis ſeu columella prominet *c*, perpendiculariter inſiſtens, longitudine ſeſqui pollicis. Cujus capite altero lamella mobilis adhæret, 4. pollices longa, dimidium lata; quæ hic conſpici nequit, quippe tecta capulo ligneo *d*, paris longitudinis, cui conſerta eſt. Huic demum capulo, plano ac parte anteriori leviter inciſo, inſeritur lamella altera ænea *e*, quæ ſuper axiculo mobili bacillum ſuſtinet, cum affixa oculari lente, tubulo ſuo incluſa. Ut autem rhombus cum impoſito onere æqualiter libretur ſuper axe *f*, adjiciuntur in productis lateribus extremis pondera paria *h h*, quantis ad hoc opus eſt.

TAB. XXXI. Fig. 2.

Quibus ita ſe habentibus, quocumque perducta fuerit obſervantis manu lens ocularis, capulo *d* ſemper deorſum converſo, ibi ſponte ſua conſiſtit; atque ita, invento ſidere, facile imperitior ſpectator in prioris locum ſuccedit, eodemque fruitur ſpectaculo. Facit enim funiculus utramque lentem conjungens, ut poſitum ſuum fulcrum ſervet, ſpectatorem verſus reclinans, etſi duobus tantum pedibus inſiſtat, ſimulque fulcri pondere, eorumque quæ ipſi impoſita docuimus, idem funiculus intenditur; adeo ut nihil aptius commodiusve hac in re optari queat.

Altitudo fulcri eſt pedum 4. poll. 9. Gravitas ejus librarum $2\frac{1}{2}$. Lentis ocularis, cum tubulo & bacillo, gravitas libra dimidia. Rhombi cum ponderibus *h h*, libræ $2\frac{1}{4}$. Quæ propterea adſcribo, ut conſtructionem noſtram, experientia comprobatam, eo facilius cuivis imitari liceat.

Nunc

Digitized by Google

Nunc vero aliud præterea addemus, quo perfectior evadat hæc noſtra obſervandi ratio. quod licet, omiſſum, nihil plerumque noceret, curioſo tamen ſyderum inſpectori nequaquam eſt negligendum. Nempe cum Saturni comites illos Caſſinianos diligentius requirerem, eoſque difficulter adſequerer, præſertim noctibus non admodum obſcuris, intellexi in cauſa eſſe lucem tenuem quandam, ab aëre ad oculum manantem; non eam quæ per lentem majorem advenit, ſed quæ extrinſecus circum latera præterlabitur. Huic importunæ luculæ excludendæ, nonnihil quidem conducere ſciebam, ſi circulum illum papyraceum, quo in luna obſervanda utebar, etiam hic lenti majori circumponerem. Sed aliud efficacius remedium, circa hæc occupato incidit, priori illi jungendum; ut nempe, perforatæ laminæ oppoſitu, oculi pupilla arctaretur, quæ alioqui per tenebras late patere ſolet. Cujus ſimul ac experimentum feci, jam clare tres Saturni Lunulas conſpexi; cum amoto exiguo foramine media illa noſtra tantum cerneretur. Quia vero, ita reductâ pupillâ, minus facile propoſitum ſydus inveſtigatur, quam cum tota patet, idcirco orbiculum illum perforatum, ac ſemipollicem latum, brachiolo quodam mobili, ac Græco Λ hærentem ſimili, cui in figura hac adſcriptum eſt *k*, ita conjunximus tubuli fundo per quem lens ocularis inſpicitur, quique latiori foramine pervius eſt, ut non ante quam hoc foramine ſydus inventum fuerit, ſuperinducatur alterum illud anguſtius.

Crediďiſſet fortaſſe aliquis hac oculi contractione non parum viſum obſcurari. cum tamen certum ſit, ſi diameter exigui foraminis, ad diametrum aperturæ lentis majoris eam rationem habeat, quam habent inter ſe focorum utriuſque diſtantiæ, nihilo obſcurius teleſcopio ejuſmodi omnia cerni, quam ſi apertus ac liber oculus relinquatur. Sed præſtat duplicare tantillam hanc latitudinem, vel paulo etiam augere amplius, quo minus difficilis ſit rei videndæ inquiſitio, nec nimium cito inventa ſtella elabatur, ob mundi converſionem diurnam. Nobis in teleſcopio 34 pedes longo, foraminuli dia-

meter decimam ſextam circiter pollicis partem habet. Ipſum vero duos pollices cum dimidio ab oculari lente abeſt, quanta eſt præciſe in hac lente foci diſtantia. Quod diligenter curandum, quia alias non poterit amplum ſpatium, ut ſolet, uno obtutu comprehendi. Facile autem deltoidis brachii flexu, qui quidem in ſchemate noſtro conſpici nequit, quantum opus eſt, lamella perforata removetur, quæ nobis ſemipollice à tubuli fundo extat.

Porro circulus lenti magnæ circumdatus, teleſcopii partem longitudinis quadrageſimam quintam circiter diametro æquet. Cujus circuli objectu quia paulo impeditiorem reddi neceſſe erat aſtri inveſtigationem, viſum fuit imponere bacillo, ſeu caudæ lentis ocularis, ſtylum *m*, perpendiculariter erectum; cujus apex tantundem ſupra axem lentium attollitur quantus eſt circuli illius ſemidiameter. Hinc enim fit, ut ſi oculum prius ibi collocemus, unde cum ſummo margine circuli in eandem rectam lineam ſtella conveniat; tumque, apprehenſo capulo *d*, moveamus lentem ocularem cum adjuncto bacillo, donec in eandem quoque rectam quadret extremum ſtyli *m*, fit inquam ut, ad tubulum ocularem viſum referenti, ſtella eadem per teleſcopium ſeſe conſpiciendam det, vel certe parum abſit. Uſu vero & exercitatione tum hæc, tum cætera quæ ad hanc obſervandi rationem pertinent, facilia fiunt.

IV.

Excerpta ex literis D^ni Hugenii de novâ methodo conſtruendi Barometrum.

Quod novam meam methodum Barometri ſpectat, noſti, diverſas aëris atmoſphæræ preſſiones multo magis fore viſibiles, & faciliores diſtinctu, ſi in tubo 30 pedes alto fiat barometrum ope aquæ quam ſunt in barometris vulgaribus, quæ cum Hydrargyro conſtruuntur. Cum enim maxima diverſitas ſit circiter duorum pollicum in barometris vulgari-

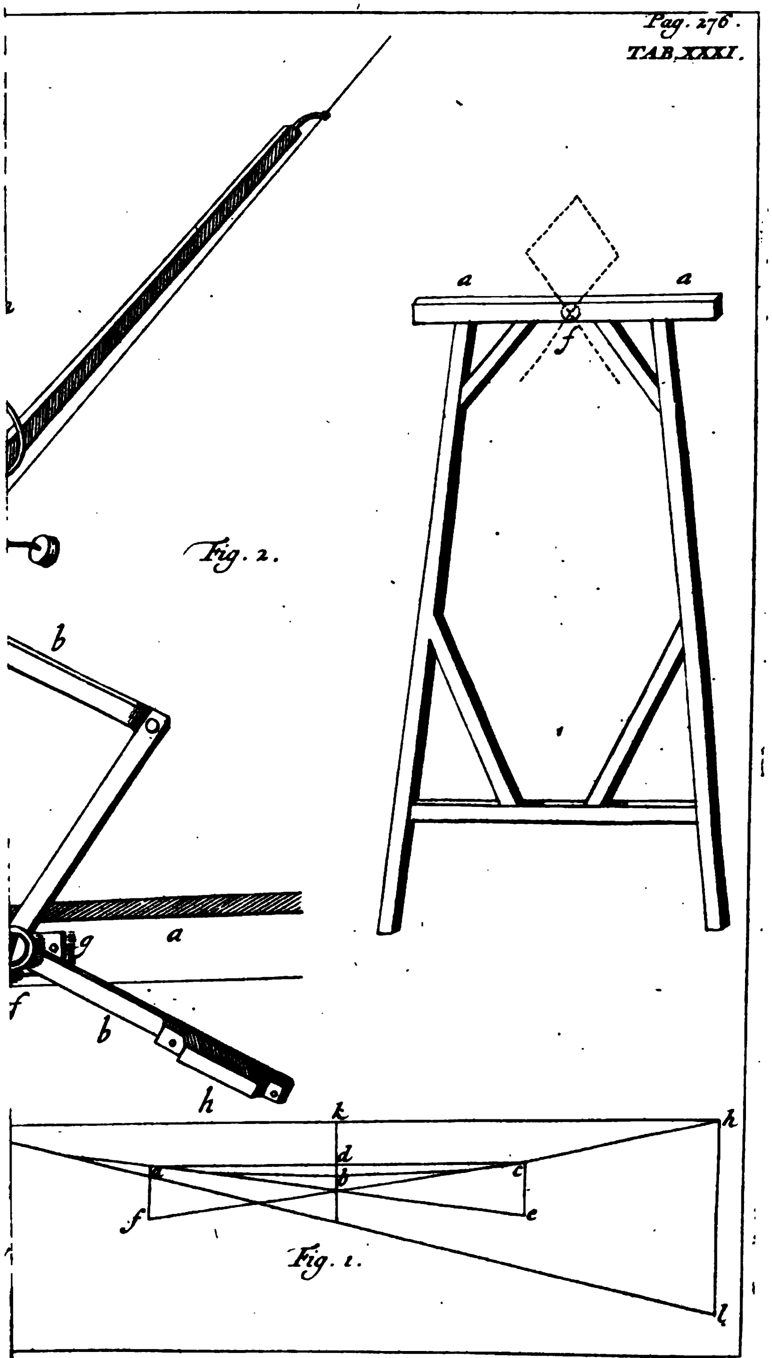


Fig. 2.

Fig. 1.

Digitized by Google

garibus, in novo hoc barometro erit viginti octo pollicum id eſt decies & quater major erit, aliæque variationes augebuntur eadem ratione, quæ ipſa datur inter Mercurii & aquæ gravitates ſpecificas.

Sed uti difficile eſt bene diſponere hæc barometra ob magnam tubi altitudinem, quæ impedit etiam, quo minus commodè locari poſſint, aut de loco in locum transferri. Cogitavi, quo pacto conſtrui poſſet barometrum mediocris magnitudinis & portatile, cujus effectus quam proxime idem eſſet ac aliorum illorum magnorum barometrorum, & duas diverſas conſtructiones inveni.

Prima eſt, ut fiat tubus vitreus A B quatuor pedum cum ſemiſſe, qui clauſus ſit in extremitate A, & cujus cavitas ſit circiter duarum linearum; requiritur ut latior ſit in loco medio, ubi detur quaſi pyxis cylindrica C D, cujus altitudo ſit circiter unius pollicis, & Diameter E E 14 vel 15 linearum, id eſt ſepties vel octies major diametro tubi; infunditur in apertam extremitatem tantum aquæ, quantum requiritur ad replendum dimidium receptaculi C D cum partis ſuperioris tubi dimidio C F; Porro repletur quidquid ſupereſt Mercurio; qui etiam infunditur in vas G ad altitudinem ſemipollicis, deinde immergitur in hunc extremitas tubi B; tum pro parte exit Mercurius, & qui ſuper eſt manet ad altitudinem E E; aqua, quæ ſupernatat, deſcendit usque in F, relinquens reliquum tubi F A aëre vacuum, & ſuperficies aquæ, adſcendendo & deſcendendo denotat diverſum atmoſphæræ pondus, gradibus fere æqualibus iis quibus aqua illud denotat in barometro 32 pedum. TAB. XXXII, Fig. 1.

Altera conſtructio partim ſimilis eſt priori, ſed multo melior eſt; detur tubus in medio incurvatus H M N, duæ in hoc tubo requiruntur pixides cylindricæ æquales K & M, quarum una, ſc. K, quæ eſt ad tubi extremitatem, hermetice ſit clauſa ſuperius, & M, quæ eſt paululum ſupra curvaturam, ſit utrinque aperta in locis in quibus cum tubo jungitur; longitudo crurum determinata eſt per diſtantiam pyxi- TAB. XXXII, Fig. 2.

 dum

dum K, M, quæ ſit circiter $27\frac{1}{2}$ pollicum *, menſurando diſtantiam inter harum media. Altitudo cujusvis pyxidis eſt prætorpropter unius pollicis cum ſemiſſe; diameter interior unius pollicis vel 15 linearum; diameter cavitatis reliqui tubi $\frac{1}{10}$ vel $\frac{1}{12}$ ejusdem magnitudinis. Primo infunditur ſolus Mercurius in tubum per aperturam N, ut fiat barometrum vulgare ex iis, quæ inferius recurvata ſunt. Infundendum vel tollendum eſt Hydrargyrum donec ſuperficies dentur circiter in medio pyxidum K & M; ſi tempore quo fit hæc operatio aër mediæ ſit gravitatis, id eſt in barometris vulgaribus Mercurius ſit ad altitudinem $27\frac{1}{2}$ pollicum; alioquin enim ſi preſſio aëris ſit major vel minor ordinariâ, ad hoc attendendum, computando pro uno pollice variationis, in vulgari barometro, lineam unam cum ſemiſſe variationis in quavis pyxide: Poſtquam Mercurius bene aëre depurgatus erit, ita ut nullus detur in pyxide K infundetur per aperturam N quidam liquor, qui hieme non congelatur, & qui nequit diſſolvere Mercurium; E. G. aqua communis mixta cum $\frac{1}{6}$ aquæ fortis: ſpiritus vini quidem poſſidet has duas qualitates, ſed non conveniret barometro, quia per calorem dilatatur. Hoc etiam referri debet ad primam formam Barometri.

Quod attinet ad liquoris quantitatem, debet illa adſcendere ad pedem unum circiter in tubum B C poſitâ mediâ aëris preſſione.

Diſpoſito ita hoc Barometro videbimus, maximam differentiam preſſionis aëris, quæ notabitur per ſuperficiem liquoris in tubo M N, fore propemodum 22 pollicum, ſi diametri pyxidum cylindricarum, ſint decies majores diametro tubi. Et ut inveniamus quantum differentiæ quas indicatæ barometrum hoc noſtrum excedant illas, quas poteſt indicare barometrum vulgare, generalis eſt regula, differentias noſtri novi Barometri eſſe ad differentias Barometri vulgaris, ut decies & quater quadratum diametri pyxidum ad idem quadratum plus vicies octies quadratum diametri tubi, qui aquam continet, & hinc ſequitur, cujuſcunque magnitudinis ſint pyxides, maximas differentias non poſſe excedere 28 pollices, quandoquidem differentiæ Barometrorum ordinariorum non excedunt duos pollices. Ut

* *Pollices hi ſunt partes duodecimæ pedis Regii Gallici.*

Ut transferatur commode hoc Barometrum, aſſeri adjungendum eſt: vel Thecâ includendum; & notari debent in ligno diviſiones æquales ad indicandas altitudinum differentias, quæ augebuntur eadem ratione, in quâ minuetur atmoſphæræ pondus.

Sic parvæ mutationes, in pondere atmoſphæræ, & quæ non percipiuntur in Barometris ordinariis, in his ſenſibiles fiunt.

Exempli gratiâ ſi ferantur in Turrim *de Noſtre Dame* vel *Montmartre* videbimus ſuperficiem aquæ deſcendere in primo Barometro quoſdam pollices, & tantum in altero adſcendere; ſi ferantur in domum elevatam tantum 50 pedes, & porro inde deſcendamus, habebimus notabilem mutationem; propemodum pollicis, ita ut poſſimus ope hujus inſtrumenti ſatis bene menſurare diverſam altitudinem montium a ſe invicem diſſitorum, & regionum, quarum ſitus non ſinit, ut has metiamur aliter. Si mutationes temporum ope Barometrorum, præviderì poſſint uti ſperandum videtur, certum eſt, quod illa, quæ hoc modo conſtructa ſunt, magnam utilitatem habebunt præ aliis, quæ adhibita ſunt huc usque.

Verum eſt quod quædam novorum horum Barometrorum ſenſibiliter quodammodo mutentur ex calore vel frigore aëris exterioris; quamcunque etiam adhibeamus operam ad illa interiori aëre purganda; ſed Barometra ordinaria ſunt etiam eidem varietati obnoxia, & ſi in noſtris magis conſpicua ſit, hoc inde venit, quod multo majores differentias indicent, quam Barometra vulgaria: ſed ut occurramus huic malo, quod plane nobis impedimento eſſet, ſi vellemus metiri altitudines, poſſumus Thermoſcopium includere in parte Barometri aëre vacuâ, & efficere calefaciendo aërem, qui utrumque cingit, ut Thermometrum redeat ad eandem notam in utraque operatione; & hac viâ certi erimus, quod aër externus nullam inducat mutationem Barometro, & quod omnis varietas, quæ ibi apparebit, oriatur ex diverſâ atmoſphæræ gravitate.

Dixi poſteriorem conſtructionem alterâ meliorem eſſe, non

 ſolum,

ſolum, quia ultimum Barometrum multo minoris voluminis eſt, ſed &, quia obſervavi, quod in priori parum aëris, quem aqua exhalat in vacuo, pedetentim augeatur temporis diuturnitate; cui vitio certum eſt Barometrum 32 pedum, de quo ſupra dixi, pariter obnoxium eſſe; Et, ut huic malo occurratur, quærendus eſt liquor, qui non producit aërem, ut faciunt aqua & ſpiritus vini. Sed patet, quod poſterius noſtrum Barometrum hoc vitio non laboret, quoniam aqua in vacuo non eſt incluſa: Quod ſi percipiamus aquam, quæ eſt in poſteriore Barometro, vapores emittere, tantum ſuperius infundenda eſt gutta olei, quod frigore non inſpiſſatur, quodque calore non emittit vapores, ut oleum amygdali dulcis.

V.

Nova vis movens mediante pulvere nitrato & aëre.

Deſideratum a longo tempore eſt artificium quo vis pulveris pyrii aliis, quam quibus huc uſque inſerviit, uſibus applicari poſſet, in quibus omnibus vis admodum ſubita requiritur, qualem obſervamus in exploſione bombardæ & ſclopeti & diſruptione cuniculorum: ſi impetus ille promtus poſſet moderari & reduci ad vim magis placidam, maximam in mechanicis utilitatem haberet, & in multis occaſionibus, in quibus vim hominum, equorum, venti, aliarumque potentiarum adhibemus, inſerviret. Ad hunc effectum excogitavi machinam, hic delineatam. Hanc non propono, acſi in omnibus partibus perfecta foret, ſed tanquam inventum, quod cum pro parte ſucceſſit, poterit ad majorem proferri perfectionem.

TAB. XXXII. Fig. 1. A A cylindrus cavus eſt, intus bene politus, & ubique æqualis magnitudinis; B eſt embolus in ſuperiori parte Cylyndri, & qui in hoc poteſt moveri; in C C cylindrus eſt perforatus duobus foraminibus, quorum diametri circiter ſunt $\frac{1}{4}$ diametri cylindri; tubi D, D, corii madidi & mollis, firmiter

intercalligati ſunt duobus cylindris minoribus, qui cum majori cohærent; & circumdant foramina; tubus unus exhibetur pendens, alter extenſus. In fundo cylindri cum hoc conjungitur ope cochleæ interpoſito annulo coriaceo pyxis H; ita ut exacte claudat apperturam cylindri; E E ſunt retinacula, quæ cylindrum in inferiori parte conjungunt cum theca, qua includitur, ſed quæ hic non eſt exhibita, ne turbetur figura: E F eſt funis annexus embolo B, circumponitur trochlea G, & inſervit ad movendum id, quod ei applicatur.

Objecto parvâ aquæ quantitate embolo, qui ſuperius firmiter debet conſiſtere, ne poſſit exire ex cylindro, immittitur in ciſtam H parum pulveris tormentarii cum parva quantitate igniarii Germanici accenſi, & clauditur bene ciſta mediante ſua cochleâ.

Pulvis ille paulo poſt accenſus implet cylindrum flammâ & fugat aërem per tubos coriaceos C D, C D, qui extenduntur, quique ſtatim clauduntur iterum ab aëre exteriore; ita ut cylindrus maneat aëre vacuus, ſaltem maximâ parte; porro embolus B eſt adactus per preſſionem aëris, qui ſupra gravitat ad deſcendendum, & ſic trahit funem F F pariter illud quod ei appenditur.

Quantitas ejus preſſionis cognita eſt, & determinata, per gravitatem aëris, & per magnitudinem diametri emboli, qui, ſi ſit unius pedis, ita premitur, ut ſuſtineat pondus 1800. circiter librarum; poſito, quod cylindrus totus fiat aëre vacuus, quod huc uſque efficere non potui; etiam experimenta eo reſpectu in magnis & parvis cylindris non eodem modo proceſſere.

Cylindrus diametri $2\frac{1}{2}$ pollicum, & 20 poll. longus, pondere 6 granorum pulveris aëre, evacuatus fuit $\frac{5}{6}$ partibus; in cylindro ejuſdem latitudinis, ſed longitudinis 44 poll., requiruntur 36 grana pulveris ut ejiciantur $\frac{4}{5}$ aëris; Et in cylindro diametri unius pedis, & $3\frac{1}{2}$ altitudinis, $1\frac{1}{2}$ drachma pulveris ad fugandum $\frac{1}{2}$ aëris; & duplicata pulveris quantitate vix magis evacuatus fuit cylindrus.

Aër

Aër vero ille qui ſupereſt in cylindro, impedit magnam partem effectus, quem exereret machina, ſi omnis aër prorſus exhauriretur; ut ſatis videre eſt, & ſimul determinari in computatione poteſt. Ideo deberet examinari, quæ ratio inter altitudinem & diametrum cylindri ſit optima in hâc machina ad hanc maxime evacuandam adhibitâ minima quantum poſſet pulveris quantitate, nam licet totus cylindrus non evacuetur, vis hujus preſſionis nihilominus magnum ederet effectum.

Poterit hæc inſervire non tantum elevationi magnorum ponderum quorumcunque & aquarum. Sed etiam ad projicienda globos & ſagittas magna vi, juxta methodum baliſtarum veterum.

Ulterius, cum propter cylindri convexitatem, non ſit neceſſe, ut ſit valde ſolidus ad reſiſtendum preſſioni aëris externi, certum eſt totam machinam exigui ponderis eſſe poſſe, quæ levitas conjuncta cum magna vi, quam habet, poterit forte uſui eſſe ad effectus edendos quos huc uſque impoſſibiles duximus.

VI.

Demonſtratio Æquilibrii bilancis.

TAB. XXXII. Fig. 4. In demonſtratione, quam Archimedes dedit de propoſitione fundamentali Mechanices, tacite ponit quid, de quo jure aliquo poſſumus dubitare; eſt autem hoc, ſi plura pondera æqualia annexa ſint libræ ad diſtantias æquales a ſe invicem, ſive omnia ſint ad eandem partem puncti ſuſpenſionis, ſive quædam transferantur ad patrem oppoſitam, ut in hac figura, ubi punctum ſuſpenſionis eſt A, pondera habere eandem vim ad deflectendam libram quam ſi forent omnia ſuſpenſa in puncto, ubi eſt commune eorum centrum gravitatis, ut hic eſt punctum B. adeo ut ſi ſeparatim ſuſpenſa in æquilibrio forent cum contrario pondere C, hoc etiam obtineret ſuſpenſis omnibus ponderibus in puncto B, vel eorum loco pondus D, quod æquat omnium gravitatem.

Qui-

Quidam Geometræ parumper mutando hanc demonſtrationem tentarunt defectum minus ſenſibilem reddere, ſed in totum fuiſſe ſublatum mihi non videtur. Igitur conatus ſum alio modo eandem propoſitionem demonſtrare uti ſequitur.

1°. Poſtulatur cum Archimede, duo pondera æqualia appenſa extremitatibus brachiorum æqualium libræ fore in æquilibrio.

2°. Poſitis ponderibus æqualibus, & brachiis libræ, cui appenſa ſunt, inæqualibus, illam inclinari ad latus brachii longioris.

3°. Poſtulatur poſſe concipi, lineas & plana, de quibus loquimur in hac demonſtratione, inflexilia & ſine gravitate eſſe.

PROP. I. *Si ſuper planum Horizontale quod imponitur lineæ rectæ, quæ id dividit in duas partes, applicetur pondus, vis, quam illud pondus habebit ad deflectendum planum partem verſus ad quam applicatur erit major, quam ſi poſitum ſit prope dictam lineam.*

Sit planum Horizontale A B impoſitum lineæ rectæ C D, & cui applicetur pondus E, cujus diſtantia a C D lineâ perpendiculari E H menſuratur; & cui porro applicetur idem pondus in F, ita ut diſtantia F H minor ſit quam E H, dico, quod habebit plus virium ad planum deflectendum, ſi ſit applicatum in E quam in F. TAB. XXXII. Fig. 5.

Nam producta recta E F H in G & poſitis H G & H F æqualibus, certum eſt, pondus æquale illi, de quo locuti ſumus, applicatum in G in æquilibrio futurum cum altero in F, propter æqualia brachia F H, H G.

Sed pondus tranſlatum ex F in E deflectet planum, quoniam plano exiſtente ſine gravitate effectus idem eſt ac in bilance brachiorum inæqualium quæ æqualibus ponderibus gravantur, idem ergo pondus poſitum in E plus virium habet ad planum deflectendum quam ſi eſt in F; Q. E. D.

PROP. II. *Si planum Horizontale, oneratum plurimis ponderibus, maneat in æquilibrio, impoſitum lineæ rectæ, quæ id*

id ſecat in duas partes, centrum gravitatis plani ſic onerati erit in ipſa lineâ rectâ.

TAB. XXXII. Fig. 6. Sit planum Horizontale A B oneratum ponderibus C C, D D & quod manet in æquilibrio, impoſitum rectæ E F; dico centrum ejus gravitatis eſſe in illa linea E F; nam poſito, ſi fieri poteſt, centrum gravitatis eſſe alibi in puncto G, ducatur per id punctum recta H K parallela ipſi E F.

Tunc ergo, quia planum fultum in puncto G, manet in ſuo ſitu Horizontali, debent, ducta linea recta quacunque in plano per punctum G, pondera ad utramque partem lineæ eſſe in æquilibrio.

Idcirco pondera C C facient æquilibrium cum ponderibus D D, quando planum fulcitur a recta H K: id quod fieri nequit, quoniam manet in æquilibrio fultum a recta E F; nam patet, omnes diſtantias ponderum ad unam partem eſſe diminutas, ſcilicet ponderum C C, & conſequenter etiam effectus gravitatis eorum; & diſtantias ponderum oppoſitorum D D eſſe auctas, & eodem tempore effectum eorum gravitatis, adeo ut ultima pondera deflexura ſint planum ad ſuam partem, & multo magis ſi unum vel plura pondera C C ſint ad alteram partem lineæ H K; Centrum ergo gravitatis plani onerati erit in linea E F. Q. E. D.

PROP. III. *Duo gravia commenſurabilia appenſa ad extremitates brachiorum Libræ erunt in æquilibrio, ſi brachia ſint in ratione reciproca gravium.*

TAB. XXXII. Fig. 7. Sint gravia commenſurabilia A & B, quorum A ſit majus; & libra C D E, cujus brachium D E ſit ad D C, ut grave A ad grave B; dico, libram eſſe in æquilibrio appenſo A ad extremum C, & B ad extremum E, ſi C E ſuſtineatur in D.

Concipiatur planum parallelum ad horizontem tranſiens per lineam C E, in eo plano ſint ductæ per puncta E & C rectæ L E G, K C M perpendiculares ad C E; fiat ulterius E F æquale C D, & ducantur G F K, M D L quæ cum C E angulos ſemirectos efficiunt & ſeſe mutuò ad angulos rectos ſecant in N; illæ lineæ neceſſario occurrunt duabus prioribus, quas duximus per E & C; ponamus puncta

ĉta occurſus eſſe G, K & M, L; manifeſtum eſt, E G æquale eſſe E F, & C K, C F; uti etiam G K, M L, ſe mutuo ſecare in medio in puncto N; & triangula G N L, K N M eſſe ſimilia & æqualia: ſumatur E H æquale E G, & C O æquale C K; tum, quia E D eſt ad D C ut pondus A ad B, patet quod lineæ E D & D C, ſint commenſurabiles, ut & H G & K O, cum inter ſe ſint ut E F ad F C, id eſt ut C D ad D E. Sint ergo K O & H G diviſæ in partes æquales per maximam earum communem menſuram, & quantitates A & B pariter diviſæ; idcirco habebuntur tot partes ponderis A, quot habentur partes in linea K O, & tot partes ponderis B, quot habentur partes in linea H G, quæ partes ponderum, æquales inter ſe, ſint ſingulæ appenſæ in medio unius ex partibus linearum K O, H G.

Jam demonſtrabimus, quod gravibus ita diſpoſitis, planum maneat in æquilibrio, quando fulcitur a puncto D, unde veritas propoſitionis erit manifeſta; quoniam concipere poſſumus omnes partes plani eſſe ſublatas & ſolas lineas K O, H G, oneratas ponderibus æqualibus ipſis A & B, ſuſtineri in extremitatibus libræ C & E, nam cum planum ſit ſine gravitate, partes ſublatæ non poſſunt mutare æquilibrium.

Ad demonſtrandum igitur, æquilibrium plani, ut dictum eſt gravari, dari in puncto D, ſint ductæ ex quovis pondere perpendiculares ad lineam L M, quantum neceſſe eſt, productam, uti R S, Z I, T V, X Y. Perpendiculares T V & R S, quæ ducuntur a ponderibus maxime vicinis punctis G & K erunt inter ſe æquales; nam triangula G N L, K N M ſunt æqualia & ſimilia, uti dictum eſt, & latera G L & K M ſunt etiam æqualia inter ſe, ut & intervalla G T & K R, quæ ſingula æqualia ſunt dimidio unius ex partibus æqualibus in quas diviſæ ſunt lineæ H G, K O; unde patet lineas T V, R S, etiam fore æquales, uti dictum eſt; Tunc ſi fulciatur planum in linea L M Q, pondus T in æquilibrio erit cum pondere R.

Pariter, ob æqualitatem perpendicularium X Y & Z I, pondus X erit in æquilibrio cum pondere Z, & ſic con-

ſequenter omnia pondera lineæ G H cum tot ponderibus ſumtis poſt K in linea K O; id eſt, ſi ſumatur pars K P æqualis lineæ G H, pondera appenſa inter K & P, æquiponderabunt cum omnibus ponderibus lineæ G H.

Si ergo pondera reliqua in linea P O etiam faciant æquilibrium unum cum altero in plano fulto a linea L M Q, ſequetur planum oneratum omnibus ponderibus manſurum in æquilibrio ſuper eandam illam lineam.

Æquilibrium autem ponderum reliquorum ita invenitur: cum ſit K O = 2 C F; & K P = H G, id eſt 2 C D, erit P O = 2 D F; ſed M O = D F; quoniam C M = C D; ergo M P eſt dimidium P O; Adeo ut linea P O, quæ continet numerum partium, quibus K O ſuperat H G, in 2 partes æquales dividatur per rectam L M Q, manifeſtum ergo eſt æqualem numerum ponderum illorum quæ continet illa linea P O dari ad partem utramque puncti M, & ſimiliter diſponi; ideo ſi numerus illorum ponderum ſit impar, illud quod in medio eſt, erit in puncto M, unde ſequitur, ſingulas perpendiculares quas duximus ab iiſdem ponderibus ad lineam L M Q æquales eſſe ſibi reſpondentibus, & conſequenter pondera eſſe in æquilibrio, quando planum fulcitur a linea L M Q; quod cum ita ſit demonſtratum de aliis ponderibus linearum P K & H G, ſequitur planum cum omnibus ponderibus manſurum in æquilibrio fultum a linea L M Q; Centrum ergo gravitatis plani ſic onerati eſt in illa linea; ſed centrum gravitatis etiam eſt in linea C E, quoniam evidens eſt planum etiam futurum in æquilibrio ſi in hac linea ſuſtineatur, Erit ergo centrum gravitatis punctum commune illis duabus lineis L M Q & C E, ſcilicet punctum D, in quo ſi planum ſuſtineatur manet in æquilibrio. patet ergo, veritas Theorematis.

VII.

Digitized by Google

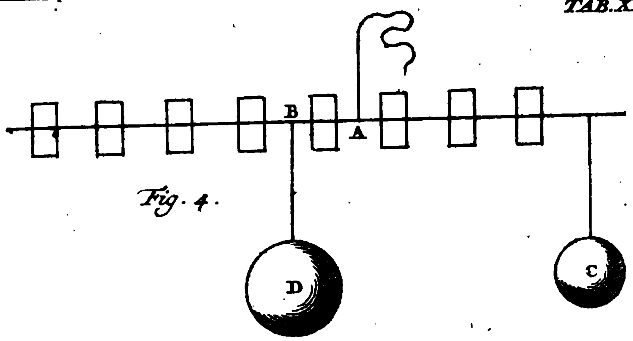


Fig. 4.

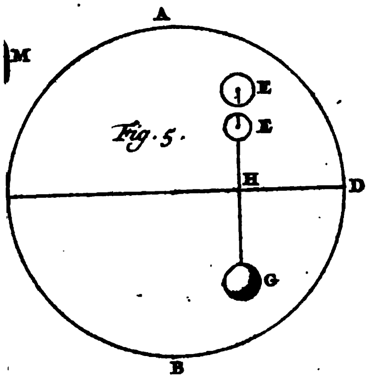


Fig. 5.

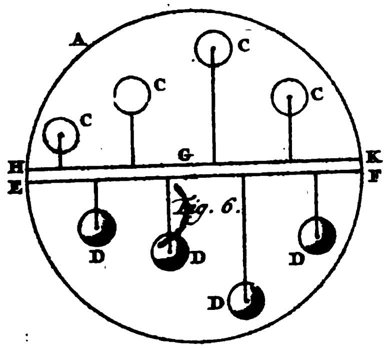


Fig. 6.

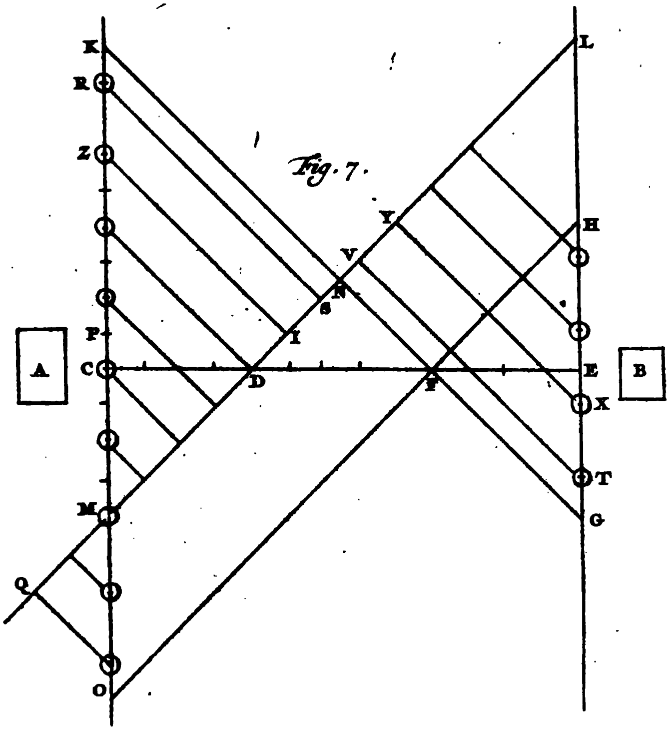


Fig. 7.

Digitized by Google

Digitized by Google

VII.

De potentiis fila funesve trahentibus.

PROP. I. *Si punctum A trahatur a filis duobus A B, A C angulum B A C facientibus, ſintque potentiæ trahentes ut filorum ipſorum A B, A C, longitudines multiplices ſecundum numeros datos N & O; juncta vero B C dividatur in E, ut ſit reciprocè C E ad E B ſicut numerus N ad O, & jungatur A E: dico filis A B, A C ita trahentibus, æquipollere filum A E tractum à potentia quæ ſit ut longitudo A E multiplex ſecundum numerum æqualem utriſque N & O.* TAB. XXIII. Fig. 1.

Producantur enim A B, A C ad F & G, ut ſit A F multiplex A B ſecundùm numerum N, & A G multiplex A C ſecundùm numerum O; junctæque F G occurrat A E producta in H, & ſint B K, C L parallelæ A H. Quia ergo F H ad H K ut F A ad A B, hoc eſt, ut numerus N ad unitatem; H K vero ad H L ut B E ad E C, hoc eſt, ut numerus O ad numerum N: erit, in proportione turbata F H ad H L, ut numerus O ad unitatem, hoc eſt ut G A ad A C, ſive ut G H ad H L. Itaque F H ad H L ut G H ad H L, ac proinde F H æqualis H G.

Sit jam A H continuata uſque in P, ut ſint æquales A H, H P, & jungantur G P, F P: eritque F A G P parallelogrammum, ad cujus diametrum P A ducantur F Q, G R, parallelæ B C. Manifeſtum igitur eſt fieri triangula ſimilia & æqualia F P Q, G A R, quorum latera inter ſe æqualia P Q, R A. Eſt autem A E ad A R ut A C ad A G, hoc eſt, ut unitas ad numerum O. Eadem verò A E ad A Q ut A B ad A F, hoc eſt, ut unitas ad numerum N. Ergo erit A E ad utramque ſimul A Q, A R, ſive A Q, Q P, hoc eſt, ad A P, ut unitas ad utrumque ſimul numerum N & O.

Cùm ergo potentiæ fila A B, A C trahentes, ſint ut A F, A G, quibus æquipollet attractio per filum A E à potentia quæ ſit ut A P, ex theoremate Mechanico ſatis noto, manifeſta eſt propoſiti veritas.

PROP. II. *Datis poſitione quotlibet punctis; ſive in eodem plano fuerint, ſive non: ſi à puncto quod eorum commune eſt gravitatis centrum, ad unum quodque datorum fila extendantur, eaque ſingula trahantur à potentiis quæ ſint inter ſe ut filorum longitudines, fiet æquilibrium manente nodo communi in dicto gravitatis centro.*

TAB. XXXIII. Fig. 2.

Sint data puncta A, B, C, D, E, quæ vel in eodem plano vel aliter utcunque collocata intelligantur: attributâ autem ſingulis æquali gravitate, conſtat commune eorum gravitatis centrum inveniri hoc modo.

Jungantur nempe duo quælibet datorum punctorum rectâ A B, quâ biſariam ſectâ in F, erit hoc centrum gravitatis punctorum A, B. Ducatur deinde ad punctum aliud C recta F C quæ ſecetur in G, ut ſit C G dupla G F; & erit G centrum gravitatis punctorum trium A, B, C. Rurſus ducatur ad aliud punctum recta G D, ſeceturque in H, ut ſit D H tripla H G, & fiet H centrum gravitatis punctorum quatuor A, B, C, D.

Similiterque ductâ H E ad punctum quintum E, ſectâque in K, ut K E ſit quadrupla K H, erit K centrum gravitatis punctorum quinque A, B, C, D, E. Ac ſimili ratione quotcunque punctorum centrum gravitatis invenire licebit.

Porro extentis filis à puncto K ad A, B, C, D, E, quæ trahantur ſingula à potentiis quæ ſint inter ſe ut ipſæ longitudines K A, K B, K C, K D, K E: dico fieri æquilibrium manente nodo communi in K. Ducantur enim à centris gravitatis inventis F, G, H, ad centrum gravitatis omnium punctorum K, rectæ F K, G K, H K. Itaque conſtat filis A K, B K, punctum K trahentibus cum potentiis quæ ſint ut longitudines eorum filorum, æquipollere filum F K, tractum à potentia quæ ſit ut dupla longitudo F K. Rurſus verò duobus his, filo F K trahenti cum potentia quæ ſit ut dupla F K, & filo C K trahenti cum potentia quæ ſit ut ſimplex longitudo C K, æquipollet filum G K tractum à potentia quæ ſit ut tripla K G per præcedentem: ergo filum G K ita tractum æquipollet filis tribus K A, K B, K G,

K C. Similiter verò duobus his, filo G K tracto à potentia quæ ſit ut tripla G K, & filo D K tracto à potentia quæ ſit ut ſimplex longitudo D K, æquipollet filum H K tractum à potentia quæ ſit ut quadrupla H K. Ergo hoc æquipollet filis omnibus K A, K B, K C, K D, punctum K uti dictum eſt trahentibus. Atqui filo K H in directum opponitur filum K E tractum à potentia quæ eſt ut longitudo K E, id eſt ut quadrupla K H. Ergo cum filis K E, K H, in partes directè oppoſitas trahentibus cum potentiis æqualibus, punctum K neceſſario in locum ſuum ſervatum ſit, ſequitur & filis K A, K B, K C, K D, uti dictum eſt trahentibus & ex alia parte filo K E nodum reſtare immotum. Quod erat demonſtrandum.

Poſſunt autem & binorum quorumque punctorum centra gravitatis primò deſignari, & per hæc deinceps centra gravitatis quaternorum, & per hæc octonorum & ſic porro; qua ratione ſimplicior plerumque efficitur demonſtratio, ac præſertim ſi datorum punctorum numerus fuerit pariter par.

Ut ſi quatuor data fuerint A, B, C, D; ſive in eodem plano, ſive non: junctis A B, C D, diviſiſque bifariam in E & F; ductâque inde F E, quæ rurſus bifariam ſecetur in G; conſtat G eſſe centrum gravitatis punctorum A, B, C, D. Quod ſi jam nodus G trahatur filis G A, G B, G C, G D, à potentiis quæ ſint inter ſe ut hæ ipſæ filorum longitudines; dico fieri æquilibrium. TAB. XXXIII. Fig. 3.

Conſtat enim filis G A, G B, æquipollere filum G E tractum à potentia quæ ſit ut dupla G E; filis verò G C, G D, æquipollere filum G F tractum à potentia quæ ſit ut dupla G F. Cum ergo G E, G F æquales ſint, unamque lineam rectam efficiant, eodem modo nodus G trahitur, ac ſi traheretur à potentiis æqualibus per fila G E, G F. Unde immotum manere neceſſe eſt.

Conſtat verò ſi puncta A, B, C, D non ſint in eodem plano, fore G centrum gravitatis pyramidis cujus anguli hæc ipſa quatuor puncta; cum in omni pyramide idem ſit centrum

Digitized by Google

id ſecat in duas partes, centrum gravitatis plani ſic onerati erit in ipſa lineâ rectâ.

TAB. XXXII. Fig. 6. Sit planum Horizontale A B oneratum ponderibus C C, D D & quod manet in æquilibrio, impoſitum rectæ E F; dico centrum ejus gravitatis eſſe in illa linea E F; nam poſito, ſi fieri poteſt, centrum gravitatis eſſe alibi in puncto G, ducatur per id punctum recta H K parallela ipſi E F.

Tunc ergo, quia planum fultum in puncto G, manet in ſuo ſitu Horizontali, debent, ducta linea recta quacunque in plano per punctum G, pondera ad utramque partem lineæ eſſe in æquilibrio.

Idcirco pondera C C facient æquilibrium cum ponderibus D D, quando planum fulcitur a recta H K: id quod fieri nequit, quoniam manet in æquilibrio fultum a recta E F; nam patet, omnes diſtantias ponderum ad unam partem eſſe diminutas, ſcilicet ponderum C C, & conſequenter etiam effectus gravitatis eorum; & diſtantias ponderum oppoſitorum D D eſſe auctas, & eodem tempore effectum eorum gravitatis, adeo ut ultima pondera deflexura ſint planum ad ſuam partem, & multo magis ſi unum vel plura pondera C C ſint ad alteram partem lineæ H K; Centrum ergo gravitatis plani onerati erit in linea E F. Q. E. D.

PROP. III. *Duo gravia commenſurabilia appenſa ad extremitates brachiorum Libræ erunt in æquilibrio, ſi brachia ſint in ratione reciproca gravium.*

TAB. XXXII. Fig. 7. Sint gravia commenſurabilia A & B, quorum A ſit majus; & libra C D E, cujus brachium D E ſit ad D C, ut grave A ad grave B; dico, libram eſſe in æquilibrio appenſo A ad extremum C, & B ad extremum E, ſi C E ſuſtineatur in D.

Concipiatur planum parallelum ad horizontem tranſiens per lineam C E, in eo plano ſint ductæ per puncta E & C rectæ L E G, K C M perpendiculares ad C E; ſiat ulterius E F æquale C D, & ducantur G F K, M D L quæ cum C E angulos ſemirectos efficiunt & ſeſe mutuò ad angulos rectos ſecant in N; illæ lineæ neceſſario occurrunt duabus prioribus, quas duximus per E & C; ponamus puncta

cta occurſus eſſe G, K & M, L; manifeſtum eſt, E G æquale eſſe E F, & C K, C F; uti etiam G K, M L, ſe mutuo ſecare in medio in puncto N; & triangula G N L, K N M eſſe ſimilia & æqualia: ſumatur E H æquale E G, & C O æquale C K; tum, quia E D eſt ad D C ut pondus A ad B, patet quod lineæ E D & D C, ſint commenſurabiles, ut & H G & K O, cum inter ſe ſint ut E F ad F C, id eſt ut C D ad D E. Sint ergo K O & H G diviſæ in partes æquales per maximam earum communem menſuram, & quantitates A & B pariter diviſæ; idcirco habebuntur tot partes ponderis A, quot habentur partes in linea K O, & tot partes ponderis B, quot habentur partes in linea H G, quæ partes ponderum, æquales inter ſe, ſint ſingulæ appenſæ in medio unius ex partibus linearum K O, H G.

Jam demonſtrabimus, quod gravibus ita diſpoſitis, planum maneat in æquilibrio, quando fulcitur a puncto D, unde veritas propoſitionis erit manifeſta; quoniam concipere poſſumus omnes partes plani eſſe ſublatas & ſolas lineas K O, H G, oneratas ponderibus æqualibus ipſis A & B, ſuſtineri in extremitatibus libræ C & E, nam cum planum ſit ſine gravitate, partes ſublatæ non poſſunt mutare æquilibrium.

Ad demonſtrandum igitur, æquilibrium plani, ut dictum eſt gravari, dari in puncto D, ſint ductæ ex quovis pondere perpendiculares ad lineam L M, quantum neceſſe eſt, productam, uti R S, Z I, T V, X Y. Perpendiculares T V & R S, quæ ducuntur a ponderibus maxime vicinis punctis G & K erunt inter ſe æquales; nam triangula G N L, K N M ſunt æqualia & ſimilia, uti dictum eſt, & latera G L & K M ſunt etiam æqualia inter ſe, ut & intervalla G T & K R, quæ ſingula æqualia ſunt dimidio unius ex partibus æqualibus in quas diviſæ ſunt lineæ H G, K O; unde patet lineas T V, R S, etiam fore æquales, uti dictum eſt; Tunc ſi fulciatur planum in linea L M Q, pondus T in æquilibrio erit cum pondere R.

Pariter, ob æqualitatem perpendicularium X Y & Z I, pondus X erit in æquilibrio cum pondere Z, & ſic con-

ſequenter omnia pondera lineæ G H cum tot ponderibus ſumtis poſt K in linea K O; id eſt, ſi ſumatur pars K P æqualis lineæ G H, pondera appenſa inter K & P, æquiponderabunt cum omnibus ponderibus lineæ G H.

Si ergo pondera reliqua in linea P O etiam faciant æquilibrium unum cum altero in plano fulto a linea L M Q, ſequetur planum oneratum omnibus ponderibus manſurum in æquilibrio ſuper eandam illam lineam.

Æquilibrium autem ponderum reliquorum ita invenitur: cum ſit K O = 2 C F; & K P = H G, id eſt 2 C D, erit P O = 2 D F; ſed M O = D F; quoniam C M = C D; ergo M P eſt dimidium P O; Adeo ut linea P O, quæ continet numerum partium, quibus K O ſuperat H G, in 2 partes æquales dividatur per rectam L M Q, manifeſtum ergo eſt æqualem numerum ponderum illorum quæ continet illa linea P O dari ad partem utramque puncti M, & ſimiliter diſponi; ideo ſi numerus illorum ponderum ſit impar, illud quod in medio eſt, erit in puncto M, unde ſequitur, ſingulas perpendiculares quas duximus ab iiſdem ponderibus ad lineam L M Q æquales eſſe ſibi reſpondentibus, & conſequenter pondera eſſe in æquilibrio, quando planum fulcitur a linea L M Q; quod cum ita ſit demonſtratum de aliis ponderibus linearum P K & H G, ſequitur planum cum omnibus ponderibus manſurum in æquilibrio fultum a linea L M Q; Centrum ergo gravitatis plani ſic onerati eſt in illa linea; ſed centrum gravitatis etiam eſt in linea C E, quoniam evidens eſt planum etiam futurum in æquilibrio ſi in hac linea ſuſtineatur, Erit ergo centrum gravitatis punctum commune illis duabus lineis L M Q & C E, ſcilicet punctum D, in quo ſi planum ſuſtineatur manet in æquilibrio. patet ergo, veritas Theorematis.

Digitized by Google

TAB. XXXII.

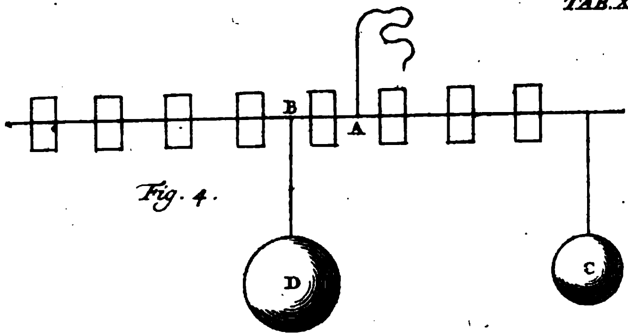


Fig. 4.

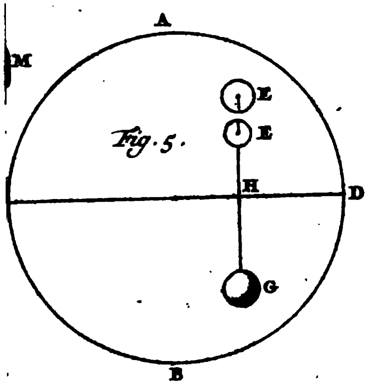


Fig. 5.

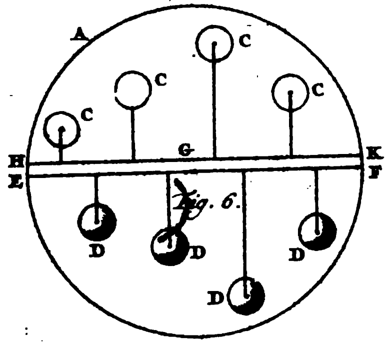


Fig. 6.

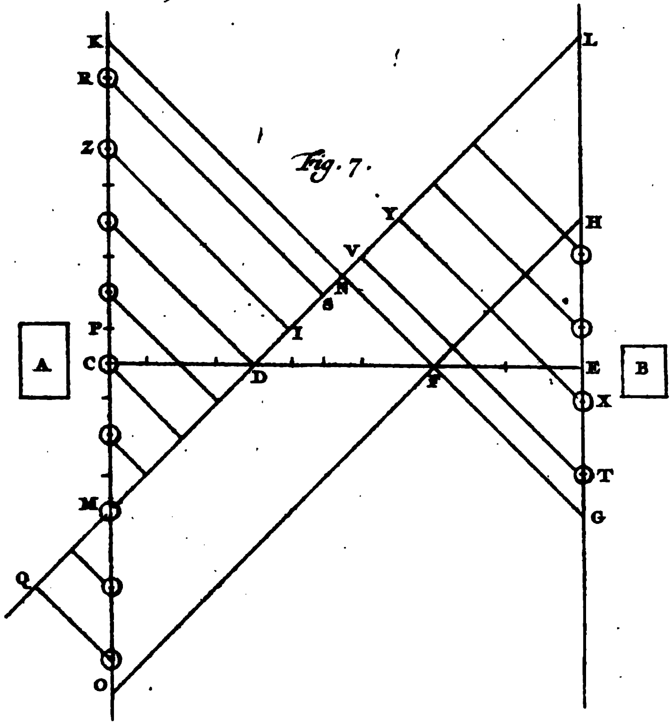
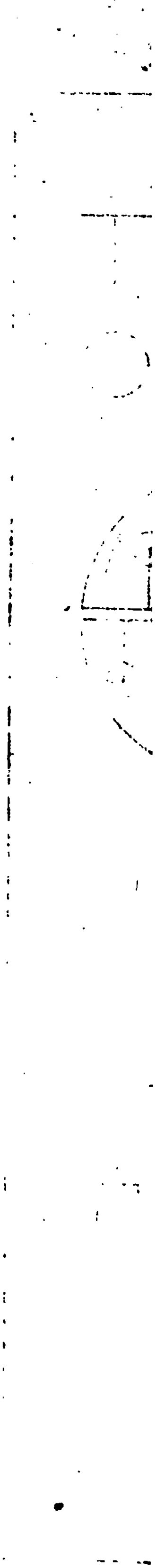


Fig. 7.

Digitized by Google



Digitized by Google

VII.

De potentiis fila funesve trahentibus.

PROP. I. *Si punctum A trahatur a filis duobus A B, A C angulum B A C facientibus, ſintque potentiæ trahentes ut filorum ipſorum A B, A C, longitudines multiplices ſecundum numeros datos N & O; juncta vero B C dividatur in E, ut ſit reciprocè C E ad E B ſicut numerus N ad O, & jungatur A E: dico filis A B, A C ita trahentibus, æquipollere filum A E tractum à potentia quæ ſit ut longitudo A E multiplex ſecundum numerum æqualem utriſque N & O.* TAB. XXIII. Fig. 1.

Producantur enim A B, A C ad F & G, ut ſit A F multiplex A B ſecundùm numerum N, & A G multiplex A C ſecundùm numerum O; junctæque F G occurrat A E producta in H, & ſint B K, C L parallelæ A H. Quia ergo F H ad H K ut F A ad A B, hoc eſt, ut numerus N ad unitatem; H K vero ad H L ut B E ad E C, hoc eſt, ut numerus O ad numerum N: erit, in proportione turbata F H ad H L, ut numerus O ad unitatem, hoc eſt ut G A ad A C, ſive ut G H ad H L. Itaque F H ad H L ut G H ad H L, ac proinde F H æqualis H G.

Sit jam A H continuata uſque in P, ut ſint æquales A H, H P, & jungantur G P, F P: eritque F A G P parallelogrammum, ad cujus diametrum P A ducantur F Q, G R, parallelæ B C. Manifeſtum igitur eſt fieri triangula ſimilia & æqualia F P Q, G A R, quorum latera inter ſe æqualia P Q, R A. Eſt autem A E ad A R ut A C ad A G, hoc eſt, ut unitas ad numerum O. Eadem verò A E ad A Q ut A B ad A F, hoc eſt, ut unitas ad numerum N. Ergo erit A E ad utramque ſimul A Q, A R, ſive A Q, Q P, hoc eſt, ad A P, ut unitas ad utrumque ſimul numerum N & O.

Cùm ergo potentiæ fila A B, A C trahentes, ſint ut A F, A G, quibus æquipollet attractio per filum A E à potentia quæ ſit ut A P, ex theoremate Mechanico ſatis noto, manifeſta eſt propoſiti veritas.

PROP. II. *Datis poſitione quotlibet punctis; ſive in eodem plano fuerint, ſive non: ſi à puncto quod eorum commune eſt gravitatis centrum, ad unum quodque datorum fila extendantur, eaque ſingula trahantur à potentiis quæ ſint inter ſe ut filorum longitudines, fiet æquilibrium manente nodo communi in dicto gravitatis centro.*

TAB. XXXIII. Fig. 2. Sint data puncta A, B, C, D, E, quæ vel in eodem plano vel aliter utcunque collocata intelligantur: attributâ autem ſingulis æquali gravitate, conſtat commune eorum gravitatis centrum inveniri hoc modo.

Jungantur nempe duo quælibet datorum punctorum rectâ A B, quâ bifariam ſectâ in F, erit hoc centrum gravitatis punctorum A, B. Ducatur deinde ad punctum aliud C recta F C quæ ſecetur in G, ut ſit C G dupla G F, & erit G centrum gravitatis punctorum trium A, B, C. Rurſus ducatur ad aliud punctum recta G D, ſeceturque in H, ut ſit D H tripla H G, & fiet H centrum gravitatis punctorum quatuor A, B, C, D.

Similiterque ductâ H E ad punctum quintum E, ſectâque in K, ut K E ſit quadrupla K H, erit K centrum gravitatis punctorum quinque A, B, C, D, E. Ac ſimili ratione quotcunque punctorum centrum gravitatis invenire licebit.

Porro extentis filis à puncto K ad A, B, C, D, E, quæ trahantur ſingula à potentiis quæ ſint inter ſe ut ipſæ longitudines K A, K B, K C, K D, K E: dico fieri æquilibrium manente nodo communi in K. Ducantur enim à centris gravitatis inventis F, G, H, ad centrum gravitatis omnium punctorum K, rectæ F K, G K, H K. Itaque conſtat filis A K, B K, punctum K trahentibus cum potentiis quæ ſint ut longitudines eorum filorum, æquipollere filum F K, tractum à potentia quæ ſit ut dupla longitudo F K. Rurſus verò duobus his, filo F K trahenti cum potentia quæ ſit ut dupla F K, & filo C K trahenti cum potentia quæ ſit ut ſimplex longitudo C K, æquipollet filum G K tractum à potentia quæ ſit ut tripla K G per præcedentem: ergo filum G K ita tractum æquipollet filis tribus K A, K B, K G,

K C. Similiter verò duobus his, filo G K tracto à potentia quæ ſit ut tripla G K, & filo D K tracto à potentia quæ ſit ut ſimplex longitudo D K, æquipollet filum H K tractum à potentia quæ ſit ut quadrupla H K. Ergo hoc æquipollet filis omnibus K A, K B, K C, K D, punctum K uti dictum eſt trahentibus. Atqui filo K H in directum opponitur filum K E tractum à potentia quæ eſt ut longitudo K E, id eſt ut quadrupla K H. Ergo cum filis K E, K H, in partes directè oppoſitas trahentibus cum potentiis æqualibus, punctum K neceſſario in locum ſuum ſervatum ſit, ſequitur & filis K A, K B, K C, K D, uti dictum eſt trahentibus & ex alia parte filo K E nodum reſtare immotum. Quod erat demonſtrandum.

Poſſunt autem & binorum quorumque punctorum centra gravitatis primò deſignari, & per hæc deinceps centra gravitatis quaternorum, & per hæc octonorum & ſic porro; qua ratione ſimplicior plerumque efficitur demonſtratio, ac præſertim ſi datorum punctorum numerus fuerit pariter par.

Ut ſi quatuor data fuerint A, B, C, D; ſive in eodem plano, ſive non: junctis A B, C D, diviſiſque bifariam in E & F; ductâque inde F E, quæ rurſus bifariam ſecetur in G; conſtat G eſſe centrum gravitatis punctorum A, B, C, D. Quod ſi jam nodus G trahatur filis G A, G B, G C, G D, à potentiis quæ ſint inter ſe ut hæ ipſæ filorum longitudines; dico fieri æquilibrium. TAB. XXXIII. Fig. 3.

Conſtat enim filis G A, G B, æquipollere filum G E tractum à potentia quæ ſit ut dupla G E; filis verò G C, G D, æquipollere filum G F tractum à potentia quæ ſit ut dupla G F. Cum ergo G E, G F æquales ſint, unamque lineam rectam efficiant, eodem modo nodus G trahitur, ac ſi traheretur à potentiis æqualibus per fila G E, G F. Unde immotum manere neceſſe eſt.

Conſtat verò ſi puncta A, B, C, D non ſint in eodem plano, fore G centrum gravitatis pyramidis cujus anguli hæc ipſa quatuor puncta; cum in omni pyramide idem ſit centrum

Digitized by Google

trum gravitatis ipſius ſolidi & quatuor punctorum angularium, uti oſtendere facillimum eſt. Et hinc patet veritas theorematis Robervalliani, *Si à centro gravitatis pyramidis fila tendantur ad quatuor angulos, quæ trahantur à potentiis quæ ſint inter ſe ut filorum ipſorum longitudines, fieri æquilibrium manente nodo in dicto gravitatis centro.*

VIII.

Solitio problematis a G G. Leibnitio propoſiti in diario (cui titulus Nouvelles de la Republique des Lettres) *menſis Sept.* 1687.

PROBLEMA.

Detegere lineam juxta quam ſi corpus deſcendat temporibus æqualibus æqualiter tellurem verſus accedat.

SOLUTIO.

Impoſſibile eſt problema ſi requiratur ut corpus motum in tali linea inchoet a quiete.

TAB. XXXIII. Fig. 4. Sed ſi ponamus corpus quandam, quantumvis exiguam, velocitatem habere ex. gr. quam acquirit cadendo ab altitudine A B, quæſito ſatisfacit curva B C, cujus hæc eſt proprietas ut cubus altitudinis B D æqualis ſit quadrato perpendicularis C D ad A B continuatam ducto in $\frac{4}{9}$ A B.

Præter curvam hanc B C, innumeræ aliæ dantur ejuſdem generis, & quæ facile deteguntur, in quibus corpus etiam, temporibus æqualibus, æqualiter, ſed lentius quam per B C, ad Tellurem accedit.

Si B D ſit dupla ipſius B A, tempus deſcenſus per curvæ partem B C aquale erit tempori caſus per A B.

H. D. Z.

IX.

Digitized by Google

IX.

Chriſtiani Hugenii, Solutio Problematis de linea in quam flexile ſe pondere proprio curvat.

Si Catena C V A ſuſpenſa ſit ex filis F C, E A utrinque annexis, ac gravitate carentibus, ita ut capita C & A ſint pari altitudine, deturque Angulus inclinationis filorum productorum C G A, & catenæ totius poſitus, cujus vertex ſit V, axis V B. TAB. XXXIII. Fig. 5.

1. Licebit hinc invenire tangentem in dato quovis catenæ puncto. Velut ſi punctum datum ſit L, unde ducta applicata L H dividat æqualiter axem B V. Jam ſi angulus C G A ſit 60°, erit inclinanda a puncto A ad axem recta A W, æqualis $\frac{1}{4}$ A B, cui ducta parallela L R, tanget curvam in puncto L. Item ſi latera G B, B A, A G ſint partium 3, 4, 5, erit A W ponenda partium $4\frac{1}{2}$.

2. Invenitur porrò & recta linea catenæ æqualis, vel datæ cuilibet ejus portioni. Semper enim dato angulo C G A, data erit ratio axis B V ad curvam V A. Velut ſi latera G B, B A, A G ſint ut 3, 4, 5, erit curva V A tripla axis V B.

3. Item definitur radius curvitatis in vertice V, hoc eſt, ſemidiameter circuli maximi, qui per verticem hunc deſcriptus totus intra curvam cadat. Nam ſi angulus C G A ſit 60°, erit radius curvitatis ipſi axi B V æqualis. Sin vero anguſtus C G A ſit rectus, erit radius curvitatis æqualis curvæ V A.

4. Poterit & circulus æqualis inveniri ſuperficiei conoidis, ex revolutione catenæ circa axem ſuum. Ita ſi angulus C G A ſit 60°, erit ſuperficies conoidis ex catena C V A genita æqualis circulo, cujus radius poſſit duplum rectangulum B V G.

5. Inveniuntur etiam puncta quotlibet curvæ K N, cujus evolutione, una cum recta K V, radio curvitatis in verti-

ce, curva V A deſcribitur; atque evolutæ ipſius K N longitudo. Velut ſi angulus C G A fuerit 60°, erit K N tripla axis B V. Si vero latera G B, B A, A G ſint ut 3, 4, 5, erit illa $\frac{9}{4}$ axis B V.

6. Præterea ſpatii N K V A N quadratura datur. Poſito enim angulo C G A 60°, erit ſpatium illud æquale rectangulo ex axe B V, & ea quæ poteſt triplum quadratum ejusdem B V. Si vero latera G B, B A, A G ſint ut 3, 4, 5, erit idem ſpatium æquale ſeptuplo quadrato B V, cum parte octava.

7. Porro puncta quotlibet catenæ inveniri poſſunt, poſita quadratura curvæ alterutrius harum: $xxyy = a^4 - aayy$, vel $xxyy = 4a^4 - x^4$. Vel etiam data diſtantia centri gravitatis ab axe, in portionibus planis, quas abſcindunt rectæ axi parallelæ in curva harum priore. Quadratura autem hujus curvæ pendet a ſummis ſecantium arcuum per minima æqualiter creſcentium: quæ ſummæ ex Tabulis ſinuum egregio quodam adhibito compendio inveniuntur quamlibet proxime. Hinc ex. gr. inventum, quod ſi angulus C G A ſit rectus, & ponatur axis B V partium 10000, erit B A, 21279, non una minus. Curva autem V A, per ſuperius indicata cognoſcitur hic eſſe partium 24142, non una minus.

In his omnibus non niſi ad caſus ſingulares ſolutiones problematum dedi, vitandæ prolixitatis ſtudio & quoniam non dubito quin regulas univerſales Viri docti affatim ſint exhibituri. Quod ſi tamen aliquæ ex noſtris requirentur, eas lubenter mittam. Ac jam pridem omnes apud Clariſſimum Virum G. G. *Leibnitium* involucro quodam obtectas depoſui.

X.

Hugenii Annotationes in librum Pariſiis 1689. editum, de Manuaria Nautica.

Auctor hujus libri eſt D. Renaldus (*M. Renau, Ingenieur general de Marine*), ſumma cura & methodo conſcriptus eſt, &

& auctoris peritia in Geometricis, & analyſi in hoc patet; nulla ponuntur principia, quæ vera non fatear, & integra ſi Theoria inde legitime deducta foret, nihil in opere culpandum eſſet; hoc tamen deficiente, utile credidi de notabili quem notavi errorem, monere, cum enim ſpectet ad maximam partem regularum, quæ in hoc libro Nautis præſcribuntur poſſet hos in maximos, & periculoſos admodum errores inducere.

Initium faciam memorando quæ in Art. 1. cap. 2. continentur, in quo Auctor navem H B M ponit, in qua linea recta D C Veli poſitionem repræſentat, quod tanquam plana ſuperficies concipitur; perpendiculariter ſuper iſtam lineam elevatam; A B eſt directio venti qui velum propellit; B G eſt perpendicularis ad D C; G K eſt perpendicularis ad B K, carinam navis productam; G E A eſt arcus circuli centro B deſcripti; B K G eſt circuli peripheria cujus Diameter eſt B G. TAB. XXXIII. Fig. 6.

Veriſſimum eſt quod Auctor notat, ſuperficiem C D a vento A B propelli juxta lineam B G, ita ut navis per B G ad punctum G tenderet, ſi nullibi magis quam ad proram aqua reſiſteret. Addit, navem iſtam lineam percurrendo directe progredi per B K, & ad latus per K G; ſed cum navis majori difficultate aquam lateribus, quam prorâ ſecet, non poterit juxta directionem K G per integram hanc lineam progredi, ſed deerit pars, quæ ſequetur rationem exceſſus quo difficultas ſecandi aquam ad latus ſuperat difficultatem qua navis hanc prorâ ſecat; ex. gr. ſi difficultas ſecandi aquam ad latus ſe habeat ad difficultatem qua prora illam ſecat ut decem ad unum, ſi fiat K G ad K L ut 10 ad 1, & ducatur B L, dicit Auctor navem moveri per B L, hancque lineam percurrere eo tempore quo potuiſſet in G pervenire, ſi reſiſtentia ab omni parte fuiſſet æqualis.

Auctorem huc uſque nos fuiſſe ſecutos ſufficiat. Contendo ipſius errorem in eo dari, quod dicat navem pervenire ex B in L *eodem tempore*, quo perveniſſet ex B in G. Nam ſi deviatio nullam eſſe ponamus, ut ambages removeantur, certiſſimum eſt navem, juxta Auctorem, progredi

Digitized by Google

ex B in K, eodem tempore, quo pergeret ex B in G, & undequaque aquam eadem facilitate ſecaret, aut direćte per B G, æque ac per B K progrediretur.

In his ſic ratiocinatum fuiſſe auctorem videtur, ſcilicet, ſi in motu ex B in G, navis feratur ad latus per K G & direćte progrediatur per B K, oportet, ut ſublato motu per K G, motus per B K ſuperſit, quo motu linea B K percurrebatur eodem tempore quo B G.

Sed notandum erat, licet motus navis per B G poſſit concipi tanquam compoſitus ex motibus per B K, & K G, inde non ſequi ſi in re ipſa tantum ſuperſit motus per B K (ſive figura ipſius navis in cauſa ſit, ſive hæc cohæreat cum fune infinito B R, perpendiculari ad B M) ventum, qui navem ex B in G tranſtuliſſet, hanc æquali tempore poſſe transferre ex B in K. Ut enim determinemus viam juxta B K percurſam, vim propellentem debemus determinare, & attendere ad reſiſtentiam quam ex actione aquæ patitur navis.

Conſtat autem in Mechanicis, vim, qua velum D C, navem pellit per B K, eſſe ad vim qua idem velum, & in eadem poſitione reſpectu venti, illam pelleret per B G, uti B K ad B G: ut Auctor ipſe ponit in his, quæ ſcripſit de impreſſionibus aquæ in gubernaculum Art. 5, hujus ſecundi Cap. Sed celeritates quoque eſſent ſicuti B K ad B G, quia ponit Auctor lineas æqualibus temporibus percurri. Vires ergo forent ut celeritates, quod impoſſibile eſt, dictisque Auctoris repugnat in 13° Art. primi Cap. ubi dicit, *ut corpus diverſis velocitatibus in fluido moveatur, requiri vires in ratione quadratorum celeritatum:* lineæ ergo B K, B G, non percurruntur æquali tempore. Ut autem determinetur, ſpatium juxta B K percurſum continuanda eſt B K in S, ita ut B S ſit media proportionalis inter B K, B G. Tum B S erit ſpatium, quod eo tempore permeabit navis quo pergeret per B G; ſi aquam juxta hanc directionem eadem facilitate ſecaret, nam quadrata celeritatum per

B G,

B G, & B S, & conſequenter etiam aquæ reſiſtentiæ ſunt inter ſe ut B G ad B K; aſt, uti modo oſtendi, virium ratio eſt etiam ut B G ad B K; vires igitur ſunt ut reſiſtentiæ, & etiam ut quadrata velocitatum. Hæ ergo ſunt velocitates, quæ ſunt ut B G ad B S, quas Navis in ambobus motibus acquirere debet ſecundum ipſam Auctoris ſtatim memoratam, nec in dubium revocandam, regulam. Non ergo ut credidit Auctor circumferentia circuli B K G determinat ſpatia a navi permeanda in diverſis carinæ poſitionibus, manente eadem veli C D poſitione reſpectu directionis venti, ſed determinantur hæc ſpatia curvâ B I S G T, cujus puncta eodem modo ac S, facile inveniuntur. Hic autem notandum eſt, ſpatia quæ hac curvâ deteguntur, eo magis ab iis differre, quæ Auctor adhibitâ circumferentiâ B K G determinat, quo angulus quem carina cum venti directione efficit acutior eſt; ita juxta B N navis progredietur per B I, quæ dupla eſt ipſius B N eirculo inſcriptæ, ſi B N ſit $\frac{1}{4}$ B G; & tripla ſi B N ſit $\frac{1}{3}$ B G.

Error a me notatus in toto fere tractatus reliquo locum habet, quo varia labefactantur Theoremata quæ de cætero elegantia videntur. Quale eſt inter alia hoc. Dato O B A angulo veli cum vento, carinæ ſitum, quo in adverſum venti maxime progreditur navis, determinari dividendo æqualiter in duas partes complementum O B E anguli dati; unde Auctor deducit, ponendo quod deviatio nulla ſit, carinæ & veli ſitum in hoc caſu omnium maxime utilem dari, quando angulus quem carina cum vento efficit eſt 60 gr., & angulus venti cum velo 30 gr., quod a vero abeſt; nam per Regulam, quam veram novi detego, quando venti & carinæ angulus eſt graduum 60, navem celerius moveri, ideoque in adverſum venti magis progredi, ſi angulus veli & venti 38 gr. 23′. fiat, quam ſi angulus hicce foret 30 graduum. Regula qua detego veli ſitum, ut navis omnium celerrime moveatur, ubi carinæ cum vento angulus datus eſt, talis eſt $x^4 = aaxx + \frac{1}{2}ppxx - \frac{1}{4}aapp$. ſcilicet, ſi x deſignat ſinum O Q anguli veli cum vento, a radius B A, p ſinus F P anguli carinæ cum vento. Et congruit hgc regula cum illa quam

D. Fatio antea invenit, cum aliis pulcherrimis circa hanc materiam, ut percepi in tabula quadam, in qua quorundam iſtorum angulorum rationes deſignarat. Duas veras radices continet æquatio hæc inſervientes duobus caſibus, in quibus carina cum venti linea eundem angulum efficit, utpote, quando navis vento ſecundo aut adverſo utitur.

Cæterum quin vera ſit noſtra regula non poterit, D. Renaldus dubitare, cum per eam angulus gubernaculi cum carina, quo navis omnium celerrime circumvolvitur, idem detegatur, quem determinavit in capite 7°. Quod ipſius inventum certe utiliſſimum eſt. Ponendo enim $p = a$, id eſt ponendo venti lineam ad carinam perpendicularem, noſtra regula habetur $x = \sqrt{\frac{1}{2} aa}$, quem ille detexit ſinum anguli carinæ aut directionis motus aquæ cum gubernaculo, quod ſic neceſſario ſeſe habere facile patet.

Licet Theoria hæc poſt a me indicatam correctionem difficilior evadat, quam in tractatu D^{ni} Renaldi, percipio nihilominus regulam detegi poſſe, qua & navis & veli ſitus determinarentur, ut in adverſum venti omnium maxime progrediatur, ſed computatio nimium longa foret, quare hanc nunc non aggredior. Quibus addendum navis deviationem in hac computatione non conſiderari, ex qua conſideratione maxima daretur difficultas. Quia non modo cum auctore attendendum eſt ad relationem inter reſiſtentias quas patitur navis proram verſus & ad latus, ſed etiam ad actionem venti in ipſam navem, præcipue in hujus latus; ita ut ex unica obſervatione quæ ad deviationem ſpectant non poſſent deduci.

X I.

Reſponſum D^{ni} Renaldi ad Dominum Hugenium.

D^{nus} Hugenius hæc ponit, *licet motus navis per B G poſſit concipi tanquam compoſitus ex motibus per B K & K G, inde non ſequi, ſi ex ipſa tantum ſuperſit motus per B K, ventum, qui navem ex B in G transtuliſſet, hanc æquali tempore poſſe trans-*

transferre ex B in K. Et primo in eo mihi videtur falli. Nam ut navis poſſit ferri ex B in G tempore determinato, neceſſe eſt ut reapſe celeritatem habeat, quâ eodem tempore ſecundum determinationem B K, lineam B K, & ſecundum determinationem K G, lineam K G poſſit percurrere. Et ne hoc in dubium vocari poſſit, concipiamus navim pelli ſecundum determinationem B K, vi quâ certo tempore ex B poſſit pervenire in K; concipiamus eandem ſimul pelli ſecundum K G, vi quâ eodem tempore poſſit percurrere lineam K G: cum duæ hæ vires nec ſibi contrarientur nec etiam concurrant (eſt enim B K perpendicularis ipſi K G) neceſſe eſt ut harum unicuique navis ex toto obſecundet; & per conſequens celeritas, quam ſingulis momentis habebit ſecundum B K, erit ad celeritatem, quam iisdem momentis habebit, ſecundum K G, ut B K ad K G; & ita navis utrique vi ſatisfaciens, movebitur per B G, & tempore determinato perveniet in G; Et ideo ſi in effectu ipſi relinquatur ſolus motus per B K, vis quæcunque, quâ pelleretur ex B in G, illam tempore æquali pellet ex B in K. Inutilem enim reddendo illam impreſſionis partem, quæ requiritur ut eodem tempore navis percurrat K G, neque augetur, ut diximus, neque minuitur celeritas per B K. Fateor, ſi angulus B K G eſſet acutus, vim peculiarem quâ pelleretur navis ſecundum K G, aliquid detracturam celeritati, quam haberet ſecundum B K utpote ſibi contrariæ; & contra, ſi angulus B K G foret obtuſus, eandem celeritatem utpote cum altera concurrentem, eſſe augendam; ſed cum angulus B K G rectus ſit, vis illa celeritatem navis ſecundum B K neque auget, neque minuit.

Addit D^nus Hugenius; *Ut enim determinemus viam juxta B K percurſam, vim propellentem debemus determinare, & attendere ad reſiſtentiam quam ex actione aquæ patitur navis.* Statim oſtendi relationes celeritatum in variis determinationibus ſibi invicem perpendicularibus, ſufficere ad detegendam viam, quam navis eſt ſecutura; nec per conſequens ad id requiri relationem virium, nec reſiſtentiarum; ſed cum dictæ celeritates à viribus dependeant, idem ex rela-

Digitized by Google

relatione virium facile probabo.

Demonſtravi Articulo 13° Cap. 1. Theoriæ manuariæ nauticæ, de quo Articulo D^nus Hugenius mecum conſentit, vires navem propellentes eſſe inter ſe ut quadrata velocitatum; & propterea vis requiſita, ut navis certo tempore ſecundum determinationem B K conficiat B K, eſt ad vim, quâ ſecundum determinationem K G conficiat K G, ut quadratum B K, ad quadratum K G; unde ſequitur, navem, ſi ſecundum duas illas determinationes ſimul pelleretur, habituram vim duabus illis viribus æqualem; cum ſcilicet neutra neutri quicquam vel addat vel detrahat; per conſequens vis illa exprimetur per quadratum ipſius B G, quod æquale eſt quadratis B K & K G; & ita navis habebit celeritatem ex illa vi ortam, id eſt, dicto tempore quantitatem B G peragrabit. Et propterea, ſi navis pelleretur ſecundum B G, vi quæ exprimitur per quadratam B G, perveniret in G eodem tempore, quo perveniret in K, ſi pelleretur ſecundum B K, vi quam exprimit quadratum B K.

Pergit D^nus Hugenius hoc modo; *Conſtat autem in mechanicis, vim, quâ velum D C pellit navem per B K, eſſe ad vim, quâ idem velum, & in eadem poſitione reſpectu venti, navem pelleret per B G, ut B K ad B G.* Non ego fateor id ex regulis Mechanices ſequi; è contra certum eſt, virium illarum relationem inter ſe eſſe ut quadratum B K ad quadratum B G, non vero ut B K ad B G; & ut omne hic dubium eximatur, concipiamus aërem ſecundum lineam A B duplo citius moveri uno tempore quam altero. Quando duplo citius movebitur quadruplo fortius in velum impinget, quoniam unaquæque particula duplo fortius impingit propter velocitatem duplam, propter quam etiam duplo plures particulæ eodem tempore impingunt. Quare ſi velocitas ſit dupla, & maſſa itidem dupla, vis ſeu potentia eſt quadrupla. Si tripla foret velocitas, unaquæque particula triplo fortius impingeret, quia tripla eſſet velocitas; & ſimul quia tripla eſſet velocitas, triplo plures par-

particulæ ſimul impingerent; unde triplâ exiſtente velocitate, maſſâ etidem triplâ, potentia aut vis erit noncupla; ex quo patet maſſam augeri in eadem ratione, qua velocitas augetur; & cum unaquæque pars etiam fortius impingat in ratione auctæ velocitatis, potentia aut vis venti in velum, eſt in ratione duplicata celeritatum venti, id eſt, in ratione quadratorum velocitatum venti in velum. Agnoſcit hocce principium Cl. Hugenius; reſtat ergo tantum, ut illud applicemus.

Prima applicatio oſtendet, quare vis venti in velum, cum ventus velo perpendicularis eſt, ſeſe habeat ad vim ejuſdem venti in velum, quando illud inclinatum vento opponitur, ut quadratum radii ad quadratum ſinûs anguli incidentiæ; aut, quod idem eſt, cur vires ejuſdem venti in vela varia inclinatione ipſi obtenſa, ſint inter ſe in ratione quadratorum ſinuum angulorum incidentiæ, quod demonſtravi Articulis 7. 8. & 9. Cap. 1., & quod etiam hoc modo nunc demonſtro. Probatum dedi in Theoria Manuariæ Nauticæ, Artic. 6. Cap. 1. corpus motum ab A in B non occurrere ſuperficiei C D niſi ſecundum determinationem ſuam A V, ponendo ſcilicet A V perpendicularem ipſi D C productæ, & in illam ſuperficiem nullam vim exſerere niſi ſecundum hanc determinationem; quod agnoſcit Dnus Hugenius. Hoc poſito, ventus A B in velum non agit, niſi ſecundum hanc determinationem, id eſt, cum velocitate A V. Si velum C D vento A B perpendiculare eſſet, ventus in velum ageret velocitate A B; & per conſequens ex principio quod ſtatim adſtruxi, vis cum qua ventus in velum ageret, ſi vento eſſet perpendiculare, eſt ad vim venti in velum D, quod inclinatè vento obtenditur, ut quadratum A B ad quadratum A V, id eſt, ut quadratum radii ad quadratum ſinûs anguli incidentiæ.

Secunda applicatio inſervit ſolvendæ quæſtioni, de qua lis eſt inter Dnum Hugenium & me, id eſt oſtendit, quod, velo conſtituto in ſitu C D, & navi in ſitu B K, vis, qua ventus ope veli navim ſecundum B G propellit, ſit ad vim, qua idem ventus, ope ejuſdem veli navim propellit ſecun-

Digitized by Google

dum B K, ut quadratum B G ad quadratum B K, & non quemadmodum ſuſtinet Hugenius, ut B G ad B K.

Quod ut pateat, concipiamus ventum in velum impingere cum velocitate B G; quoniam in illud impingit ſolummodo per motum, qui dirigitur ſecundum B G ſpectandus eſt ventus, tanquam latus ex B in G velocitate B G. ſed quando illa velocitate fertur ex B in G, fertur velocitate B K ſecundum determinationem B K, & velocitate K G ſecundum determinationem K G; quare ex iis quæ ſuperius a me dicta ſunt, vis qua navis pellitur ſecundum B G eſt ad vim qua pellitur ſecundum B K, ut quadratum B G ad quadratum B K; & ad vim, qua pellitur ſecundum K G, ut quadratum B G ad quadratum K G. Obſervandum autem eſt, eandem vim venti in velum, id eſt, vim totalem ſecundum B G, quam vim exprimit quadratum B G, diviſam eſſe ſecundum B K, & K G, in duas partes, quarum ſumma vim totalem adæquat; & illa vis, potentia, ſeu motus, quibus tribus una eademque res ſignificatur nominibus, nullum vel augmentum vel imminutionem accipit, ex noſtris motum conſiderandi modis, qui motus non in ſola corporum velocitate conſiſtit, ſed ex eorundem maſſis quoque conſtituitur. Ergo potentia, vis, ſeu motus, eſt productum quadrati celeritatis per maſſam. Quare potentia ex duabus aliis potentiis conflata, iis æqualis eſt, dummodo unius determinatio determinationi alterius ſit perpendicularis, quia eo in caſu duæ illæ potentiæ, nec quicquam addere, nec detrahere quicquam altera alteri, poſſunt, duabus determinationibus, uti diximus, nihil oppoſiti habentibus. Inde fit ut potentia ſecundum B K eadem manere poſſit, idemque per conſequens illius effectus, licet in infinitum augeatur ſeu minuatur potentia ſecundum K G. Eo in caſu ſola potentia totalis B G mutationem patietur, quia ſemper æqualis erit ſummæ potentiarum, ex quibus producta fuerit.

Ex omnibus, quæ a me nunc dicta ſunt, ſequitur, navem H B M, ſi pellatur ſecundum B G ope veli D C, &

ſi

ſi velocitas, quâ movetur ad latus, ſit ad velocitatem quâ directè progreditur, ut G K ad L K, ſequitur, inquam, navem juxta B L proceſſuram, & in L perventuram eodem tempore, quo perveniſſet in G, ſi ab omni parte aquas ſecaret eadem facilitate, quâ ſecat has à parte proræ; & ſi, quemadmodum poſuit D^nus^ Hugenius, navis fune B R infinite longo, & ipſi B K perpendiculari adſtringeretur, ad tollendum omnem motum ſecundum determinationem K G, ſequeretur etiam perventuram navim ad punctum K eodem tempore quo perveniſſet ad punctum G; quod erat in quæſtione, & quod erat demonſtrandum.

Si vera foret mechanices regula, quam memorat D^nus^ Hugenius, ſcilicet vim cum qua velum D C navim propellit ſecundum B K eſſe ad vim, cum qua idem velum navem ſecundum B G propellit, ut B K ad B G, non ſolum navis non perveniret in K eodem tempore, quo perveniſſet in G, poſitis circumſtantiis, de quibus ſupra, ſed & navis aquam æqualiter ab omni parte ſecans, & a velo D C, ſecundum B G ipſi perpendicularem propulſa, non ferretur juxta lineam B G: nam ex eadem mechanices regula, vis, qua ferretur navis juxta B K ope veli, foret ad vim qua ferretur ſecundum K G, ut B K ad K G, & velocitates navis eſſent inter ſe ut radices virium. Ergo velocitates quæ ex illis viribus orirentur, ſcilicet velocitas quam ſingulis momentis acquiſiviſſet navis in motu juxta B K, eſſet ad velocitatem quam iiſdem momentis haberet ex motu juxta K G, ut radix B K ad radicem K G. Sed ut navis moveatur ſecundum B G, quando inæquales ſunt velocitates inter ſe, quales hic a nobis ponuntur, requiritur, ut ſint inter ſe ſingulis momentis, ut B K ad K G, & non ut eorundem radices. Ergo navis non ferretur juxta B G, quod eſt abſurdum; nam cum vis totalis, quæ navem impellit, ſit juxta B G, ponendo navem ab omni parte æqualiter aquam ſecare, non poteſt non illam lineam ſequi.

Ita pergit Cl. Hugenius, *Error à me notatus in toto*

Digitized by Google

fere tractatus reliquo locum habet, quo varia labefactantur theoremata, quæ de cætero elegantia videntur. Quale eſt inter alia hoc. Dato O B A angulo veli cum vento, Carinæ ſitum, quo in adverſum venti maxime progreditur navis, determinari dividendo æqualiter in duas partes complementum O B E anguli dati. Unde Auctor deducit &c.

Siquidem, quem errorem credidit Dnus Hugenius, errorem non eſſe oſtenderim, intacta remanent tractatus mei theoremata.

Addit; *Cæterum, quin vera ſit noſtra regula non poterit dubitare Dnus Renaldus; cum per eam angulus gubernaculi, quo navis omnium celerrime circumvolvitur, idem detegatur, quem Cap. 7. determinavit. Quod certe ipſius inventum utiliſſimum eſt. Ponendo enim p = a, id eſt ponendo venti lineam ad carinam perpendicularem, noſtrâ regula habetur x = $\sqrt{\frac{1}{2}aa}$, quem ille detexit ſinum anguli carinæ aut directionis motus aquæ cum gubernaculo, quod ſic neceſſario ſeſe habere facile patet.*

Et hic à Dno Hugenio diſſentire cogor, & ab ipſo meo conſequenter tractatu, in quo error datur maximus; ſtatim à me, detectâ prius ingenue ejuſdem causâ, oſtendendus. Compoſueram primo librum meum, pro vero ponendo principium falſum, à P. Pardies, art. 118. ſcientiæ virium motricium prolatum; præter quod nil continet de navis motu tractatus illius, & quod nec ipſum ulli rei applicatur; imo nullam auctor viam aperit ſolvendi vel unam, quæ ſpectat theoriam Manuariæ Nauticæ, propoſitionem. Cum jam ſub prælo ſudarent ultimæ libri I. paginæ; principii memorati falſitatem animadverti, & quoniam per omnes tractatûs propoſitiones diſperſum, falſas reddebat reſolutiones omnes, totam editionem ſuppreſſi. Solidiori poſtea fundamento nixus eaſdem denuo ſolvi, præloque ſubjeci, hæ ſunt quæ in lucem ſunt editæ. Sed aliis diſtentus negotiis, vocem *vis*, loco *velocitatis*, quæ erat ſubſtituenda, in demonſtratione Art. 5. Cap. 2. incogitanter reliqui; quod Dnus Hugenius non attendit. Fateor me, in Art. 6. Cap. 1. promiſcue vocibus *virium* & *velocitatum* uti, ſed unius tantum corporis in vacuo motum ibi

ibi conſidero ; & in eo caſu velocitas & vis eandem ſemper relationem habent. Capitis autem 7. errorem, poſt alteram tantum libri mei editionem animadverti, neque tunc illum corrigere per negotia mihi licuit. Falſitatem vero ita demonſtro.

Centro B deſcribatur circulus A D R E C, & repræſentet linea A B carinam navis, B R vero carinam productam. Supra B R, tanquam diametrum deſcribatur ſemicirculus B G R, & ſimiliter ſupra A B ſemicirculus A V B. Sit B D certus gubernaculi ſitus, & B C gubernaculum productum; B E perpendicularis ſupra A B; B G & A V perpendiculares ſupra D C; & G H perpendicularis ad B E. Ponendo alium gubernaculi ſitum, qualis eſt B *d* producta in *c*; ducantur in iiſdem circumſtantiis lineæ B *g*, A *u*, & *g h*. Si navis antrorſum moveatur ſecundum lineam B A, anguli A B C, & A B *c* æquales angulis G B E, & *g* B E, ſunt anguli incidentiæ aquæ in gubernaculum. Unde ſequitur, aquam, poſito gubernaculo in ſitu B D, impingi ſecundum determinationem & cum velocitate A V, & per conſequens cum vi, quam exprimit quadratum ipſius A V. Et quoniam velocitas navis ſeſe habet tantum ut radix ipſius vis, propter aquæ reſiſtentiam, propellitur navis ſecundum determinationem B G, velocitate quæ exprimitur per B G, quia B G eſt æqualis & parallela ipſi A V. Sed quando propellitur navis ſecundum B G velocitate B G, propellitur ſecundum B E velocitate B H. Si gubernaculum foret in alio ſitu B *d*, iiſdem ratiociniis probaretur, navem pellendam fore ſecundum B E velocitate B *h*. Sed quando majori velocitate navis pellitur ſecundum B E, citius etiam convertitur. Quare ſi B G, quæ perpendicularis eſt ad gubernaculi ſitum, ſecet ſemicirculum B G R bifariam, id eſt, ſi angulus G B E, æqualis angulo incidentiæ A B C, ſit 45. graduum; G H perpendicularis ipſi B E, erit tangens ſemicirculi. Ergo G H quæ exprimit celeritatem, quâ navis pellitur ſecundum B E, eſt omnium maxima. Nam ſi gubernaculum conſtituatur in alio ſitu, ut in B *d*, tunc B *g* ipſi perpendicularis, ſecabit

TAB. XXXIII. Fig. 7.

ſemicirculum in g, unde ſi ducatur perpendicularis $g\,b$, erit illa propior puncto B, quam ipſa G h, & navis pelletur ſecundum B E velocitate B b, quæ minor erit quam B H. Quare, ut navis citiſſime convertatur, neceſſe eſt ut *vectis* gubernaculi B C cum carinâ navis faciat angulum 45. graduum, non autem, ſicut Cap. VII. Theoriæ dicitur, angulum graduum circiter 55.

Concludit Cl. Hugenius hiſce verbis, *licet theoria hæc poſt indicatam à me correctionem difficilior evadat, quam in tractatu Dni Renaldi, percipio nihilominus regulam detegi poſſe, qua & navis & veli ſitus determinarentur, ut in adverſum venti omnium maxime progrediatur, ſed computatio nimium longa foret quare hanc nunc non aggredior.*

TAB. XXXIII. Fig. 8. In meo certe tractatu facillima foret determinatio ſitûs navis velique, non tantum ſi in adverſum venti omnium maxime ſit progrediendum, ſed & conveniens cuicunque viæ inſtituendæ, ſi deviatio navis à calculo ſecluderetur; quod ut pateat, ſit linea venti A B, & ſit data via B K, cum vento conſtituens angulum quemcunque A B K. Ut inveniatur, quo veli ſitu, navis illâ viâ citiſſime poſſit progredi, ſi ſcilicet nulla ſit deviatio; ſumatur B R tanquam diameter, & centro M deſcribatur ſemicirculus B G V, ab eodem puncto M ducatur M G viæ B K parallela; a puncto B ad punctum G ducatur B G, & tandem ducatur D B C perpendicularis ipſi B G. Dico D C repræſentare veli ſitum, quo per viam B K navis omnium citiſſime poſſit progredi. Ad id probandum, ducatur G K perpendicularis ipſi B K. Ex omnibus quæ ſuperius dicta ſunt, patet ventum A B propellere navem ope veli D C, ſecundum B G velocitate B G, eodem tempore quo eandem propelleret ſecundum B K velocitate B K. Et quoniam G K eſt perpendicularis ipſi B K, erit itidem perpendicularis ipſi M G. Ergo G K eſt tangens ſemicirculi. Ergo quotcunque ducantur perpendiculares ex aliis circumferentiæ ſemicirculi punctis, ſupra B K, cadent omnes inter B & K. Ergo navis celeritas in veli ſitu D C erit omnium maxima. Addo, velum D C ſecare bifariam an-

angulum A B K, qui eſt angulus venti cum viâ. Ad quod demonſtrandum ducatur M N perpendicularis ipſi B G. ſecat M N angulum B M G angulo A B K æqualem, bifariam; & quoniam M N eſt parallela ipſi D C, angulus B M N dimidius anguli B M G, qui æqualis eſt angulo A B K, æqualis eſt angulo A B C, qui ipſe per conſequens æqualis eſt dimidio angulo A B K. Unde ſequitur, veli ſitum ſemper bifariam debere ſecare angulum venti & viæ, & cum agitur de progrediendo in adverſum venti, debere illum cum velo conſtituere angulum 30. graduum, proramque itidem cum velo angulum 30. grad.; quia, ut demonſtratum fuit in Theoria Manuariæ Nauticæ, quocunque in ſitu reſpectu venti diſponatur velum, neceſſe eſt ut ejus complementum prora bifariam ſecet. Et exinde apparet, quocunque in ſitu conſtituatur prora, quæ ſemper cum via congruit; quia ponitur navem non deviare, neceſſe eſſe ut angulum quem cum prora, ventus conſtituit, velum bifariam ſecet. Unde ſequitur angulum rectum debere à prora & velo in tres partes æquales ſecari, id eſt, ventum cum velo 30. gradus conſtituere, proram itidem cum velo 30. gradus, & cum vento per conſequens 60.

XII.

Exceptio Dni Hugenii ad Reſponſum Dni Renaldi.

Mihi evidens videbatur illud quod in obſervationibus de errore primario, qui reperitur in tractatu de manuaria nautica Dni Renaldi, propoſueram, & cenſuerunt viri in re Mathematicâ verſatiſſimi, argumentum meum omni exceptione majus eſſe; idcirco neque credideram, velle ipſum quidpiam reſpondere, quo ſuam confirmaret Theoriam; interim ex iis, quæ in lucem edidit, apparet eum minime de ſuo errore mecum ſentire; & quandoquidem rationibus utitur, e quibus haud ita facile ſe expedire poſſent illi, qui non ſatis hæcce omnia excuſſerunt, obſtrictum me credidi ad demonſtrandum ma-

Digitized by Google

majori evidentiâ, quam antea, ejus Theoriam ſuſtineri non poſſe, niſi principia mechanices, jam dudum ſtabilita, quorumque veritatem negare nec auderet, nec vellet, evertantur.

Ne inutiliter protraham controverſiam noſtram reſpondendo argumentis quæ Dus Renaldus mihi objicit, oſtendam tantum illum, ut jam obſervaram, erraſſe in propoſitione, qua nititur tota ejus Theoria, deinde paucis indicabo, quid huic errori anſam dederit.

TAB. XXXIII. Fig. 9. Ut oſtendam, quinam ſit quæſtionis ſtatus, hic maximam partem eorum, quæ noſtras figuras ſpectant, repeto, ſcil; H M eſt navis carina; C D velum; A B linea venti velum inflantis; B G eſt perpendicularis ad C D; G K perpendicularis ad B K, quæ indicat carinam prolongatam; continuo G B ad Z, & M H ad X.

Dus Renaldus in Theoria cap. II. Art. 1. dicit, ſi ponatur navem undique eâdem, qua puppis, facilitate aquam findere, illam ita a vento propelli, ut progreſſura ſit per rectam B G, quod eſt verum; ſed ſi juxta ſitum carinæ navis tantum progredi queat in recta B K, vel ſi funis B R perpendicularis ad B K, & cujus longitudo cenſetur infinita, eam cogat inſiſtere in via B K, contendit, velo & vento iiſdem ac antea manentibus, navem percurſuram ſpatium B K, eodem tempore quo percurriſſet B G; ego autem defendo, quod percurreret ſpatium B S, medium proportionale inter B K & B G; Et hic eſt controverſiæ noſtræ ſtatus.

In probatione, quam affert in reſponſione ſuâ, loco venti A B oblique cadentis in velum C D, ſubſtituit ventum Z B, qui in id perpendiculariter agit; quod poteſt, & minime controverſiam mutat, quum certum ſit, quod quocunque ſenſu ventus in velum C D cadat, conetur navem propellere per viam B G perpendicularem ad C D; neque ullius uſus ſunt, quas habet D. Renaldus, diverſas conſiderationes de motu venti. Ratiocinando dein invenit, quod vis, quâ navis pellitur a vento ſecundum B G ope veli, ſit ad vim, qua pellitur ab eodem vento ope ejuſdem veli ſecundum B K,

ut

ut quadratum B G ad quadratum B K, non vero ut B G ad B K, quod ego contendo, & inde tota res pendet.

Ut determinemus cujus ſententia vera ſit, concipiamus planum, in quo noſtra figura exiſtit, ita ad Horizontem erectum, ut linea B G ad eundem ſit perpendicularis, & ſit R B X funis affixus in R, ad quem in B alligatum & ſuſpenſum ſit pondus Q: Ponamus ulterius portionem B X perpendicularem ad R B a manu retineri in X; clarum eſt, id exacte repræſentare caſum navis, de quo eſt quæſtio; nam loco venti, qui impingendo in velum C D propellat navim ſecundum B G, hic habemus pondus Q, quod trahit punctum B juxta B G; & funis B R, qui cenſetur infinitæ longitudinis, & impedit, quo minus navis aliam plagam versus, quam B K poſſit progredi, hic eundem edit effectum reſpectu nodi B.

Ut ergo vis, qua ventus propellit navem ſecundum B G, eſt ad vim, qua hanc propellit ſecundum B K, ita eſt pondus Q ad gravitatem, quæ agit in manum quæ in X cohibet, quò minus nodus B moveatur verſus B K; illa enim gravitas æquipollet vi, qua nodus ſecundum B K trahitur. Cum autem G K parallela ſit ipſi B R, certum eſt ex notiſſimis Mechanicæ regulis, quod pondus Q ſit ad id quod retinet chordam B X, vel ad gravitatem quæ in X agit in manum ut B G ad B K. Vis ergo, qua navim propellit ventus ſecundum B G, eſt ad vim, qua propulſa eſt verſus B K, ut B G ad B K non vero, ut illarum linearum quadrata, ut Dnus Renaldus contendit.

Ponamus porrò, navem H M, quæ undas eadem undique facilitate ſecat, propelli per ventum Z B vel A B (perinde enim eſt) quo naviget certo tempore per B G, velo exiſtente in C D, & determinandum eſſe, quantum progreſſura ſit ſecundum B K æquali tempore eodem vento, eodemque veli ſitu. Cum celeritates navis in duabus illis viis tales debeant eſſe, ut reſiſtentiæ, quas infert ipſi aqua, ſint ut vires, quibus propellitur (nam in eo caſu ſolo motu æquabili progreditur), & cum reſiſtentiæ

ſint ut quadrata celeritatum, ideo requiritur ut quadrata celeritatum ſint ut vires, id eſt ut G B ad B K; & conſequenter ut velocitates ſint ut G B ad B S; quandoquidem quadrata G B & B S ſunt ut lineæ G B, B K per conſtructionem. Probavi ergo ex ordinariis Mechanices principiis, id, quod in obſervatione mea propoſueram.

Superfluum foret alia argumenta D^ni Renaldi examinare, quibus vult hanc eandem, quam refutavi propoſitionem, confirmare; ſolummodo indicabo originem erroris, qui in iis occurrit, præſertim naſci ex eo, quod in Articulo 7. Cap. 1. Theoriæ ſuæ concludat, *vires relativas materiæ fluidæ ad ſuperficies diverſimode inclinatas eſſe inter ſe, ut quadrata ſinuum angulorum incidentiæ*; debuiſſet addere *ad ſuperficies æquales diverſimode inclinatas;* cujus vocis *æquales* paulo ante in eodem Articulo pag. 7. quoque non meminerat; quod ſi ſuppleatur, tum demonſtratio optime congruit cum concluſione cumque veris principiis P. Pardies in Art. 118. Tractatus de *Viribus moventibus*. Pater hic tantum in eodem illo Articulo deceptus fuit, quod ignorarit vel ſaltem non recordatus fuerit, reſiſtentias aquæ in corpus eſſe ut quadrata velocitatum ejus corporis; ideo enim p. 225. facit *a f ad a u in duplicatâ ratione b o ad m p* cum ſimpliciter facere debuerit *a f ad a u, ut b o ad m p*.

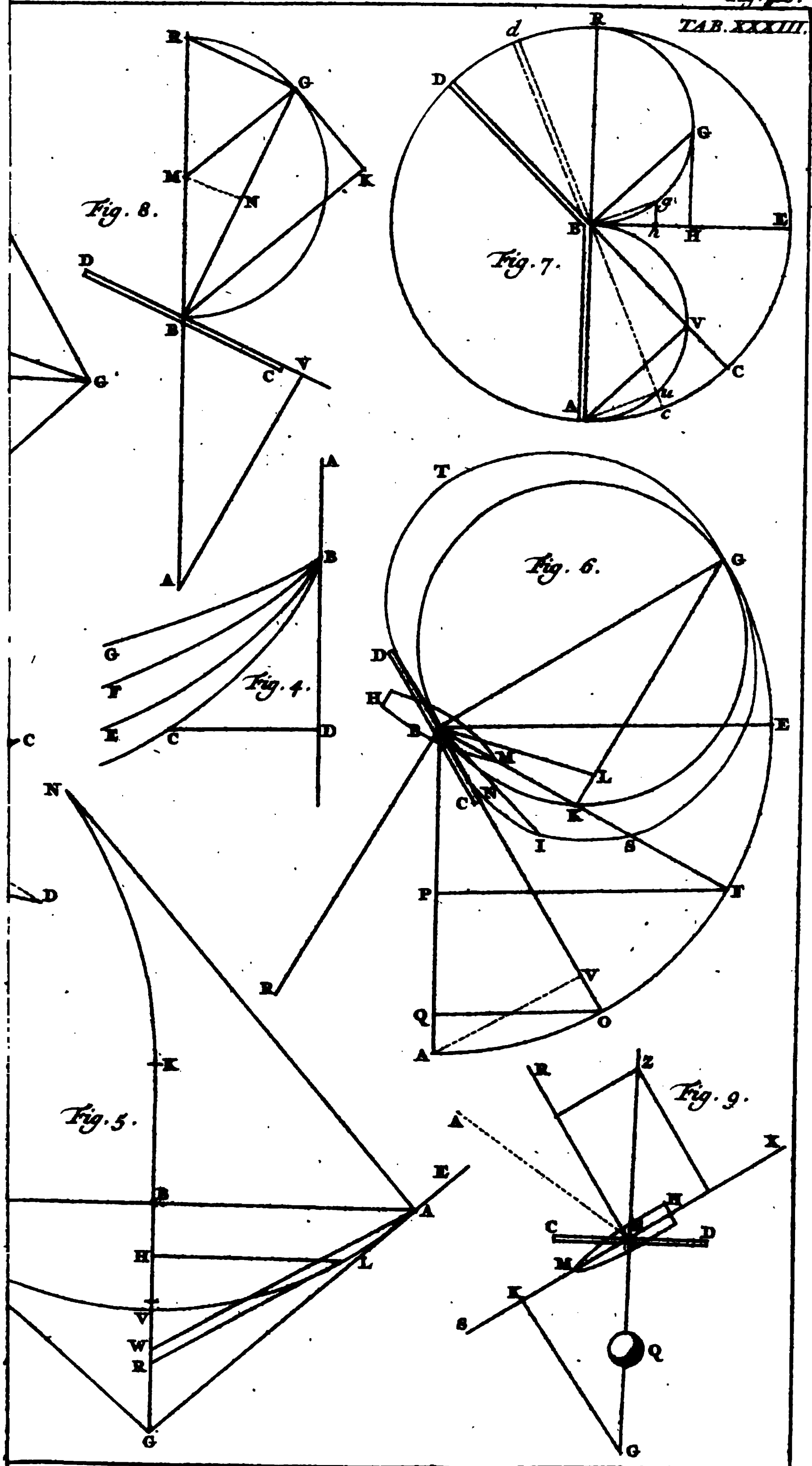
Quod attinet ad utiliſſimum Gubernaculi ſitum, D^nus Renaldus ſe ipſum nullo jure culpat, & dum quæ primo determinaverat corrigere conatur, male ratiocinatur, in reſponſione p. 303, nam tantum determinandum eſt, in quonam Gubernaculi ſitu aqua id propulſura ſit maxima vi, juxta perpendicularem ad carinam; unde neceſſario ſequetur maxima puppis velocitas juxta illam perpendicularem. Errat etiam, quum vult, p. 25 Theoriæ ſuæ de Manuaria Nautica, legi *velocitas* loco *vis*.

Quod ſupereſt, obſervo, totam hanc Theoriam, ut ediderat, veram fore ſi reſiſtentiæ aquæ eſſent ut velocitates navis, ſunt autem ut quadrata illarum velocitatum.

FINIS.

Digitized by Google

TAB. XXXIII.



Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google